

CONTROL Bloque 2: Derivación e Integración.

1. Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} \ln\left(\frac{1}{2-x}\right) & \text{si } x < 1 \\ \operatorname{arctg}(x-1) & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

- a) Demuestra que es derivable y define la función $f'(x)$. ¿Es derivable f' ?
 - b) Enuncia el teorema del valor medio.
 - c) Aplica el teorema del valor medio a la función $f(x)$ en el intervalo $[0, 2]$ y encuentra los valores intermedios c que verifican su tesis.
2. a) Utiliza el método de Newton para calcular dos cifras decimales exactas de una solución en el intervalo $[0, \frac{\pi}{2}]$ de la ecuación $x^3 = 3 - \tan(x)$.
- b) Utiliza la Regla de L'Hôpital para calcular el siguiente límite:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (\operatorname{sen}(x))^{\log(x+1)}.$$

3. Sea la función

$$f(x) = \int_0^x (4t - 2)e^{-2t} dt$$

con dominio $[0, \infty)$.

- a) Enuncia el Teorema Fundamental del Cálculo y calcula $f'(x)$.
 - b) Justifica que tiene extremos absolutos y calcúlalos.
4. a) Para cada $b \in [0, \frac{1}{2}]$, calcula el área, $A(b)$, de la región R_b que encierran la curva $y = x - x^2$ y la recta $y = bx$.
- b) Encuentra el valor medio de la función $A(b)$ del apartado anterior para $b \in [0, \frac{1}{2}]$.
- c) Halla el volumen del sólido generado al rotar la región $R_{\frac{1}{2}}$:
- 1) Alrededor del eje x .
 - 2) Alrededor del eje y (basta con dejar indicada la integral correspondiente).

-
- La duración del examen es de 2 horas.
 - Cada ejercicio puntúa sobre 1.