

1. (3 puntos)

Estudie los criterios de convergencia de sucesiones en el espacio (R, T) , siendo R el conjunto de los números reales, y

$$T = \{ V \subset R \mid 0 \notin V \text{ o } R - V \text{ es finito} \}.$$

Justifique su respuesta.

2. (4 puntos)

En el conjunto R de los números reales, consideremos las topologías

$$T_{CF} = \{ A \subset R \mid A = \emptyset \text{ o } R - A \text{ es finito} \}$$

$$T_{CN} = \{ B \subset R \mid B = \emptyset \text{ o } R - B \text{ es numerable} \}.$$

(a) Estudie si el espacio topológico (R, T_{CF}) es separable.

(b) Estudie si el espacio topológico (R, T_{CN}) es separable.

Justifique sus respuestas. No confunda separable con separado T_2 o de Hausdorff.

3. (3 puntos)

En el espacio topológico (R^2, T_u^2) definimos una relación de equivalencia E mediante:

$$(x, y) E (u, v) \text{ si y sólo si } x^2 + y^2 = u^2 + v^2.$$

El espacio cociente correspondiente

$$(X, T) = (R^2 / E, T_u^2 / E)$$

es homeomorfo a un espacio topológico conocido. ¿Cuál es?

Indicación o sugerencia: defina $f(x, y) = x^2 + y^2$.

Justifique su respuesta.