

COMPLEMENTOS MATEMÁTICOS PARA LA INGENIERÍA INDUSTRIAL
Septiembre. Modelo A

INSTRUCCIONES: Lea atentamente los enunciados. Conteste a las preguntas cortas en el espacio disponible a continuación del enunciado (se sugiere hacerlo en folio aparte y luego pasarlo). Desarrolle la solución a los ejercicios 5 y 6 en otra hoja de examen, en el espacio que necesite.

PREGUNTAS CORTAS

1. (1 PUNTO) Estudie si el punto $(0, 0)$ es un punto doble de la curva dada por las ecuaciones

$$x(t) = \frac{1 - t^2}{1 + t^2}, \quad y(t) = \frac{t^3 - t}{1 + t^2}.$$

Solución:

2. (1 PUNTO) Escriba las ecuaciones de Frenet para curvas planas.

Solución:

3. (1 PUNTO) Estudie si la parametrización

$$x = u, \quad y = u - v, \quad z = u^2 + v^2$$

con $(u, v) \in \mathbb{R}^2$ es regular.

Solución:

4. (1 PUNTO) Sea S la superficie parametrizada por

$$\mathbf{x}(u, v) = (u^2, e^v + \cos u, u + v)$$

para $u, v \in \mathbb{R}$. Determinar el vector normal a la superficie en un punto $\mathbf{x}(u, v)$.

Solución:

EJERCICIOS

5. (3 PUNTOS) Sea f la función $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definida como

$$f(x, y) = (e^x \cos y, e^x \sin y).$$

Razone:

- a) si esta función es localmente invertible en cada punto de $\mathbb{R}^2$,
- b) si tiene inversa global.

Nota: Cada apartado vale 1.5 puntos.

6. (3 PUNTOS) Sea C la curva definida por las ecuaciones

$$\mathbf{x}(t) = (t^2, 4t, t^3).$$

- a) Determine el radio de curvatura en $\mathbf{x}(0) = (0, 0, 0)$.
- b) Determine la recta tangente en $\mathbf{x}(0) = (0, 0, 0)$.
- c) Determine el plano osculador en $\mathbf{x}(0) = (0, 0, 0)$.

Nota: La puntuación de cada uno de los apartados es 1 punto.