

1. Sea X el subespacio topológico de R^2 definido por

$$X = \{ (x, y) \in R^2 \mid 2x^2 + 2y^2 = 1 \}$$

con su topología relativa de la topología usual de R^2 .

Determinar el grupo fundamental de homotopía de X .

Si (a, b) y (c, d) son dos puntos de X , ¿es $\pi(X, (a, b))$ isomorfo a $\pi(X, (c, d))$?

2. Sea X el subespacio topológico de R^2 definido por

$$X = \{ (x, y) \in R^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1 \} \cup \{ (x, x) \mid x \in [0, 2] \},$$

con su topología relativa de la topología usual de R^2 .

Probar que X es del mismo tipo de homotopía que

$$Y = \{ (x, y) \in R^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1 \}.$$

¿Es X contractible?

3. Sea X el subespacio topológico de R^2 definido por

$$X = \{ (x, y) \in R^2 \mid x^2 + y^2 = 1 \} \cup \{ (x, 0) \mid x \in [1, 2] \},$$

con su topología relativa de la topología usual de R^2 .

Triangular X . Sea K un c. s. g. o. tal que el poliedro geométrico

$|K|$ sea homeomorfo a X . **Determinar** el grupo de homología simplicial $H_1(K)$.

Nota: Justifique sus respuestas.

Nota: Cada pregunta se calificará sobre 10 puntos, y después se calculará la media aritmética.