Análisis I - febrero 2019
1ª semana

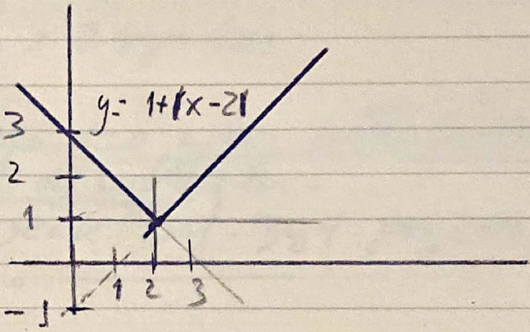
1a- $6x^2-5x\le -1$; $(2x-1)(3x-1)\le 0$

$$\left.\begin{array}{l} x\le 1/2 \text{ y } x\ge 1/3 \ ; \ x\le 1/3 \text{ y } x\ge 1/2 \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{[1/3 , 1/2]\ni x}$$

1b- $P\equiv(1,2)$, $\{x+2y=3 \cap 2x-3=-1\}$
Las coordenadas del punto de intersección de las rectas verifica $\{(x+2y-3)+k(2x-3y+1)=0, \forall k\}$, que es la ecuación de una recta que pasa por $(1,2)$ si $k=2/3$. Luego la ecuación de la recta pedida es $x+2y-3+\frac{2}{3}(2x-3y+1)=0$, es decir, $\boxed{x=1}$.

1c-

$$f(x)=1+|x-2| = 1+\begin{cases} x-2 & \text{si } x\ge 2 \\ 2-x & \text{si } x<2 \end{cases}$$



2a- $f(x)=\dfrac{|x-2|}{x^2+x-6}$, $|x-2|=\begin{cases} x-2 & \text{si } x>2 \\ -(x-2) & \text{si } x<2 \end{cases}$

$$\lim_{\substack{x\to 2\\ x<2}} f(x) = \lim_{\substack{x\to 2\\ x<2}} \frac{-(x-2)}{x^2+x-6} = \frac{-(x-2)}{(x-2)(x+3)} = \boxed{-1/5}$$

$$\lim_{\substack{x\to 2\\ x>2}} f(x) = \lim_{\substack{x\to 2\\ x>2}} \frac{x-2}{x^2+x-6} = \frac{x-2}{(x-2)(x+3)} = \boxed{1/5}$$

2b- $y=\dfrac{x^5\sqrt{3+x^6}}{(4+x^2)^3}$ ¿y'?

$$y'=\frac{1}{(4+x^2)^6}\left[(4+x^2)^3\left[5x^4\sqrt{3+x^6}+x^5\left(\frac{3x^5}{\sqrt{3+x^6}}\right)\right] - x^5\sqrt{3+x^6}\left[3(4+x^2)^2(2x)\right]\right] =$$

$$=\frac{(4+x^2)\left[5x^4(3+x^6)+3x^{10}\right]-x^5(3+x^6)(6x)}{(4+x^2)^4\sqrt{3+x^6}} =$$

$$=\boxed{\frac{60x^4-3x^6+32x^{10}+2x^{12}}{(4+x^2)^4\sqrt{3+x^6}}}$$

2C- Sea A el área del cuadrado, S la longitud del lado y L la de la diagonal

$$L^2 = S^2 + S^2 = 2S^2, \quad A = S^2 = \frac{1}{2}L^2$$

$\frac{dA}{dL} = L$. Luego la razón de cambio del área con respecto a la diagonal L es $\boxed{L}$

3)- $$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x \geq 0 \\ -x^2 & \text{si } x < 0 \end{cases} \quad \Big| \quad f'(x) = \begin{cases} 2x & \text{si } x \geq 0 \\ -2x & \text{si } x < 0 \end{cases} = 2|x|$$

$$f''(x) = \begin{cases} 2 & \text{si } x > 0 \\ -2 & \text{si } x < 0 \end{cases} = 2\,\mathrm{sgn}(x)$$

$f'(x) = 0$ si $x = 0$. Luego $x=0$ es un punto crítico de f y es también un punto de inflexión.
$f''(0)$ no existe (véase Def. 3 y 4 pag 269, 270)

4)- $$\sum_{n=0}^{\infty} 3n(x+1)^n.$$

El centro de convergencia es $x=-1$. El radio de convergencia es

$$R = \lim_{n\to\infty} \frac{3n}{3(n+1)} = \boxed{1}.$$

La serie converge absolutamente sobre $(-2,0)$ y diverge sobre $(-\infty,-2)$ y $(0,\infty)$

En $x=-2$ la serie es $\sum_{n=0}^{\infty} 3n(-1)^n$, la cual diverge

En $x=0$ la serie es $\sum_{0}^{\infty} 3n$ la cual diverge.

Luego el intervalo de convergencia es $\boxed{(-2,0)}$

Análisis I - Febrero 2019
2ª Semana

1)-a $\frac{3}{x-1} < \frac{2}{x+1}$

I) Si $x>1 \Rightarrow (x-1)(x+1)>0$, así que $3(x+1)<2(x-1)$, entonces $x<-5$ y no hay solución.

II) Si $-1<x<1$, entonces $(x-1)(x+1)<0 \Rightarrow$ $3(x+1)>2(x-1)$, luego $x>-5$ y en este caso sirven todos los números en $(-1,1)$.

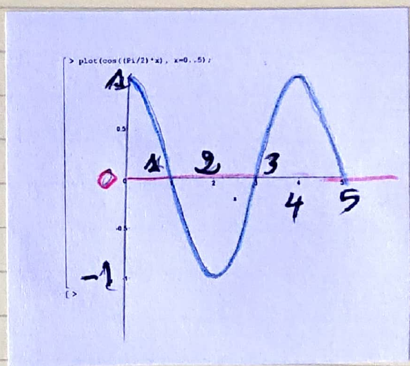
III) Si $x<-1$, entonces $(x-1)(x+1)>0$, así $3(x+1)<2(x-1)$, luego $x<-5$, y en este caso todos los números $x<-5$ son solución.

Es decir las soluciones están en $\boxed{(-\infty,-5)\cup(-1,1)}$

1)-b $x^2+y^2+4y=0 \Rightarrow x^2+y^2+4y+4=4 \Rightarrow$
$x^2+(y+2)^2=4 \Rightarrow$ centro $(0,-2)$ y radio 2

1)-c

$f(x)=\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)$



tiene periodo 4

raíces x	Puntos críticos x	y	
-1			
1	0,0	1	Máx
3	2,0	-1	Mín
5	4,0	1	Máx
$\vdots$	6,0	-1	Mín
	$\vdots$	$\vdots$	

o

2)-a $\lim_{x\to0}\frac{f(x)}{x^2}=-2$ ¿$\lim_{x\to0} f(x)$ y $\lim_{x\to0}\frac{f(x)}{x}$?

$$\lim_{x\to0} f(x)=\lim_{x\to0} x^2\frac{f(x)}{x^2}=0\cdot(-2)=0$$

$$\lim_{x\to0}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to0} x\,\frac{f(x)}{x^2}=0\cdot(-2)=0$$

2)-b $y=\left(x+\frac{1}{x-1}\right)^{-5/3}$

$$\boxed{\frac{dy}{dx}=-\frac{5}{3}\left(x+\frac{1}{x-1}\right)^{-8/3}\left(1-\frac{1}{(x-1)^2}\right)}$$

2)-c Sea V el volumen de arista x

$$\left.\begin{array}{l} V=x^3 \\ \Delta V=3x^2\Delta x \\ \Delta v=-\left(\frac{6}{100}\right)v \end{array}\right\} \; -\frac{6}{100}(x^3)=3x^2\Delta x \Rightarrow \Rightarrow \Delta x \simeq -\left(\frac{2}{100}\right)x$$

La longitud del lado decrece sobre un $\boxed{2\%}$

---

3)- Área limitada por la elipse $\left(\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\right)$ como integral definida

$$\text{Área}=4\int_0^a b\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}}\,dx$$

haciendo el cambio $\begin{cases} x=au \\ dx=a\,du \end{cases}$

se tiene $\text{Área}=4ab\int_0^1\sqrt{1-u^2}\,du \rightarrow \frac{1}{4}$ área del radio 1

$$\text{Área}=4ab\left[\frac{\pi(1)^2}{4}\right]=\boxed{\pi ab}$$

---

4)- La distancia total es

subida y bajada

$$2+2\left[2\times\frac{3}{4}+2\left(\frac{3}{4}\right)^2+\cdots\right]=2+2\cdot\frac{3}{2}\left[1+\frac{3}{4}+\left(\frac{3}{4}\right)^2+\cdots\right]$$

$$=2+\frac{3}{1-\frac{3}{4}}=\boxed{14}$$
