

## TOPOLOGÍA.

Tercero (Código: 083041) y Curso de Adaptación (Código: 080043).

MATERIAL: NINGUNO. DURACIÓN: DOS HORAS.

PRIMERAS PRUEBAS.

1. Estudiar si es  $T_2$  (o Hausdorff) el espacio topológico  $(R, T)$ , siendo  $R$  el conjunto de los números reales y

$$T = \{ \emptyset \} \cup \{ A \subset R \mid R - A \text{ es cerrado en } (R, T_u) \text{ y acotado} \},$$

siendo  $T_u$  la topología usual de  $R$ .

Justifique razonadamente sus respuestas.

2. Sea  $T_{CF}$  la topología de los complementos finitos en el conjunto  $R$  de los números reales, es decir,

$$T_{CF} = \{ R, \emptyset \} \cup \{ A \subset R \mid R - A \text{ es finito} \},$$

y sea  $f : R \rightarrow (R, T_{CF})$  la aplicación definida, para todo  $x \in R$ , mediante

$$f(x) = [x] = \max\{ n \in Z \mid n \leq x \} (= \text{parte entera de } x).$$

Si  $T$  es la topología en  $R$  inicial para la aplicación  $f : R \rightarrow (R, T_{CF})$ , estudiar si el espacio topológico  $(R, T)$  es compacto.

Denotamos  $Z$  el conjunto de todos los números enteros.

Justifique razonadamente sus respuestas.

3. Sea  $X$  el subconjunto del plano  $R^2$  definido mediante

$$X = \{ (x, y) \in R^2 \mid x + y \in Q \},$$

siendo  $Q$  el conjunto de todos los números racionales.

Estudiar si el espacio topológico  $(X, (T_u^2)_X)$  es conexo.

Denotamos  $(T_u^2)_X$  la topología de  $X$  relativa de la topología usual  $T_u^2$  de  $R^2$ .

Justifique razonadamente sus respuestas.

*Nota: Cada problema se puntuará sobre 10 puntos, y después se calculará la media aritmética de las tres calificaciones así obtenidas.*