1. Sea R el conjunto de los números reales y sea $Y = \{1,\ 2\}$.
En el conjunto producto cartesiano $R \times Y$ se define la topología T mediante

$$T = \{ U \times Y \mid U \in T_u \},$$

(donde T_u representa la topología usual de R).

a) Estudie si el espacio $(R \times Y,\ T)$ es T_2 (o **Hausdorff**).
b) Estudie si el espacio $(R \times Y,\ T)$ es **separable**.
Recuerde que la **separabilidad** es un axioma de **numerabilidad.**
Razone sus respuestas.

(3 puntos)

2. Sea T la topología, en el conjunto R de los números reales, cuya base es el conjunto

$$B = \{ [a,\ b) \mid a,\ b \in R,\ \ a < b \}.$$

Estudie si el espacio $(R,\ T)$ es **localmente compacto.**
Razone su respuesta.

(3 puntos)

3. Sea T_{CN} la topología definida en el conjunto R mediante

$$T_{CN} = \{ R,\ \varnothing \} \cup \{ A \subset R \mid R - A \text{ es un conjunto numerable} \}.$$

a) Demuestre que $(R,\ T_{CN})$ es un espacio **conexo.**
b) Demuestre que $(R,\ T_{CN})$ es **localmente conexo.**
Razone sus respuestas.

(4 puntos)