

1. (5 puntos)

(a) En (R^2, T_u^2) , sea

$$E^2 = \{ (x, y) \in R^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1 \},$$

el disco cerrado unidad o bola cerrada unidad.

Determine los puntos $(x, y) \in E^2$ tales que $E^2 - \{(x, y)\}$ es simplemente conexo.

(b) Determine los grupos fundamentales $\pi(E^2; (0, 0))$ y $\pi(I \times Q; (0, 0))$, siendo Q el conjunto de los números racionales e $I = [0, 1]$.

Justifique sus respuestas.

2. (5 puntos)

En (R^2, T_u^2) , sea $Y = A \cup B \cup C$, con

$$A = S^1 = \{ (x, y) \in R^2 \mid x^2 + y^2 = 1 \},$$

$$B = \{ (x, y) \in R^2 \mid (x - 2)^2 + y^2 \leq 1 \},$$

$$C = [3, 4] \times \{ 0 \}.$$

(a) Pruebe que Y es un poliedro curvilíneo compacto en (R^2, T_u^2) .

(b) Determine el grupo de homología simplicial $H_1(Y)$.

Justifique sus respuestas.