

## *Estadística Aplicada a la Educación*

# Tema 10

Tutor.

**UNED Madrid-Sur (A.U. Parla)**

*Miguel Ángel Daza*

[migdaza@madridsur.uned.es](mailto:migdaza@madridsur.uned.es)

1

- La Estadística en el proceso de investigación pedagógica empírica.

2

- Problema, hipótesis / objetivos, variables y datos. Niveles de medida

4

- Organización de los datos. análisis exploratorio de datos.

5

- Reducción de datos. Medidas descriptivas básicas y representaciones gráficas.

6

- Medidas individuales.

7

- Relación entre variables. Las correlaciones. La regresión.

8

- Aplicaciones de la correlación: fiabilidad y validez de las medida.

9

- Modelos estadísticos y probabilidad. La curva normal de probabilidades.

10

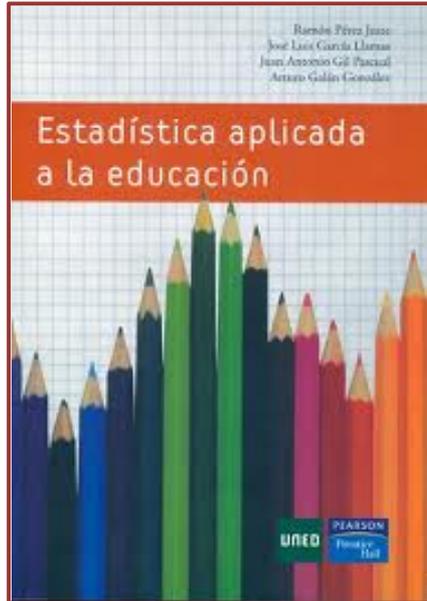
- Los baremos o normas. Muestreo. Aplicaciones.

11

- Estimación de parámetros. Errores de estimación.

12

- Introducción al contraste de hipótesis: la prueba t para el contraste de medias en los diseños de dos grupos.



10.1 Presentación.

10.2 Introducción.

10.3 Normas o Baremos.

10.3.1 Suelo y techo de las puntuaciones.

10.3.2 La regla de medida.

10.3.3 El contenido del instrumento.

10.3.4 A quienes va destinado el instrumento.

10.4 Cualidades de los baremos o normas.

10.4.1 Tamaño de la muestra: suficiencia.

10.4.2 Procedimiento de selección aleatoriedad.

10.5 Construcción de los baremos o normas.

10.5.1 Normas cronológicas o de edad.

10.5.2 Normas cuantiles.

10.5.3 Construcción de un baremo en cuantiles.

10.5.4 Puntuaciones típicas normalizadas.

10.5.5 Estaninas y pentas.

10.6 El muestreo.

10.6.1 Tamaño de la muestra.

10.6.2 Procedimiento de selección.

10.6.3 Procedimiento de muestreo.

10.6.4 El error muestral.

## 10. LOS BAREMOS O NORMAS. MUESTREO. APLICACIONES.

## 10.1 Presentación.

La estadística debe estar presente en la mente del investigador desde que se plantea las preguntas hasta que se concreta el problema.

Elección del diseño adecuado.

Rigor.

Hipótesis a contrastar.

Calidad de los Datos.

Fiabilidad y Validez de las medidas

**Interpretación de los valores que nos ofrecen los instrumentos de medida.**

## 10.2 Introducción.

Para interpretar una puntuación necesitamos de algún tipo de **referencia**. En Educación es frecuente acudir a alguna de estas tres:



- **La idiosincrásica o personalizada**



- **La criterial**



- **La normativa**

## 10.2 Introducción.

\* **La idiosincrásica o personalizada:** la puntuación alcanzada por una persona en una prueba, se valora atendiendo bien a la puntuación que alcanzó en una prueba anterior, apreciando si **aumenta, se mantiene o disminuye**; o bien estableciendo previamente un nivel adecuado a sus características.

**El juicio de la comparación suele ser de:**

**satisfactorio / insatisfactorio**

## 10.2 Introducción.

\* **La criterial:** a referencia es un nivel objetivo, previamente fijado por las personas competentes como deseable o adecuado para decidir sobre la **suficiencia / insuficiencia**.

Se conoce como un dominio perfectamente definido y quienes lo alcanzan obtienen una valoración de suficiente, frente a la insuficiencia de quienes no llegan.

**En el ámbito del aprendizaje, esta es la referencia más adecuada.**

## 10.2 Introducción.

\* **La normativa:** Para la medida de muchas variables, especialmente en el ámbito de la inteligencia o de la personalidad, ni es fácil ni posible en ocasiones el fijar unos estándares, ni podemos decidir qué o cuánto es lo propio de cada persona, ni resulta factible establecer unas puntuaciones como las que debieran ser alcanzadas.

Esta es una referencia relativa, ya que, dependiendo del grupo en que uno esté integrado, una misma puntuación puede ser más positiva o favorable en unos casos que en otros.

**Esta regla para medir e interpretar las puntuaciones, se conoce como**

**baremo o norma.**

## 10.3 Normas o Baremos.

**Baremar** es construir un baremo; esto es, una escala de puntuaciones obtenidas con un instrumento de medida que permite su interpretación, mediante la atribución a cada una de ellas de un determinado valor.

Hay unos elementos que deben ser conocidos para interpretar una puntuación:

- el suelo y el techo de las puntuaciones posibles
- la regla de medida
- el propio contenido del citado instrumento
- a quienes va destinado el instrumento.

## 10.3.1 Suelo y techo de las puntuaciones.

Este primer aspecto no presenta dificultades y **depende del número de ítems y de la propia regla de medida.**

## 10.3.2 La regla de medida.

Se necesita cuidar si cada **cuestión** tiene la misma **dificultad** para poder valorar el éxito o el fracaso por igual, si todos los **errores** pueden tener la misma **penalización** o los hay que deberían restar puntos en mayor medida.

## 10.3.3 El contenido del instrumento.

En efecto **no todos los objetos se pueden medir con la misma precisión, fiabilidad y validez**. Dependiendo de su naturaleza podrá utilizarse una escala de medida determinada:

- Escala nominal: los valores atribuidos a cada puntuación no tienen significado numérico. La asignación numérica es totalmente arbitraria. Ej. Hombre: 1 mujer: 0
- Escala ordinal: los valores se miden por su rango con respecto de los demás. 1º, 2º, 3º...
- Escala de intervalo, ej. cuando se trata de medir la velocidad lectora de los niños por las puntuaciones en un cuestionario.

En todos los casos la distancia entre la realidad u objeto a medir y los reactivos a utilizar para hacerlo es muy grande, estamos ante CONSTRUCTOS.

Muchas veces los constructos a medir son muy complejos: ej. medir la inteligencia.

## 10.3.4 A quienes va destinado el instrumento.

Para que los números obtenidos por los instrumentos de medida sean válidos y podamos interpretarlos adecuadamente, debemos tener en cuenta a quienes va dirigido el instrumento.

No serán iguales las preguntas para un niño de 10 años que para un adulto, para un nivel académico de primaria que para un universitario...

## 10.4 Cualidades de los baremos o normas.

La construcción de un baremo de calidad depende de la muestra utilizada para servir de referencia. Los valores seleccionados en la muestra no pueden ser valores cualesquiera, sino valores representativos del grupo al que pertenecen los sujetos cuyas puntuaciones deseamos interpretar.

La cuestión clave para la **representatividad** reside en que la muestra sea una especie de fotografía del conjunto de la población. La muestra de referencia, la que se toma como norma o baremo para la interpretación debe acercarse cuanto sea posible a las características más relevantes de la población de la que ha sido extraída.

Para alcanzar la **representatividad** de una muestra es preciso tomar **dos decisiones clave**:

- **fijar el tamaño de la misma**, de forma que sea suficiente para que puedan manifestarse las características que definen a la población (con muestras pequeñas esto no es posible)
- **utilizar un procedimiento de selección imparcial**, que evite todo tipo de sesgos.

## 10.4.1 Tamaño de la muestra: suficiencia.

El tamaño de la muestra está en relación con el de la población, si bien no en una relación directamente proporcional.

Existen unas tablas que nos permitirán fijarlo en función de una serie de factores.

## 10.4.2 Procedimiento de selección aleatoriedad.

Aunque existan varios procedimientos de selección de los componentes de una muestra, el que ofrece mayores garantías *a priori* es el *muestreo aleatorio simple*, cuya **ventaja fundamental** es que **permite establecer la magnitud de los errores muestrales**, con lo que es posible conocer mediante el **intervalo de confianza deseado**, **los límites entre los que se encuentra el valor de la población**.

Así pues, **tamaño suficiente y selección aleatoria**, son las dos **condiciones fundamentales para construir una norma o baremo**, para la interpretación de las puntuaciones obtenidas en un instrumento de medida.

## 10.5 Construcción de los baremos o normas.

Cuando disponemos de una **muestra** de **tamaño suficiente**, seleccionada de un modo **imparcial**, que nos permita confiar en su **representatividad**, el procedimiento a seguir depende del tipo de **normas o baremos** a construir.

## 10.5.1 Normas cronológicas o de edad.

Uno de los **primeros tipos de normas utilizados** fue el de las **cronológicas** o de edad.

El ejemplo más conocido es la denominada Edad Mental (EM). La puntuación media de los sujetos de cada edad, se convierte en representativa de la misma y en adelante, las puntuaciones de cualquier sujeto, tenga la Edad Cronológica (EC) que tenga, se comparan con las del baremo o norma establecida, y se le asigna la edad mental correspondiente.

Otra medida es el Cociente Intelectual (CI), que consiste en dividir  $EM / EC$ . El resultado obtenido se suele multiplicar por 100 a fin de eliminar la presencia de decimales.

Lo normal se sitúa alrededor de  $CI = 100$ ;

los sujetos adelantados obtienen un  $CI > 100$

y los valores inferiores ( $CI < 100$ ) representan a los sujetos con retraso.

**Este tipo de normas no es aplicable más allá de los 14-15 años.**

## 10.5.2 Normas cuantiles.

Otro tipo de normas muy utilizadas son las denominadas **cuantiles**, entre las que destacan:

- **cuartiles** → cuantiles de orden 4 →  $Q_1, Q_2, Q_3$  → puntuaciones que dejan por debajo de sí el 25; 50; 75% de los casos.
- **deciles** → cuantiles de orden 10 →  $d_1, d_2, \dots, d_9$  → que dejan cada uno por debajo de sí el 10, 20, ..., 90% de casos.
- **centiles** o **percentiles** → cuantiles de orden 100 →  $C_i$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, 99$ ) → que dejan por debajo de sí el 1, 2, 3, ..., 99% de los casos.

*Entendemos por cuantil cada una de las partes en que puede dividirse una serie ordenada de puntuaciones. El más conocido de todos es la Mediana ( $Md$ ), que es:*

- cuantil 1 de orden 2
- cuantil 2 de orden 4, o cuartil 2 ( $Q_2$ )
- cuantil 5 de orden 10, o decil 5 ( $d_5$ )
- centil o percentil 50 de orden 100, ( $p_{50}$ )

## 10.5.3 Construcción de un baremo en cuantiles.

El baremo que construyamos no tendrá valor alguno, si la muestra no cumple con las exigencias de tamaño e imparcialidad para hacerla representativa.

El procedimiento comienza con la elaboración de una distribución de frecuencias acumuladas, sean éstas con puntuaciones directas o agrupadas en intervalos. Ver ejem. pág. 209.

Calculamos el rango o amplitud de la serie ( $A = XM - Xm + 1$ ) y estimando la amplitud del intervalo como nos interese, calculamos el nº de intervalos necesarios en la distribución. Ver tabla 10.1, pág. 210. La fórmula de aplicación genérica es:

$$C_m = L_{\text{inf}} + \frac{\left(\frac{C}{100}n\right) - f_{a_{(l-1)}}}{f_i} a_I$$

de la que ya vimos la interpretación de todos sus términos en el tema 6.

Seguidamente, calculamos el intervalo en el que se encuentra el cuantil de que se trate, mediante el término  $(C/100)N$ . Si buscamos deciles, el paréntesis lo sustituimos por  $D/10$ . Si buscamos cuantiles, lo sustituimos por  $Q/4$ . Si buscamos la Mediana, lo sustituimos por  $1/2$ .

Para identificar el valor de puntuación que corresponde al cuantil concreto, basta con sustituir en la fórmula genérica anterior los valores correspondientes de la distribución agrupada por intervalos, y efectuar los cálculos necesarios. En la tabla 10.2, pág. 212, aparecen todos los valores habitualmente utilizados en la construcción de baremos.

## 10.5.3 Construcción de un baremo en cuantiles.

$$(37+40)/2=38,5$$

$$61+6=67$$

I	Xi	fo	fa	%a
37-40	38,5	1	70	100%
33-36	34,5	2	69	98,57%
29-32	30,5	6	67	95,71%
25-28	26,5	11	61	87,14%
21-24	22,5	15	50	71,43%
17-20	18,5	20	35	50,00%
13-16	14,5	10	15	21,43%
9-12	10,5	4	5	7,14%
5-8	6,5	1	1	1,43%

$$50/70=0,7143$$

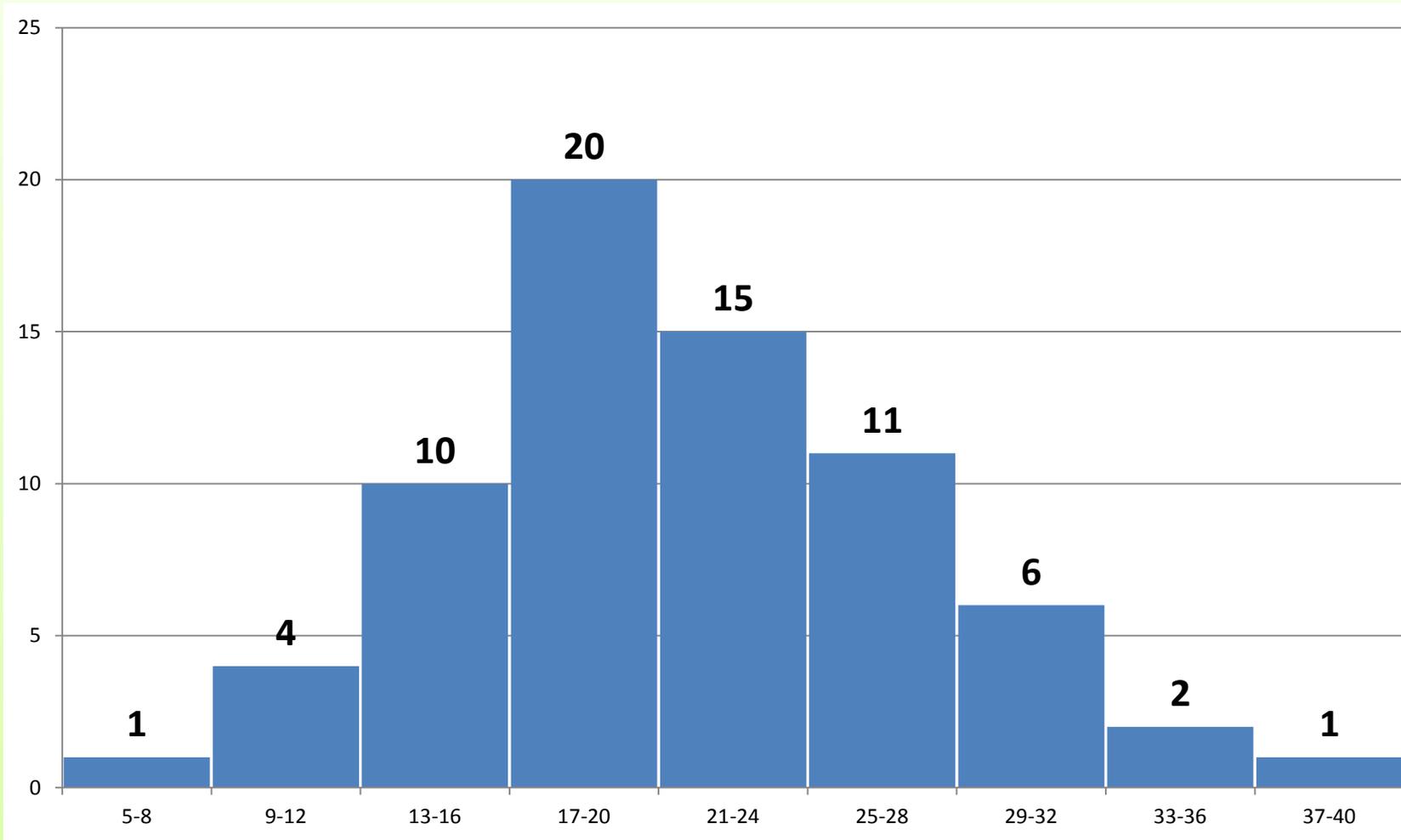
$$\rightarrow 71,43\%$$

**N=70**

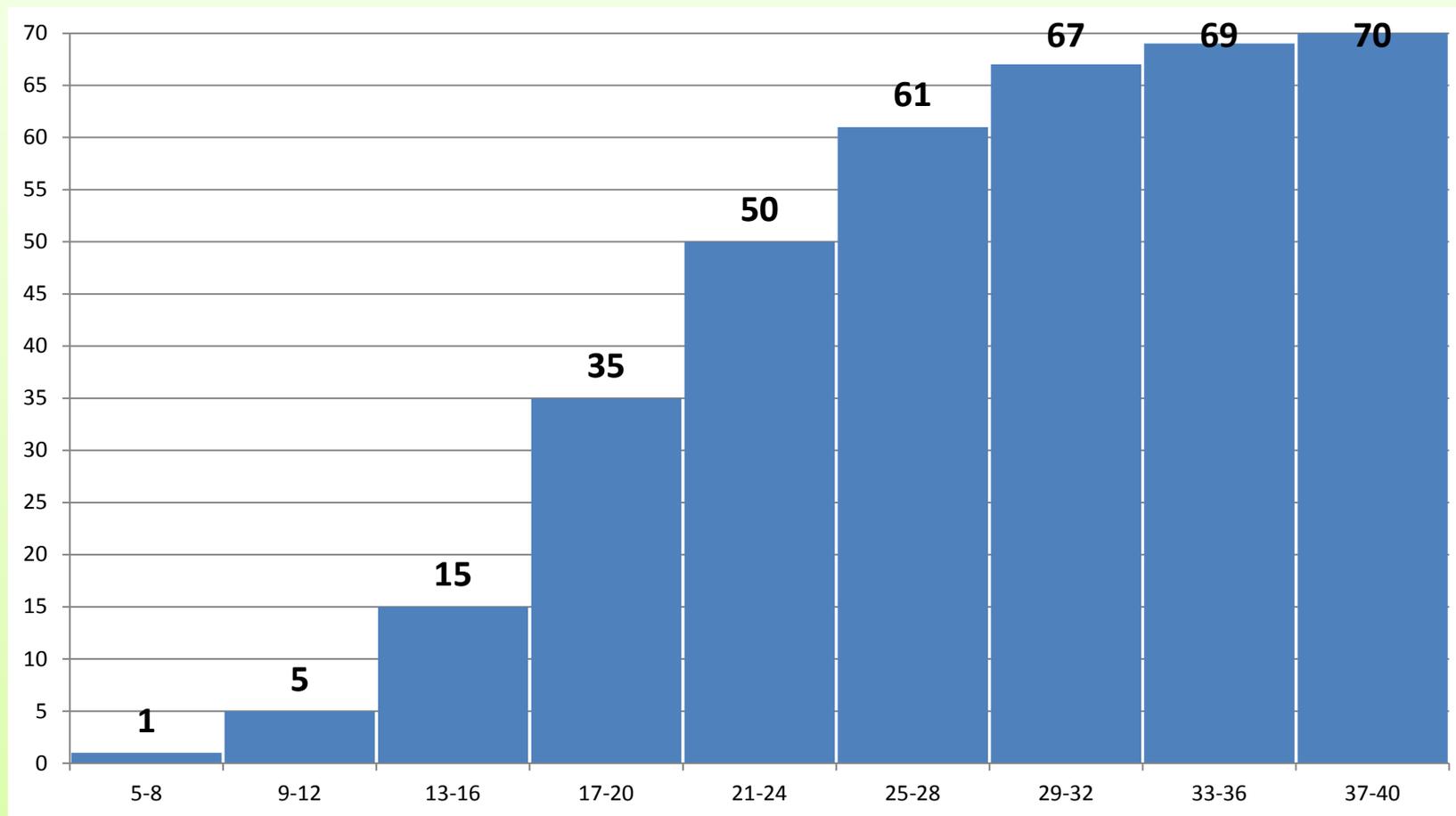
Media=21,186

Desvia Tip=6,296

## 10.5.3 Construcción de un baremo en cuantiles.

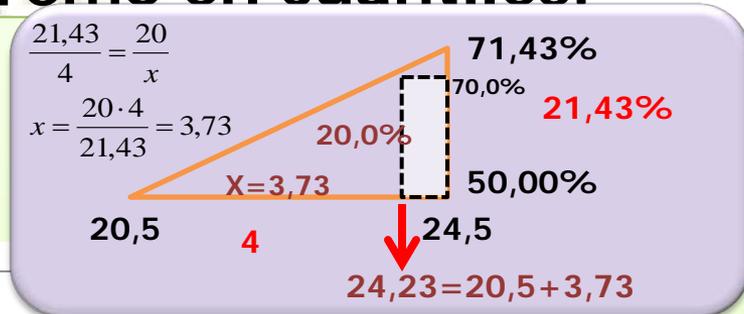


## 10.5.3 Construcción de un baremo en cuantiles.



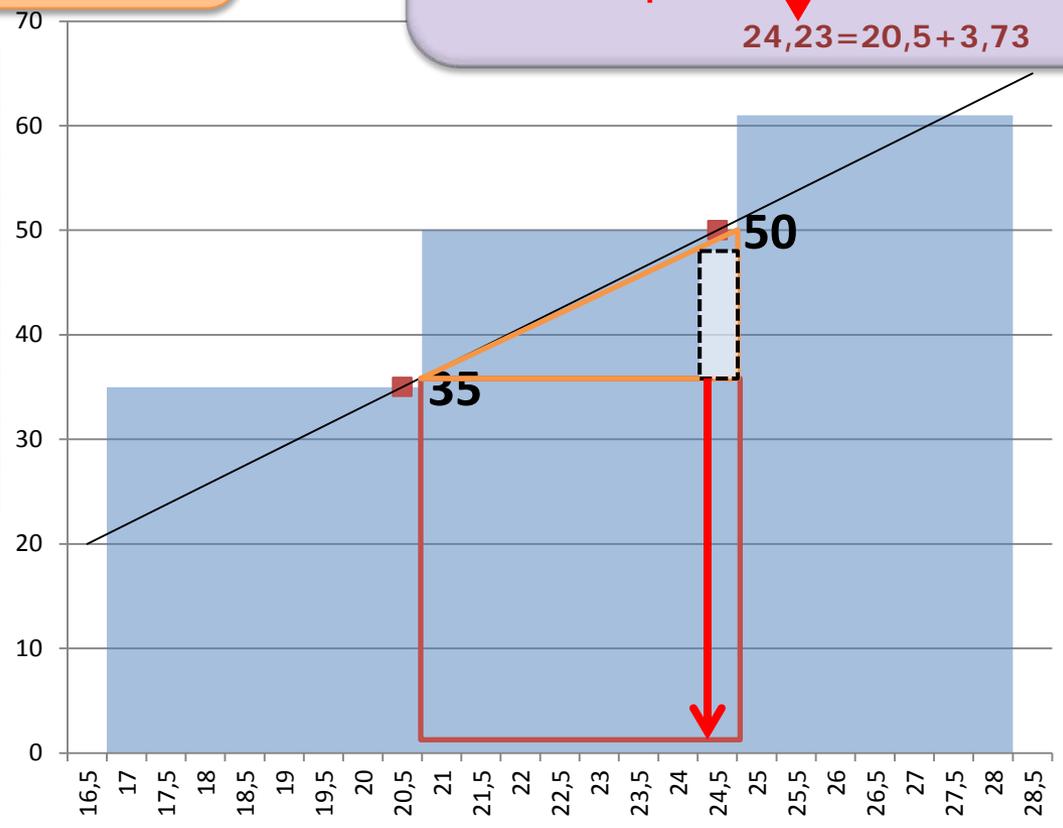
## 10.5.3 Construcción de un baremo en cuantiles.

$$C_m = L_{\text{inf}} + \frac{\left(\frac{C}{100}n\right) - f_{a_{(i-1)}}}{f_i} a_i$$

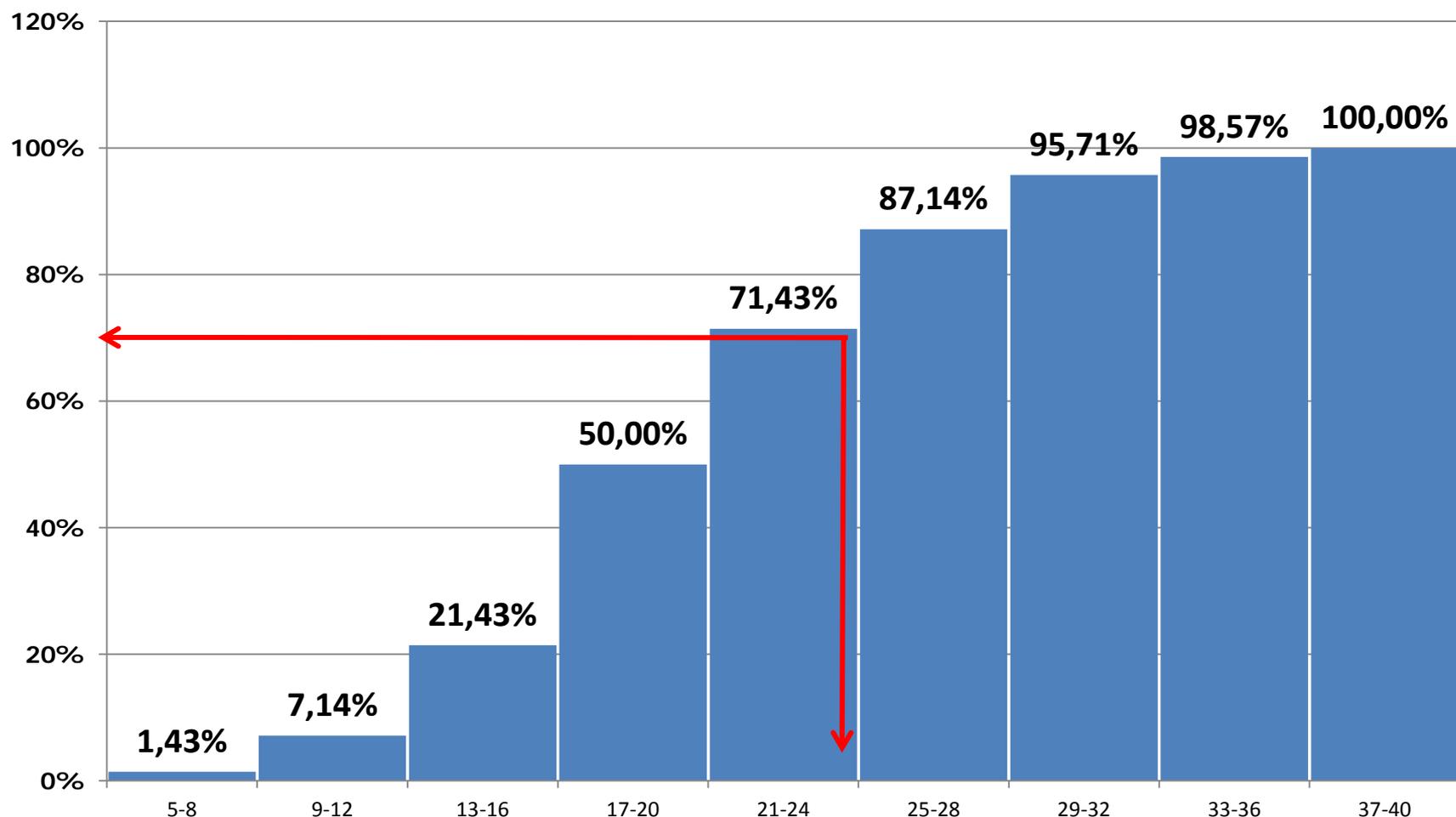


I	Xi	fo	fa	%a
37-40	38,5	1	70	100%
33-36	34,5	2	69	98,57%
29-32	30,5	6	67	95,71%
25-28	26,5	11	61	87,14%
21-24	22,5	15	50	71,43%
17-20	18,5	20	35	50,00%
13-16	14,5	10	15	21,43%
9-12	10,5	4	5	7,14%
5-8	6,5	1	1	1,43%

**N=70**  
 Media=21,186  
 Desvia Tip=6,296



## 10.5.3 Construcción de un baremo en cuantiles.



## 10.5.3 Construcción de un baremo en cuantiles.

### *Normas típicas*

En las puntuaciones centiles se observa que están muy cercanas unas de otras en el centro del baremo, mientras que las distancias aumentan en los valores extremos.

Una forma de evitar esto consiste en expresar la puntuación de cada sujeto tomando una unidad constante de medida. Las variables típicas ( $z$ ) indican la distancia de cada puntuación directa hasta la  $\bar{X}$  del grupo, medida en unidades de  $S$ . Recordamos la fórmula de las puntuaciones típicas:

$$z = \frac{x_i - \bar{x}}{S_t}$$

Los sujetos con puntuaciones superiores a la  $\bar{X}$ , tienen  $z$  positivas, y la tienen negativa en caso contrario.

## 10.5.3 Construcción de un baremo en cuantiles.

$$(37+40)/2=38,5$$

$$61+6=67$$

I	$X_i$	$f_o$	$f_a$	%a	$z_i$
37-40	38,5	1	70	100%	2,75
33-36	34,5	2	69	98,57%	2,11
29-32	30,5	6	67	95,71%	1,48
25-28	26,5	11	61	87,14%	0,84
21-24	22,5	15	50	71,43%	0,21
17-20	18,5	20	35	50,00%	-0,43
13-16	14,5	10	15	21,43%	-1,06
9-12	10,5	4	5	7,14%	-1,70
5-8	6,5	1	1	1,43%	-2,33

**N=70**

Media=21,186

Desvia Tip=6,296

$$(6,5-21,186)/6,296=-2,33$$

## 10.5.4 Puntuaciones típicas normalizadas.

Una distribución de frecuencias se acerca más a la normal, cuanto mayor sea el número de casos ( $N$ ) de la serie, siempre que la variable medida se distribuya normalmente en la población.

Cuando nuestros datos empíricos sean compatibles con la curva normal, tras haberlo comprobado con las correspondientes **pruebas de bondad de ajuste**, es interesante normalizar la distribución, y para ello procedemos a normalizar las puntuaciones típicas ( $z$ ).

**Podemos obtener una puntuación típica normalizada mediante las tablas.**

**Para ello:**

- calculamos el porcentaje de casos que se encuentren por debajo (o por encima) de cada puntuación
- se busca tal porcentaje en la tabla de áreas de la curva normal y se identifica la  $z$  normalizada correspondiente.

## 10.5.4 Puntuaciones típicas normalizadas.

Ejemplo: con los datos de la tabla 10.1

$$\bar{X} = 21,5$$

$$S = 6,29 \quad z = 36,5 - 21,5 / 6,29 = 2,384$$

$X_i = 36,5$  En la tabla 10,1, una puntuación de 36,5 deja por debajo de sí a 69 de 70

Casos  $\rightarrow$  proporción:  $69/70 = 0,9857$

buscamos en tablas de la curva normal esta proporción en la columna B, y

encontramos  $Z_{norm} = 2,19$

Las  $Z_{norm}$  corresponden a una distribución con  $\bar{X} = 0$  y  $S = 1$ . Para evitar los

decimales de las puntuaciones típicas, podemos transformarla en otra distribución con,

,  $\bar{X} = 50$  y  $S = 10$ , dando lugar a las **puntuaciones T**. O bien en otra con  $\bar{X} = 50$  y

$S = 20$ , y tendremos la **escala S**.

A estas escalas se les denomina **puntuaciones típicas derivadas**. En la fig. 10.3 pág. 215, se recoge la equivalencia de varias puntuaciones normalizadas.

## 10.5.4 Puntuaciones típicas normalizadas

$$(37+40)/2=38,5$$

$$61+6=67$$

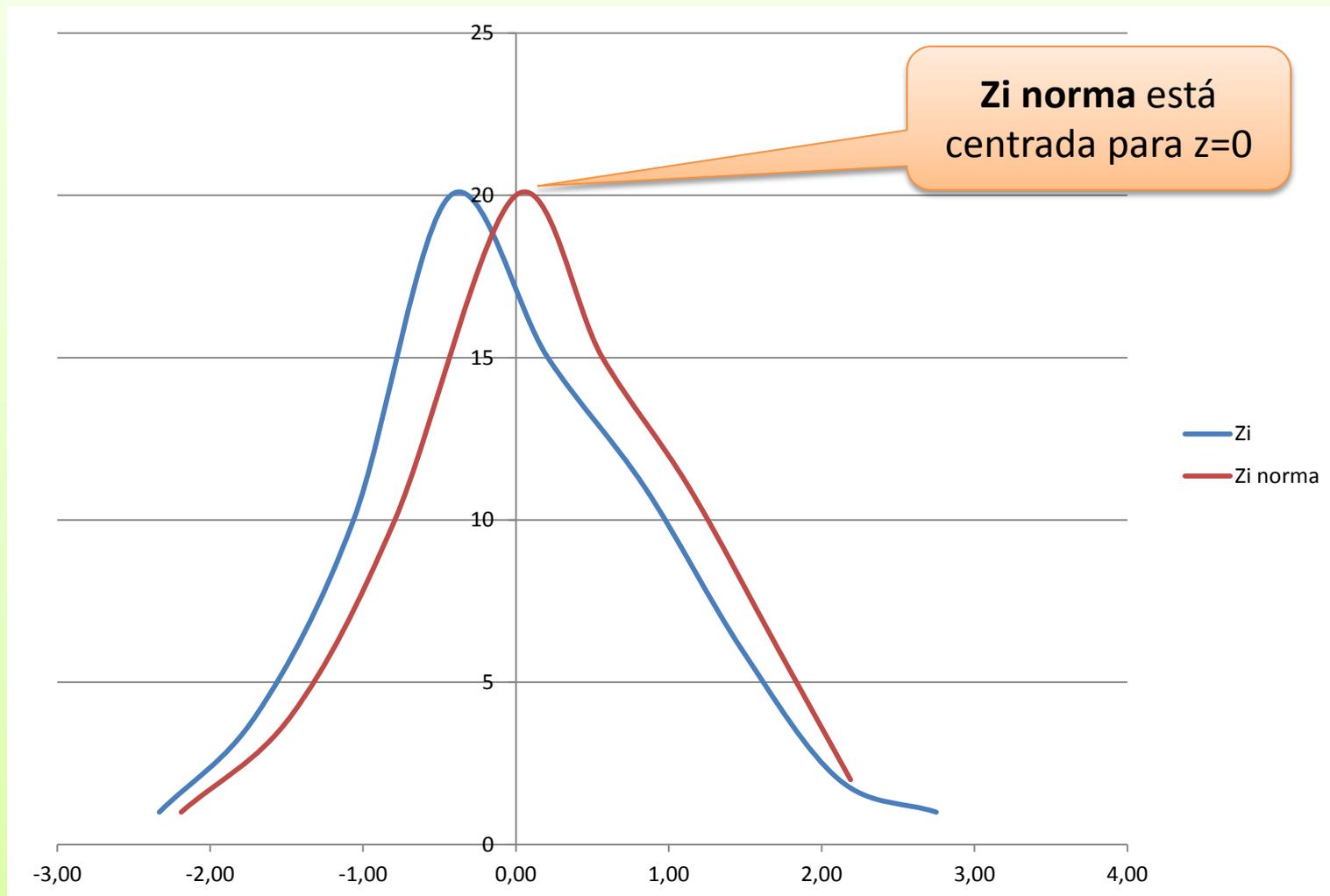
I	Xi	fo	fa	%a	zi	zi norma
37-40	38,5	1	70	100%	2,75	
33-36	34,5	2	69	98,57%	2,11	2,19
29-32	30,5	6	67	95,71%	1,48	1,72
25-28	26,5	11	61	87,14%	0,84	1,13
21-24	22,5	15	50	71,43%	0,21	0,57
17-20	18,5	20	35	50,00%	-0,43	0,00
13-16	14,5	10	15	21,43%	-1,06	-0,79
9-12	10,5	4	5	7,14%	-1,70	-1,47
5-8	6,5	1	1	1,43%	-2,33	-2,19

z tal  
 $P(Z \leq z) = 0,9857$   
 $z = 2,19$

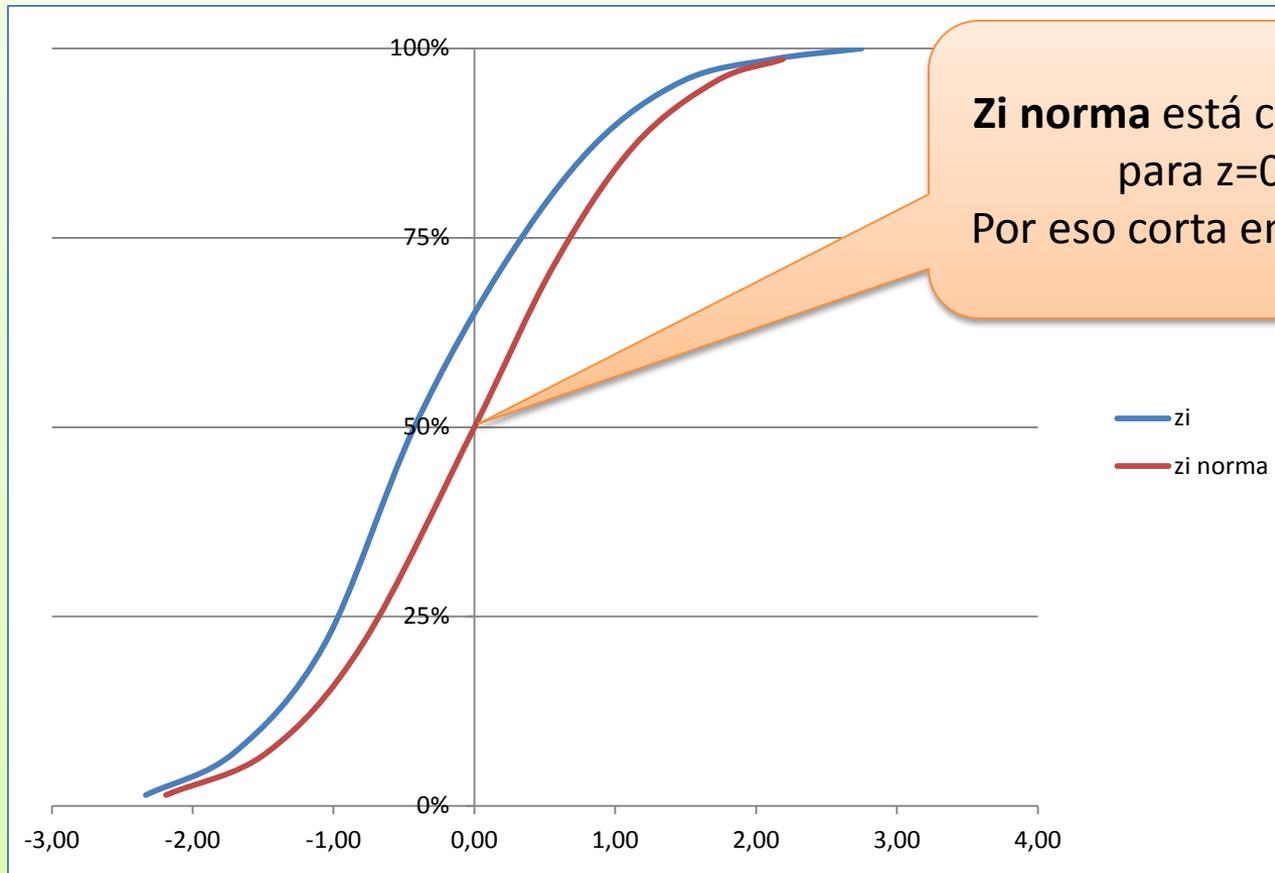
**N = 70**  
 Media = 21,186  
 Desvia Tip = 6,296

$$(6,5 - 21,186) / 6,296 = -2,33$$

## 10.5.4 Puntuaciones típicas normalizadas



## 10.5.4 Puntuaciones típicas normalizadas



**Zi norma** está centrada para  $z=0$   
Por eso corta en el 50%

## 10.5.5 Estaninas y pentas.

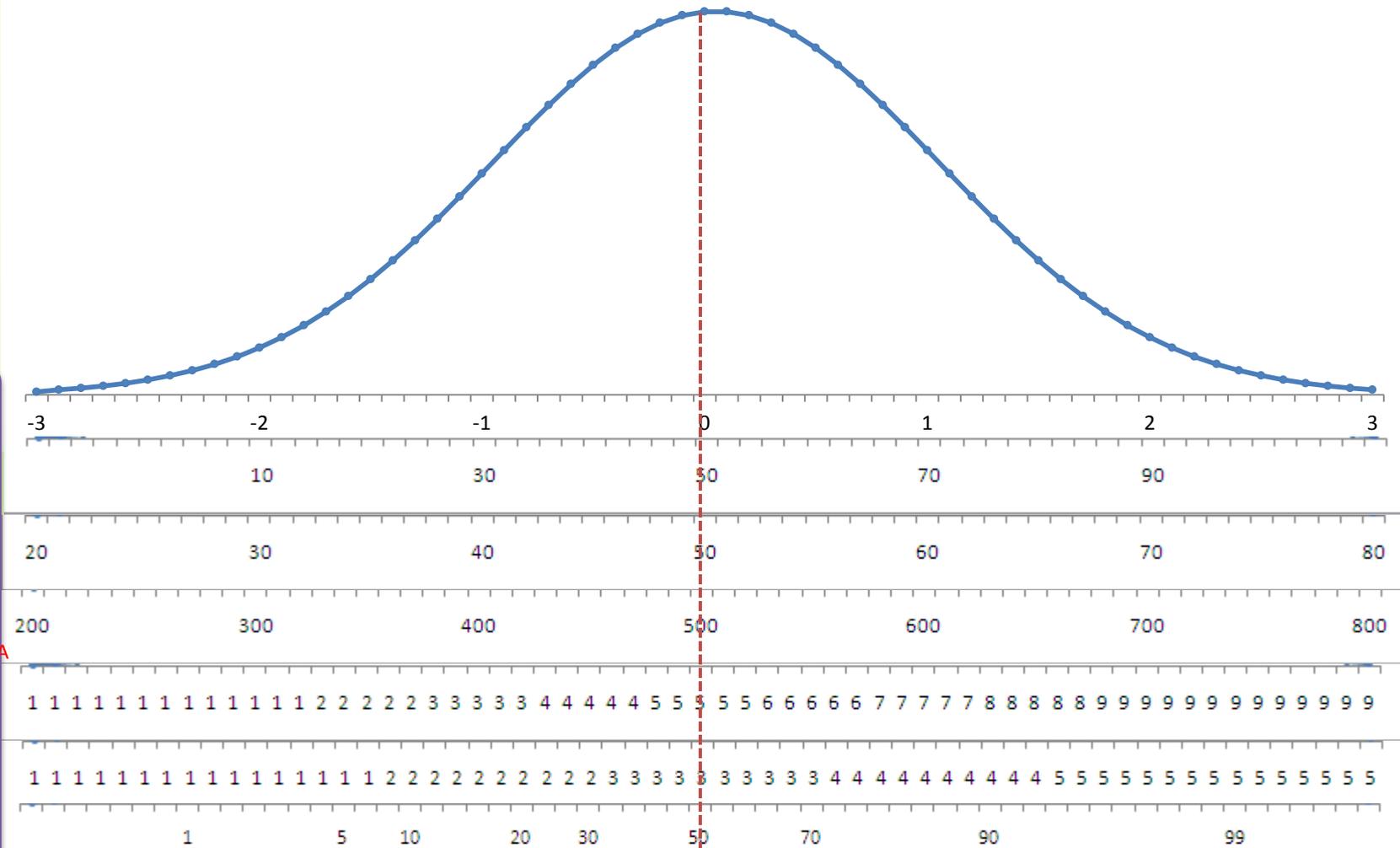
En EEUU es frecuente una escala de 10 rangos (9 puntos de corte), con  $\bar{x} = 5$  y  $S = 2$ . En nuestro país, se utiliza en ocasiones una escala de 5 rangos (4 puntos de corte), con  $\bar{x} = 3$  y  $S = 1$ . La primera se llama de **estaninos o eneatipos**, y la segunda se conoce como **pentas**.

La situación de un sujeto cualquiera en una de estas escalas es muy fácil. Primero calculamos la puntuación  $z$  del sujeto y posteriormente hacemos la transformación:

$$\text{Estaninos} \rightarrow 5 + 2z$$

$$\text{Pentas} \rightarrow 3 + z$$

## 10.5.5 Estaninas y pentas.



Z  
S  
T  
CEEB  
Informe PISA  
E  
P  
C

GRADO EN EDUCACION SOCIAL - A. U. PARLA.

## 10.6 El muestreo.

**Una muestra no es sino una parte, un subconjunto de una población. Una muestra de calidad** es aquella que representa fielmente el conjunto de características de la población. Una muestra debe cumplir ciertas condiciones o exigencias: **las dos fundamentales** de su **adecuado tamaño** y su **selección imparcial**. Ello nos proporcionará **muestras representativas**, que reflejen con fidelidad las características de la población.

## 10.6.1 Tamaño de la muestra.

El tamaño de la muestra está en relación con el de la población, si bien no en una relación directamente proporcional.

Para la fijación del tamaño de las muestras, deberemos atender primeramente al **tamaño de la población**, considerada como **infinita** si tienen + de **100.000 casos**.

Junto a esto, deberemos tomar en consideración otras **tres características que debe fijar el investigador**:

- **nivel de confianza** con el que desea trabajar ( $z$ )
- **error de estimación** que considera adecuado asumir ( $E$ )
- la **proporción** en que la **característica a estudiar** se encuentra en el total de la población. ( $p$ )

## 10.6.1 Tamaño de la muestra.

Así mismo, **debemos suponer la distribución normal** de la característica muestreada.

*Nivel de confianza  $(1-\alpha)\%$  → en distribuciones normales se trabaja con el 95, 99 ó el 99,9% →  $\alpha = 0,05 ; 0,01$  y  $0,001$  respectivamente.*

*Error de estimación → fijado por el investigador en términos de porcentaje. Cuanto menor error se acepte, mayor tamaño deberá tener la muestra.*

*Proporción de una característica en la población → con frecuencia se desconoce este dato, por lo que consideramos que se da en el 50% de la población, representando esto un mayor tamaño para la muestra.*

## 10.6.1 Tamaño de la muestra.

Para el cálculo del tamaño de una muestra contamos con dos fórmulas, según que el tamaño de la población sea:

**Infinita**  $\rightarrow n = \frac{(z^2 \cdot p \cdot q)}{E^2}$

**finita** -----  $\rightarrow n = \frac{(z^2 \cdot p \cdot q \cdot N)}{[E^2 \cdot (N - 1) + (z^2 \cdot p \cdot q)]}$

donde :

N  $\rightarrow$  tamaño de la población

n  $\rightarrow$  tamaño de la muestra

z  $\rightarrow$  valor de la puntuación típica que corresponde al nivel de confianza elegido

E  $\rightarrow$  error de estimación muestral.

## 10.6.2 Procedimiento de selección.

El principal procedimiento de extracción de muestras imparciales es el **muestreo aleatorio simple**. Lo característico de este muestreo es que **todos los sujetos tienen, a priori, las mismas posibilidades** de ser seleccionados para integrar la muestra.

El **muestreo sistemático** es una modalidad del anterior, que nos permite **fijar el primero de los sujetos** de la muestra, y a partir de él, **seleccionar sistemáticamente el resto** sumándole un valor constante, denominado coeficiente de evaluación, que equivale al cociente  $(N/n)$ .

## 10.6.3 Procedimiento de muestreo.

Además de los dos anteriores:

- ❑ *Estratificado* → los sujetos de cada estrato pueden seleccionarse mediante el sistema aleatorio simple o el sistemático.
- ❑ *Por cuotas* → cuando una determinada población está estratificada por nivel de estudios, clase social, consumo de drogas, religión, grupo político al que votan, ---, pueden seleccionarse sujetos representativos de los mismos, a fin de contar con representantes de los diferentes estratos poblacionales.
- ❑ *Incidental o casual* → es el más usual por ser el más asequible. Se toman los sujetos disponibles o asequibles.

## 10.6.4 El error muestral.

La propia teoría de la probabilidad nos va a permitir estimar la magnitud del error muestral para un determinado nivel de confianza. El error muestral puede calcularse mediante dos fórmulas, una se aplica a muestras finitas (<100.000) y la otra para muestras  $\infty$ .

infinita  $\rightarrow$  
$$E = \sqrt{\frac{(z^2 \cdot p \cdot q)}{n}}$$

finita  $\text{-----} \rightarrow$  
$$E = \sqrt{\frac{(z^2 \cdot p \cdot q \cdot N)}{n} \cdot \frac{(N - n)}{(N - 1)}}$$

ver ejem. pág. 221

**Cuanto menor sea el error muestral, menor será el intervalo de confianza**, y ese error muestral será tanto mayor cuanto más elevada sea la seguridad que deseamos tener de que el valor de la característica en la población se encuentra en ese intervalo.

## 10.6.4 El error muestral.

Ejemplo pág. 221

Infinita	finita
Población= 108000	Población=35600
p=q=50	p=35 y q=65
n=1820	n=1583
$E = \sqrt{\frac{(z^2 \cdot p \cdot q)}{n}}$	$E = \sqrt{\frac{(z^2 \cdot p \cdot q \cdot N)}{n} \cdot \frac{(N - n)}{(N - 1)}}$
$E = \sqrt{\frac{(2,58^2 \cdot 50 \cdot 50)}{1820}} = 3,02$	$E = \sqrt{\frac{(2,58^2 \cdot 65 \cdot 35 \cdot 35600)}{1583} \cdot \frac{(35600 - 1583)}{(35600 - 1)}} = 3,02$
Mujeres 46% → 46 ± 3 = 43 y 49	Mujeres 48% → 48 ± 3 = 45 y 51
Hombres 54% → 54 ± 3 = 51 y 57	Hombres 52% → 52 ± 3 = 49 y 55

## 10.6.4 El error muestral.

Ejemplo pág. 221

Infinita

Población= 108000

p=q=50

n=1820

$$E = \sqrt{\frac{(z^2 \cdot p \cdot q)}{n}}$$

$$E = \sqrt{\frac{(2,58^2 \cdot 50 \cdot 50)}{1820}} = 3,02$$

Mujeres 46% → 46 ± 3 = 43 y 49

Hombres 54% → 54 ± 3 = 51 y 57

finita

Población=35600

p=35 y q=65

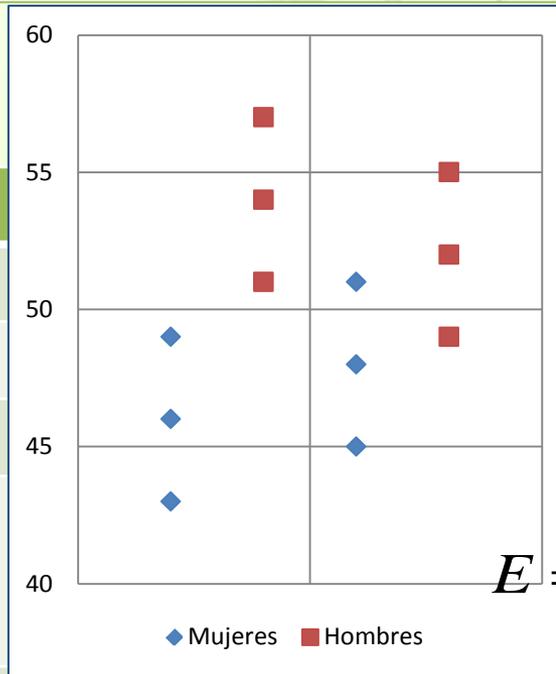
n=1583

$$E = \sqrt{\frac{(z^2 \cdot p \cdot q \cdot N)}{n} \cdot \frac{(N - n)}{(N - 1)}}$$

$$E = \sqrt{\frac{(2,58^2 \cdot 65 \cdot 35 \cdot 35600)}{1583} \cdot \frac{(35600 - 1583)}{(35600 - 1)}} = 3,02$$

Mujeres 48% → 48 ± 3 = 45 y 51

Hombres 52% → 52 ± 3 = 49 y 55



## CAPÍTULO 10

*Normas cronológicas:* C.I. = EM / EC; C.I. = (EM / EC) x 100

*Cuantiles:*

$$C_m = L_{\text{inf}} + \frac{\left(\frac{C}{100} \cdot n\right) - f_{a(i-1)}}{f_i} \cdot a_i$$

El valor  $\left(\frac{C}{100} \cdot n\right)$  toma la forma de  $(D / 10) \times n$  en el caso de los deciles; de  $(Q / 4) \times n$  en el de los cuantiles y de  $(I / 2) \times n$  en el de la Mediana.

*Normas típicas:*

$$z = \frac{X_i - \bar{X}}{s} = \frac{x}{s}$$

*Puntuaciones típicas normalizadas:*

$$T = 50 + 10z$$

$$S = 50 + 20z$$

$$\text{Estaninos: } 5 + 2z$$

$$\text{Pentas: } 3 + z$$

## MUESTREO

$$\text{Tamaño de muestra infinita: } n = \frac{z^2 \cdot p \cdot q}{E^2}$$

$$\text{Tamaño de una muestra finita: } n = \frac{(z^2 \cdot p \cdot q \cdot N)}{E^2(N-1) + (z^2 \cdot p \cdot q)}$$

$$\text{Error muestral para muestras infinitas: } E = \sqrt{\frac{(z^2 \cdot p \cdot q)}{n}}$$

$$\text{Error muestral para muestras finitas: } E = \sqrt{\frac{(z^2 \cdot p \cdot q) \cdot (N-n)}{(N-1) \cdot n}}$$

*Intervalo de confidencial:* IC = puntuación  $\pm$  EM , donde EM es el error muestral.

## Resumen

Baremo o norma.

Suelo y techo.

Regla de medida.

Escalas de medida.

Representatividad.

Tamaño suficiente.

Selección imparcial.

Selección aleatoria.

Normas cuantiles.

Polígono de frecuencias acumuladas.

Normas típicas.

Puntuaciones típicas normalizadas.

Estaninas y pentas.

Tamaño de la muestra.

Nivel de confianza.

Error de estimación.

Procedimientos de selección.

Procedimientos de muestreo.

Error muestral.

## Fe de erratas

### TEMA 10

#### Los baremos. Muestreo y aplicaciones

#### **LAS ERRATAS CORREGIDAS SE MARCAN EN ROJO**

##### **Pág. 203**

En el primer caso, bastaría decir que la mediana del grupo de niños del que ese alumno forma parte es de 22 puntos para tener ya una primera idea del valor de esos 35. Si, además, supiéramos que **de** la puntuación...

##### **Pág. 207, nota 14 a pie de página**

El intervalo de confianza es el conjunto de puntuaciones entre cuyos límites se considera que estará la verdadera puntuación de la población, si bien no con seguridad sino para un determinado nivel de probabilidad (por lo general el **0,95 o 0,99, esto es, 95 o el 99%**).

## Fe de erratas

Pág. 210. Tabla 10.1

I	$X_i$	$f_i$	$f_a$	$\%_a$	$Z_i$	$Z_{norm}$
37-40	38,5	1	70	100	2,75	
33-36	34,4	2	69	98,57	2,12	2,19
29-32	30,5	6	67	95,71	1,48	1,72
25-28	26,5	11	61	<b>87,14</b>	0,84	<b>1,13</b>
21-24	22,5	15	50	71,43	0,21	0,57
17-20	18,5	20	35	50	-0,425	0
13-16	14,5	10	15	21,43	-1,06	-0,79
9-12	10,5	4	5	7,14	-1,70	<b>-1,465</b>
5- 8	6,5	1	1	1,43	-2,33	-2,19
		N = 70 Media: $1482,8 : 70$ $= 21,18$ $s = 6,296$				

## Pág. 215

En el caso de otro sujeto con puntuación directa de 13, su  $z = -1,35$ . Si deseamos obtener su  $z$  normalizada deberemos comprobar qué % de casos deja por debajo de sí. Como 13 deja 6 casos, el % es de 8,57. En la tabla de áreas de la curva normal, columna “área de la parte menor”, encontramos que  $z = -1,37$  supera al 8,53 %. Esta sería, por tanto, su  $z$  normalizada<sup>1</sup>.

## Fe de erratas

La figura 10.3 recoge la equivalencia de una serie de puntuaciones normalizadas. Vale la pena señalar que las normas o baremos utilizados en PISA toman como media = 500 y  $s = 100$ . Por tanto, a una alumna que obtenga 600 puntos se corresponde una puntuación normalizada en PISA igual a +1; si fuera -1 su puntuación directa sería de 400 puntos y si hubiera obtenido 950 su puntuación normalizada sería de **+4.5**.

**Pág. 216**

### Estaninas y pentas

En los EE.UU se utiliza frecuentemente una escala de diez rangos, creados a partir de 9 puntos –estanina = contracción de *standard nine*- cuya media es de 5 y su desviación típica de 2. En nuestro país se utiliza con cierta frecuencia una escala de cinco rangos, denominada *pentas*, que permite dividir la serie en cinco grandes bloques, cuyos límites en puntuaciones  $z$  se aprecian en la Tabla 10.3. La escala de pentas tiene como media 3 y como desviación típica **1**.

## Fe de erratas

### Pág. 218

Para el cálculo del tamaño de la muestra contamos con dos fórmulas diferentes, según que el tamaño de la población de origen sea **infinita** (10.3) o **finita** (10.4):

(...)

Donde  $N$  es el tamaño de la población,  $n$  el de la muestra;  $z$  es el valor que corresponde al nivel de confianza elegido (número de desviaciones típicas precisas para que la curva normal deje en su interior el 95, 99, 99,9 % etc.) y  $p$  y  $q$  el correspondiente a la proporción de la característica en la población.  **$E$  representa el error de estimación admitido por el investigador.** Tanto  $z$  como  $E$  están elevados al cuadrado.

### Pág. 220

El muestreo sistemático es una modalidad del anterior que nos permite fijar el primero de los sujetos de la muestra y, a partir de él, seleccionar sistemáticamente el resto sumándole un valor constante, en concreto el denominado *coeficiente de elevación*, esto es, el cociente entre el tamaño de la población y el de la muestra. Por ejemplo, en nuestro primer caso, tal coeficiente sería:  $108000 / 1849 = 58,41$ . Pues bien: seleccionado al azar el primer caso, seguiríamos eligiendo en las tablas de **58 en 58**, hasta llegar a los **1849** que integran la muestra.

## Fe de erratas

### Pág. 221

Así, en el caso de las dos muestras anteriores, para poblaciones de 108.000 y 35.600 casos respectivamente, los errores muestrales, para el caso de que  $p = q = 50$  en el primer caso, y de que  $p = 35$  y  $q = 65$  en el segundo, tendríamos:

- $E = \sqrt{(2,56^2 * 50 * 50) / 1849} = 3$
- $E = \sqrt{[(2,56^2 * 65 * 35 / 1607) * (35.600 - 1607) / (35.599)]} = \sqrt{9,42 * 0.955} = \sqrt{8,996} = 3$
- En caso de que las proporciones de  $p$  y  $q$  fueran, como en el caso anterior, de  $50 * 50$ , el valor resultante sería de **3,14**. ( $\sqrt{10,35 * 0.955} = \sqrt{9,88} = 3,14$ )

(...)

Así, asumiendo que en una muestra de 1.849 adultos, de una población de 108.000 que no obtuvieron el graduado en Educación Secundaria Obligatoria, distribuida normalmente, el 46 % fueron mujeres, podemos crear un intervalo de confianza, para una probabilidad del 99 %, sumando y restando a ese 46 % el valor del error muestral, esto es:

$$46 \pm 3 = 43 \text{ y } 49.$$

## Fe de erratas

### **Pág. 222**

Ahora sí podemos afirmar que, en toda la población, con una probabilidad del 0.99 (nivel de confianza del 99 %) el número de **sujetos** que no obtuvieron el graduado es superior entre los varones que entre las mujeres.

### **Página 219:**

La primera fórmula dice:  $N = (2,58\dots)$  debe decir  $n = (2,58\dots)$

# PREGUNTAS

Exámenes  
anteriores



1

La construcción de un baremo de calidad depende de. ...

Seleccione una:

- a. El número de ítems
- b. La muestra utilizada
- c. La población medida

2

El muestreo más habitual, aunque no el mejor, es el Conocido como:

Seleccione una:

- a. Por cuotas
- b. Estratificado
- c. Incidental

1

La construcción de un baremo de calidad depende de. ...

Seleccione una:

- a. El número de ítems
- b. La muestra utilizada ✓
- c. La población medida

La respuesta correcta es: La muestra utilizada

2

El muestreo más habitual, aunque no el mejor, es el Conocido como:

Seleccione una:

- a. Por cuotas
- b. Estratificado
- c. Incidental ✓

La respuesta correcta es: Incidental

3

¿Cuales son las estrategias que nos permiten minimizar el error, en un experimento?

Seleccione una:

- a. La validación y la repetición
- b. La aleatorización y la validación
- c. La repetición y la aleatorización

4

La construcción de un baremo de calidad depende de. ...

Seleccione una:

- a. El número de ítems
- b. La muestra utilizada
- c. La población medida

3

¿Cuales son las estrategias que nos permiten minimizar el error, en un experimento?

Seleccione una:

- a. La validación y la repetición
- b. La aleatorización y la validación
- c. La repetición y la aleatorización ✓

La respuesta correcta es: La repetición y la aleatorización

4

La construcción de un baremo de calidad depende de ...

Seleccione una:

- a. El número de ítems
- b. La muestra utilizada ✓
- c. La población medida

La respuesta correcta es: La muestra utilizada