1. (2 puntos)

   a) Supongamos que X e Y son espacios topológicos conexos por caminos tales que existe una equivalencia de homotopía $f : X \longrightarrow Y$. ¿Qué relación existe entre los grupos fundamentales de homotopía de X e Y?

   b) ¿Cómo se relaciona el grupo de homología simplicial $H_q(K)$, de un complejo simplicial geométrico orientado K, con los grupos de homología simplicial

$$H_q(M_1), \quad H_q(M_2), \; ..., \; H_q(M_s),$$

   de las componentes conexas $M_1, \; M_2, \; ..., \; M_s$ del complejo K, para cada entero q tal que $0 \leq q \leq \dim(K)$?

2. (4 puntos) Determinar el grupo fundamental de homotopía del espacio

$$X = \left\{(x,y) \in R^2 \mid x^2 + y^2 = 1\right\} \cup \; ([1, 2] \; \times \; [-1, 1]),$$

   con su topología relativa de la topología usual de R^2 .
   Justifique sus respuestas.

3. (4 puntos)
   Calcular razonadamente los grupos de homología simplicial del poliedro curvilíneo

$$X = \{ (x, y) \in R^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1 \} \cup$$

$$\{ (x, y) \in R^2 \mid x^2 + y^2 = 4 \}$$

   con su topología relativa de la topología usual de R^2 .
   Justifique sus respuestas.