

INSTRUCCIONES

1. RESPONDA A CADA PROBLEMA EN UN MÁXIMO DE DOS CARAS DE HOJA, INCLUIDO EL ENUNCIADO.
2. TODOS LOS PROBLEMAS PUNTÚAN POR IGUAL.
3. EXTREME LA LIMPIEZA EN LA PRESENTACIÓN.
4. DESARROLLE CADA PROBLEMA DE MANERA QUE PUEDA SEGUIRSE SU RAZONAMIENTO.
5. ENTREGUE AL TRIBUNAL DE EXAMEN ÚNICAMENTE ESTE EJEMPLAR DE EXAMEN (5 HOJAS / 2 CARAS POR HOJA) CON SUS RESPUESTAS).

TIEMPO: 2 HORAS

MATERIAL AUTORIZADO:

*** Libros**

- UDD de la asignatura: Cálculo Numérico y Estadística Aplicada (Colección Grado UNED).
- FE de erratas de las UDD.
- Fórmulas y Tablas de Matemática Aplicada (Serie Schaum).

Las UDD y el manual de Tablas pueden contener anotaciones escritas sobre ellas, pero no documentos adicionales.

*** Calculadora Científico Técnica No Programable**

– ejemplos de tipos estándar permitidos:

Casio fx: 350 ES / 991 ES Plus / 570 ES Plus (O MENORES)

P1. La ley de Curie para sustancias paramagnéticas establece que, a temperatura T y campo magnético B , la contribución media de una de sus partículas al momento magnético total está dada por

$$\mu = \mu_0 \tanh\left(\frac{\mu_0 B}{k_B T}\right); \quad x = \frac{\mu_0 B}{k_B T} \geq 0; \quad (\tanh = \text{tangente hiperbólica}; \quad \mu_0 = \text{constante})$$

A) Construir la tabulación de μ en el intervalo $0 \leq \frac{\mu_0 B}{k_B T} \leq 1$, tomando $\mu_0 = 3$, el espaciado

$\Delta\left(\frac{\mu_0 B}{k_B T}\right) = 0,1$ y redondeando los resultados a seis decimales por exceso. B) Interpolar el

valor $\mu(0,55)$ utilizando únicamente las entradas de la tabla situadas en 0,4 , 0,5 y 0,6. C)

Obtener los errores absoluto y relativo cometidos al efectuar esta interpolación y dar el resultado interpolado anterior en forma significativa. D) Evaluar numéricamente la primera derivada de μ en 0,5 con los métodos de Stirling y de Richardson, y comparar con

el resultado exacto. E) ¿A qué valor tenderá μ para valores muy grandes de $\frac{\mu_0 B}{k_B T}$?

P2. Un oscilador armónico cuántico monodimensional en su primer estado excitado ($\nu = 1$) viene descrito por la función de onda

$$\Psi_1(x) = N x \exp\left(-\frac{\alpha x^2}{2}\right); \quad -\infty < x < \infty$$

A) Determinar la constante de normalización N a través de la condición:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\Psi_1(x)|^2 dx = 1.$$

Nótese que la función densidad de probabilidades para este problema está dada por

$$f(x) = |\Psi_1(x)|^2.$$

B) Si $\alpha = 1/2$, y utilizando el desarrollo en serie de la exponencial limitado a cinco (5) términos, determinar numéricamente la probabilidad de que el oscilador se encuentre fuera de $-\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{3}$. Dar el resultado redondeado por exceso con dos decimales.

P3. La distancia x recorrida por un neutrón entre dos colisiones sucesivas dentro de un reactor nuclear está dada por la función densidad de probabilidades ($a > 0$, unidades arbitrarias)

$$0 \quad \text{si } x < 0$$

$$f(x) =$$

$$\exp(-ax) \quad \text{si } x \geq 0$$

A) Obtener la función integral $F(x)$. B) Determinar la media y la varianza. C) Generar una secuencia completa de números *pseudoaleatorios* $\{y_n\}$ en $(0,1)$ utilizando la congruencia $z_n = \lambda z_{n-1} (\text{mód. } M)$; $M = 32$, $z_1 = 1$, $\lambda = 5$. D) Utilizar la secuencia anterior para obtener otra secuencia de números *pseudoaleatorios* distribuidos según $f(x)$, tomando $a = 2$ y redondeando los resultados a cinco decimales.

P4. Diagonalizar mediante el método de Jacobi, obteniendo autovalores y autovectores, la matriz simétrica

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Dar argumentos que garanticen la corrección de los resultados obtenidos.