Nombre: .... Apellidos: ....

DNI: .... Grado: ....

Examen de Cálculo - Convocatoria de Diciembre (Tipo A)

Grados en Ingeniería EPSE

Universidad Miguel Hernández de Elche - Jueves 10 de Septiembre de 2015

INSTRUCCIONES : Leer atentamente antes de empezar el examen.

- El tiempo disponible es de tres horas
- No está permitido el uso de calculadoras de ningún tipo
- Se deben realizar los ejercicios 1 y 2, y dos a elegir entre el 3, el 4 y el 5
- El examen vale el 85% de la nota final de la asignatura. El 15% restante corresponde a las prácticas de ordenador
- Es necesario identificarse (DNI o tarjeta de estudiante) al entregar el examen

Ejercicio 1 (2 pts.): Tipo test; consta de cinco preguntas tipo test, cada una con tres opciones a elegir. Para cada pregunta hay una única opción correcta. Se debe elegir una única opción. Si la respuesta elegida es correcta suma 0.4 puntos. Si la respuesta es incorrecta resta 0.2 puntos. Las preguntas sin responder no suman ni restan.

Test 1) El límite $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin x - \tan x}{x - \sin x}$ vale:

☐ -3
☐ 3
☐ 0

Test 2) Sea $A = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^3 \leq y \leq x\right\}$. Se tiene que:

☐ A es compacto
☐ A es conexo
☐ A no tiene puntos aislados

Test 3) Sabiendo que $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ verifica $D_{(1,2)}f\,(0,0) = 3$ y $D_{(2,3)}f\,(0,0) = 5$, podemos asegurar que:

☐ f es continua en $(0,0)$
☐ f no es diferenciable en $(0,0)$
☐ Si f es diferenciable en $(0,0)$, entonces $\dfrac{\partial f}{\partial x}(0,0) = \dfrac{\partial f}{\partial y}(0,0)$

Test 4) Sabiendo que la ecuación $e^{x+y+z} + xy^2z^3 - 1 = 0$ define a cualquiera de sus variables como función implícita de las otras dos en un entorno de $(x,y,z) = (0,-1,1)$, se tiene:

☐ $\dfrac{\partial x}{\partial z}(-1,1) = 1/2$
☐ $\dfrac{\partial x}{\partial y}(-1,1) = -1$
☐ $\dfrac{\partial y}{\partial z}(0,1) = -1$

Test 5) $\sum_{n=1}^{+\infty} \dfrac{(-1)^n}{n}$ vale:

☐ $-1/2$
☐ $\ln 2$
☐ $\ln(1/2)$

Ejercicio 2 (2.5 pts): Dada la función $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x, y) := x^2 - y^2 (x - 2)$, se pide:

a) (1.25 pt.) Calcular los puntos críticos de f y clasificarlos.

b) (1.25 pt.) Hallar los extremos absolutos de f en el conjunto $K := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \geq 0,\ y \geq 0,\ y \leq -x + 6\}$.

Elegir dos, y sólo dos, de los siguientes ejercicios:

Ejercicio 3 (2 pts): Sea $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ la función dada por

$$f(x, y) := \begin{cases} \dfrac{y^5 - x^2 y}{x^2 + y^4} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

a) (0.75 pt.) Estudiar la continuidad de f en el punto $(0, 0)$.

b) (0.75 pt.) Calcular las derivadas parciales de primer orden de f en cualquier punto de $\mathbb{R}^2$.

c) (0.5 pt.) ¿Puede ser f diferenciable en $(0, 0)$? En caso afirmativo decir quien sería el candidato a diferencial y en caso negativo justificar la respuesta.

Ejercicio 4 (2 pts): Calcular la integral doble

$$\iint_R \sqrt{x^2 + y^2 + 1}\, d(x, y)$$

siendo $R := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y \geq |x|\,,\ x^2 + y^2 \leq 8\}$.

Ejercicio 5 (2 pts): Calcular la integral de línea

$$\oint_C \frac{-x}{x^2 + y^2} dx + \frac{y}{x^2 + y^2} dy$$

donde C es la frontera del rectángulo con vértices $(-2, 1)$, $(-2, 3)$, $(1, 3)$, $(1, 1)$ orientada positivamente.

Nombre: .... Apellidos: ....

DNI: .... Grado: ....

Examen de Cálculo - Convocatoria de Diciembre (Tipo B)

Grados en Ingeniería EPSE

Universidad Miguel Hernández de Elche - Jueves 10 de Septiembre de 2015

INSTRUCCIONES : Leer atentamente antes de empezar el examen.

- El tiempo disponible es de tres horas
- No está permitido el uso de calculadoras de ningún tipo
- Se deben realizar los ejercicios 1 y 2, y dos a elegir entre el 3, el 4 y el 5
- El examen vale el 85% de la nota final de la asignatura. El 15% restante corresponde a las prácticas de ordenador
- Es necesario identificarse (DNI o tarjeta de estudiante) al entregar el examen

Ejercicio 1 (2 pts.): Tipo test; consta de cinco preguntas tipo test, cada una con tres opciones a elegir. Para cada pregunta hay una única opción correcta. Se debe elegir una única opción. Si la respuesta elegida es correcta suma 0.4 puntos. Si la respuesta es incorrecta resta 0.2 puntos. Las preguntas sin responder no suman ni restan.

Test 1) Sea $A = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^3 \leq y < x\right\}$. Se tiene que:

☐ A es abierto
☐ A no es acotado
☐ $(0,0)$ es un punto aislado de A

Test 2) El límite $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x - \sin x}{\sin x - \tan x}$ vale:

☐ $+\infty$
☐ $1/3$
☐ $-1/3$

Test 3) Sabiendo que la ecuación $e^{x+y+z} + xy^2z^3 - 1 = 0$ define a cualquiera de sus variables como función implícita de las otras dos en un entorno de $(x,y,z) = (0,-1,1)$, se tiene:

☐ $\dfrac{\partial z}{\partial y}(0,-1) = -1$
☐ $\dfrac{\partial y}{\partial x}(0,1) = -1$
☐ $\dfrac{\partial z}{\partial x}(0,-1) = 2$

Test 4) $\sum_{n=1}^{+\infty} \dfrac{(1/2)^n}{n}$ vale:

☐ $1/2$
☐ $\ln 2$
☐ $\ln(1/2)$

Test 5) Sabiendo que $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ verifica $D_{(1,2)}f(0,0) = 3$, $D_{(2,3)}f(0,0) = 5$ y $D_{(1,1)}f(0,0) = 4$, podemos asegurar que:

☐ f es continua en $(0,0)$
☐ f no es diferenciable en $(0,0)$
☐ Si f es diferenciable en $(0,0)$, entonces $\dfrac{\partial f}{\partial x}(0,0) \neq \dfrac{\partial f}{\partial y}(0,0)$

Ejercicio 2 (2.5 pts): Dada la función $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x, y) := x^2 - y^2(x-2)$, se pide:

a) (1.25 pt.) Calcular los puntos críticos de f y clasificarlos.

b) (1.25 pt.) Hallar los extremos absolutos de f en el conjunto $K := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \geq 0,\ y \geq 0,\ y \leq -x + 6\}$.

Elegir dos, y sólo dos, de los siguientes ejercicios:

Ejercicio 3 (2 pts): Sea $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ la función dada por

$$f(x,y) := \begin{cases} \dfrac{y^5 - x^2 y}{x^2 + y^4} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

a) (0.75 pt.) Estudiar la continuidad de f en el punto $(0, 0)$.

b) (0.75 pt.) Calcular las derivadas parciales de primer orden de f en cualquier punto de $\mathbb{R}^2$.

c) (0.5 pt.) ¿Puede ser f diferenciable en $(0, 0)$? En caso afirmativo decir quien sería el candidato a diferencial y en caso negativo justificar la respuesta.

Ejercicio 4 (2 pts): Calcular la integral doble

$$\iint_R \sqrt{x^2 + y^2 + 1}\, d(x,y)$$

siendo $R := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y \geq |x|,\ x^2 + y^2 \leq 8\}$.

Ejercicio 5 (2 pts): Calcular la integral de línea

$$\oint_C \frac{-x}{x^2 + y^2} dx + \frac{y}{x^2 + y^2} dy$$

donde C es la frontera del rectángulo con vértices $(-2, 1)$, $(-2, 3)$, $(1, 3)$, $(1, 1)$ orientada positivamente.

Nombre: .... Apellidos: ....

DNI: .... Grado: ....

Examen de Cálculo - Convocatoria de Diciembre (Tipo C)

Grados en Ingeniería EPSE

Universidad Miguel Hernández de Elche - Jueves 10 de Septiembre de 2015

INSTRUCCIONES : Leer atentamente antes de empezar el examen.

- El tiempo disponible es de tres horas
- No está permitido el uso de calculadoras de ningún tipo
- Se deben realizar los ejercicios 1 y 2, y dos a elegir entre el 3, el 4 y el 5
- El examen vale el 85% de la nota final de la asignatura. El 15% restante corresponde a las prácticas de ordenador
- Es necesario identificarse (DNI o tarjeta de estudiante) al entregar el examen

Ejercicio 1 (2 pts.): Tipo test; consta de cinco preguntas tipo test, cada una con tres opciones a elegir. Para cada pregunta hay una única opción correcta. Se debe elegir una única opción. Si la respuesta elegida es correcta suma 0.4 puntos. Si la respuesta es incorrecta resta 0.2 puntos. Las preguntas sin responder no suman ni restan.

Test 1) Sabiendo que la ecuación $e^{x+y+z}+xy^2z^3-1=0$ define a cualquiera de sus variables como función implícita de las otras dos en un entorno de $(x,y,z)=(0,-1,1)$, se tiene:

☐ $\frac{\partial x}{\partial z}(-1,1)=-1/2$
☐ $\frac{\partial x}{\partial y}(-1,1)=-1$
☐ $\frac{\partial y}{\partial z}(0,1)=1$

Test 2) $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1/2)^n}{n}$ vale:

☐ $e^{-1/2}$
☐ $\ln 2-\ln 3$
☐ $\ln 3-\ln 2$

Test 3) El límite $\lim_{x\to 0}\frac{\tan x-\sin x}{x-\sin x}$ vale:

☐ 0
☐ -3
☐ 3

Test 4) Sabiendo que $f:\mathbb{R}^2\longrightarrow\mathbb{R}$ verifica $D_{(1,2)}f(0,0)=3$ y $D_{(2,3)}f(0,0)=5$, podemos asegurar que:

☐ Si f es diferenciable en $(0,0)$, entonces $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)=1$
☐ f es diferenciable en $(0,0)$
☐ f no es continua en $(0,0)$

Test 5) Sea $A=\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid x^3<y\leq x\right\}$. Se tiene que:

☐ A no es conexo
☐ A es cerrado
☐ Los puntos aislados de A son $(-1,-1)$, $(0,0)$ y $(1,1)$.

Ejercicio 2 (2.5 pts): Dada la función $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x, y) := x^2 - y^2 (x - 2)$, se pide:

a) (1.25 pt.) Calcular los puntos críticos de f y clasificarlos.

b) (1.25 pt.) Hallar los extremos absolutos de f en el conjunto $K := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \geq 0,\ y \geq 0,\ y \leq -x + 6\}$.

Elegir dos, y sólo dos, de los siguientes ejercicios:

Ejercicio 3 (2 pts): Sea $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ la función dada por

$$f(x,y) := \begin{cases} \dfrac{y^5 - x^2 y}{x^2 + y^4} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

a) (0.75 pt.) Estudiar la continuidad de f en el punto $(0, 0)$.

b) (0.75 pt.) Calcular las derivadas parciales de primer orden de f en cualquier punto de $\mathbb{R}^2$.

c) (0.5 pt.) ¿Puede ser f diferenciable en $(0, 0)$? En caso afirmativo decir quien sería el candidato a diferencial y en caso negativo justificar la respuesta.

Ejercicio 4 (2 pts): Calcular la integral doble

$$\iint_R \sqrt{x^2 + y^2 + 1}\, d(x, y)$$

siendo $R := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y \geq |x|,\ x^2 + y^2 \leq 8\}$.

Ejercicio 5 (2 pts): Calcular la integral de línea

$$\oint_C \frac{-x}{x^2 + y^2} dx + \frac{y}{x^2 + y^2} dy$$

donde C es la frontera del rectángulo con vértices $(-2, 1)$, $(-2, 3)$, $(1, 3)$, $(1, 1)$ orientada positivamente.

Nombre: .... Apellidos: ....

DNI: .... Grado: ....

Examen de Cálculo - Convocatoria de Diciembre (Tipo D)

Grados en Ingeniería EPSE

Universidad Miguel Hernández de Elche - Jueves 10 de Septiembre de 2015

INSTRUCCIONES : Leer atentamente antes de empezar el examen.

- El tiempo disponible es de tres horas
- No está permitido el uso de calculadoras de ningún tipo
- Se deben realizar los ejercicios 1 y 2, y dos a elegir entre el 3, el 4 y el 5
- El examen vale el 85% de la nota final de la asignatura. El 15% restante corresponde a las prácticas de ordenador
- Es necesario identificarse (DNI o tarjeta de estudiante) al entregar el examen

Ejercicio 1 (2 pts.): Tipo test; consta de cinco preguntas tipo test, cada una con tres opciones a elegir. Para cada pregunta hay una única opción correcta. Se debe elegir una única opción. Si la respuesta elegida es correcta suma 0.4 puntos. Si la respuesta es incorrecta resta 0.2 puntos. Las preguntas sin responder no suman ni restan.

Test 1) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(1/3)^n}{n}$ vale:

☐ $\ln 3 - \ln 2$
☐ $\ln 2 - \ln 3$
☐ $\sqrt{3}$

Test 2) Sabiendo que la ecuación $e^{x+y+z} + xy^2z^3 - 1 = 0$ define a cualquiera de sus variables como función implícita de las otras dos en un entorno de $(x, y, z) = (0, -1, 1)$, se tiene:

☐ $\frac{\partial y}{\partial x}(0, 1) = 1$
☐ $\frac{\partial z}{\partial x}(0, -1) = -2$
☐ $\frac{\partial z}{\partial y}(0, -1) = -2$

Test 3) Sea $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^3 < y < x\}$. Se tiene que:

☐ El interior de A es vacío
☐ A es conexo
☐ $(1/2, 1/2) \in frA$

Test 4) El límite $\lim_{x\to 0} \frac{x - \sin x}{\tan x - \sin x}$ vale:

☐ $-1/3$
☐ $+\infty$
☐ $1/3$

Test 5) Sabiendo que $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ es diferenciable en $(0, 0)$ y verifica $D_{(1,2)}f(0, 0) = 3$ y $D_{(2,3)}f(0, 0) = 5$, podemos asegurar que:

☐ f no es continua en $(0, 0)$
☐ $\frac{\partial f}{\partial y}(0, 0) = 1$
☐ $\frac{\partial f}{\partial x}(0, 0) \neq \frac{\partial f}{\partial y}(0, 0)$

Ejercicio 2 (2.5 pts): Dada la función $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x,y) := x^2 - y^2(x-2)$, se pide:

a) (1.25 pt.) Calcular los puntos críticos de f y clasificarlos.

b) (1.25 pt.) Hallar los extremos absolutos de f en el conjunto $K := \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \geq 0,\ y \geq 0,\ y \leq -x+6\}$.

Elegir dos, y sólo dos, de los siguientes ejercicios:

Ejercicio 3 (2 pts): Sea $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ la función dada por

$$f(x,y) := \begin{cases} \dfrac{y^5 - x^2 y}{x^2 + y^4} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

a) (0.75 pt.) Estudiar la continuidad de f en el punto $(0,0)$.

b) (0.75 pt.) Calcular las derivadas parciales de primer orden de f en cualquier punto de $\mathbb{R}^2$.

c) (0.5 pt.) ¿Puede ser f diferenciable en $(0,0)$? En caso afirmativo decir quien sería el candidato a diferencial y en caso negativo justificar la respuesta.

Ejercicio 4 (2 pts): Calcular la integral doble

$$\iint_R \sqrt{x^2 + y^2 + 1}\, d(x,y)$$

siendo $R := \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid y \geq |x|,\ x^2 + y^2 \leq 8\}$.

Ejercicio 5 (2 pts): Calcular la integral de línea

$$\oint_C \frac{-x}{x^2+y^2}dx + \frac{y}{x^2+y^2}dy$$

donde C es la frontera del rectángulo con vértices $(-2,1)$, $(-2,3)$, $(1,3)$, $(1,1)$ orientada positivamente.