1. Sea X el subespacio topológico de R^2 definido por

$$X = \{ (x, y) \in R^2 \mid x \cdot y = 1 \} \cup \\ \{ (x, y) \in R^2 \mid x \cdot y = -1 \},$$

con su topología relativa de la topología usual de R^2.
Estudiar si X es un espacio contractible a un punto.

Determinar el grupo fundamental de homotopía $\pi(X, (1, 1))$.

2. Sea X el subespacio topológico de R^2 definido por

$$X = \{ (x, 1 - x^2) \mid x \in [-1, 1] \} \cup \\ \{ (x, 0) \mid x \in [-1, 1] \},$$

con su topología relativa de la topología usual de R^2.
Determinar el grupo fundamental de homotopía $\pi(X, (1, 0))$.

3. En el plano R^2 se consideran los puntos

$$A = (1, 0),\ B = (0, 1),\ C = (-1, 0),\ D = (0, -1),$$

y sea K el c. s. g. o. definido por

$$K = \left\{ \begin{array}{c} < A >, < B >, < C >, < D >, \\ < A, B >, < B, C >, < C, A >, \\ < C, D >, < D, A >, \\ < A, C, D > \end{array} \right\}.$$

Calcular la característica de Euler - Poincaré de K.

Determinar el grupo de homología simplicial $H_1(K)$.

Nota: Justifique sus respuestas.
Nota: Cada pregunta se calificará sobre 10 puntos, y después se calculará la media aritmética.