

1. Sea

$$Y = S^1 = \{ (x, y) \in R^2 \mid x^2 + y^2 = 1 \} \subset R^2$$

y sea

$$X = \{ (x, y, z) \in R^3 \mid x^2 + y^2 = 1, z \in R \} \subset R^3.$$

Consideremos la aplicación *proyección* $f : X \rightarrow Y$,
definida, para todo punto $(x, y, z) \in X$, mediante

$$f(x, y, z) = (x, y).$$

Pruebe que f es una **equivalencia de homotopía**.

Se considera X e Y con sus topologías relativas de las topologías usuales.

Razone su respuesta.

(3 puntos)

2. Sea

$$X = \{ (x, y) \in [-1, 1] \times [-1, 1] \mid x^2 + y^2 \geq 1 \},$$

considerado como subespacio topológico de R^2 , con su topología usual.

Determine el **grupo fundamental** de homotopía de X .

Razone su respuesta.

(3 puntos)

3. Calcule el **grupo de homología simplicial** $H_1(M)$ del poliedro
geométrico

$$M = \{ (x, y) \in R^2 \mid 0 \leq y, y \leq x, x + y \leq 2 \},$$

con su topología relativa de la topología usual de R^2 .

Razone su respuesta.

(4 puntos)