

1. Sea $X = S^1 \times [0, 1]$, y sea a un punto de X .

Determinar el grupo fundamental $\pi(X, a)$.

Estudiar si X es homeomorfo a la bola cerrada en el plano

$$E^2 = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1 \}.$$

(3 puntos)

2. En el plano $\mathbb{R}^2$ se considera el subespacio topológico $A \cup B$ siendo

$$A = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = x \},$$

$$B = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = -x \}.$$

Determinar el grupo fundamental $\pi(A \cup B, (0, 0))$.

(3 puntos)

3. En el plano $\mathbb{R}^2$ se considera el subespacio topológico $S^1 \cup D$ siendo

$$S^1 = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 1 \},$$

$$D = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = x^2, x^2 + y^2 \leq 1 \}.$$

Triangular $S^1 \cup D$.

Calcular el primer grupo de homología simplicial $H_1(S^1 \cup D)$.

(4 puntos)