1. **Estudie** si el espacio $(R,\ T_{CN})$ cumple el Segundo Axioma de Numerabilidad, siendo R el conjunto de los números reales, y

$$T_{CN} = \{ R,\ \varnothing \} \cup \{ B \subset R \mid R - B \text{ es numerable} \}.$$

Justifique su respuesta.

2. Sea $M \subset R^2$ el conjunto definido por

$$M = \{ (0,\ 0) \} \cup \left(\bigcup_{n \in Z^+} C_n \right),$$

siendo, para cada $n \in Z^+$, (es decir, para cada n entero positivo)

$$C_n = \left\{ (x,\ y) \in R^2 \mid x^2 + y^2 = \frac{1}{n^2} \right\}.$$

Estudie si M es un subconjunto compacto del espacio topológico R^2 con su topología usual.

Justifique su respuesta.

3. Sea $X = [-1,\ 1]$, y consideremos la topología T, en el conjunto X, cuyos abiertos son los conjuntos $A \subset X$, tales que $0 \notin A$ o bien $(-1,\ 1) \subset A$.

Estudie si el espacio topológico $(X,\ T)$ es conexo.
Estudie si el espacio topológico $(X,\ T)$ es localmente conexo.

Justifique su respuesta.

Nota: Cada pregunta se puntuará sobre 10 y después se calculará la nota media.