**1.**

Pruébese que la familia $B$ de intervalos cerrados de $R$ de la forma

$$[a,\ b], \text{ donde } a \ \in\ Q,\ b\ \in\ R\ -\ Q, \text{ y } a\ <\ b,$$

es una base para alguna topología en el conjunto $R$ de los números reales.

Justifique su respuesta.

**2.**

Consideremos en el conjunto $R$ de los números reales las topologías $T_{CF}$ (topología de los complementos finitos), y $T_{CN}$ (topología de los complementos numerables).

Estudie la compacidad de cada uno de los espacios $(R,\ T_{CF})$ y $(R,\ T_{CN})$.

Nota: $T_{CF}\ =\ \{\ R,\ \varnothing\ \}\ \cup\ \{\ A\ \subset\ R \mid R\ -\ A \text{ es finito }\}$,

$T_{CN}\ =\ \{\ R,\ \varnothing\ \}\ \cup\ \{\ B\ \subset\ R \mid R\ -\ B \text{ es numerable }\}$.

Justifique su respuesta.

**3.**

Sea $X\ =\ \{\ x\ \in\ Z \mid x\ \geq\ 2\ \}$ y sea $T$ la topología cuya base está formada por los conjuntos $U(n)\ =\ \{\ z\ \in\ X \mid z \text{ es un divisor de } n\ \}$, para todo $n\ \in\ X$.

**(a)** Pruebe que para todo punto $p\ \in\ X$, la adherencia del conjunto unipuntual $\{\ p\ \}$ está dada por

$$\overline{\{\ p\ \}} = \{\ y\ \in\ X \mid y \text{ es un múltiplo de } p\ \}.$$

**(b)** Estudie si el espacio topológico $(X,\ T)$ es conexo.

Justifique su respuesta.

Cada pregunta se puntuará sobre 10 y después se calculará la nota media.