Fundamentos de Matematicas.

Prueba de Evaluación a Distancia. Curso 2016-17

- Se debe marcar una sola respuesta correcta. Cada pregunta acertada suma 1 punto, las incorrectas restan 0.3. Las preguntas en blanco no puntúan.
- Las preguntas deben ser contestadas en el cuestionario virtual al que se accede a través del link "*CURSO 2016-17. Cuestionario: Prueba de evaluación a distancia online (disponible a partir del día 11 de enero de 2017)* ".
- Recuerde que dentro del examen virtual las respuestas deben ser marcadas en la pestaña correspondiente.
- El cuestionario virtual estara disponible los días 11, 12, 13, 14, 15 y 16 de enero.

Parte tipo test

1. Sea $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, ...\}$ el conjunto de los números naturales. Sobre dicho conjunto consideramos la operación $\Diamond$ definida por

$$\begin{array}{rcl} \Diamond : \mathbb{N} \times \mathbb{N} & \to & \mathbb{N} \\ (n, m) & \longmapsto & n \Diamond m = (n+m)^2 \end{array}$$

De las siguientes afirmaciones señale el número de ellas que son ciertas.

- $\Diamond$ es asociativa
- $\Diamond$ es conmutativa
- Existe elemento neutro

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) Ninguna de las anteriores

2. Señale el valor máximo absoluto de la función

$$f(x) = \operatorname{sen}^2 x - 2\cos x$$

en el intervalo $I = [0, 2\pi]$.

(a) $\max\limits_{x\in[0,2\pi]} f(x) = 0$ (b) $\max\limits_{x\in[0,2\pi]} f(x) = 2$

(c) $\max\limits_{x\in[0,2\pi]} f(x) = 1$ (d) Ninguna de las anteriores

3. Sea P_3 el polinomio de Taylor de orden 3 de la función

$$f(x, y) = x^4 - y^4$$

en el punto $(x, y) = (1, -1)$. Señale la respuesta correcta.

(a) $P_3(2, 1) = 35$ (b) $P_3(2, 1) = 40$

(c) $P_3(2, 1) = 30$ (d) Ninguna de las anteriores

4. Calcule la integral

$$I = \int_M dxdy$$

en donde M es el cuadrilátero resultado de unir los puntos $(1,-1)$, $(2,1)$, $(3,0)$ y $(4,3)$.

(a) $I = \dfrac{61}{6}$ $\quad$ (b) $I = \dfrac{54}{3}$ $\quad$ (c) $I = \dfrac{7}{2}$ $\quad$ (d) Ninguna de las anteriores

5. Sea la aplicación lineal $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definida por

$$f(x_1, x_2, x_3) = (x_1, 2x_2, x_2 + x_3)$$

Señale, si existe, una base de $\mathbb{R}^3$ tal que su matriz asociada sea diagonal.

(a) $\{(1{,}0, 0), (0, 2, 1), (0, 0, 1)\}$

(b) $\{(1, 0, 0), (0, 0, 1), (0, 1, 1)\}$

(c) $\{(1, 0, 0), (0, 1, 1), (2, 1, -2)\}$

(d) Ninguna de las anteriores

6. Sea la aplicación $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ definida por

$$\begin{aligned} f(\mathbf{u}_1) &= \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2 \\ f(\mathbf{u}_2) &= \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2 + \mathbf{v}_3 \end{aligned}$$

en donde

$$\mathbf{A} = \{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2\} \subset \mathbb{R}^2, \mathbf{B} = \{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3\} \subset \mathbb{R}^3$$

son bases de $\mathbb{R}^2$ y $\mathbb{R}^3$ respectivamente. Consideramos nuevas bases

$$\mathbf{A}' = \{\mathbf{u}'_1, \mathbf{u}'_2\} \subset \mathbb{R}^2,\ \mathbf{B}' = \{\mathbf{v}'_1, \mathbf{v}'_2, \mathbf{v}'_3\} \subset \mathbb{R}^3,$$

dadas respectivamente por

$$\begin{aligned} \mathbf{u}'_1 &= \mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2 \\ \mathbf{u}'_2 &= \mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_2 \end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned} \mathbf{v}'_1 &= \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2 + \mathbf{v}_3 \\ \mathbf{v}'_2 &= \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2 \\ \mathbf{v}'_3 &= \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_3 \end{aligned}$$

Calcule la matriz asociada a la aplicación f con respecto de las bases $\mathbf{A}'$, $\mathbf{B}'$.

(a) $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -3 & -3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ (b) $\begin{pmatrix} -3 & 3 \\ -2 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

(c) $\begin{pmatrix} \frac{3}{2} & \frac{3}{2} \\ 1 & 1 \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$ (d) Ninguna de las anteriores

7. Considere el espacio de las matrices $\mathbb{M}_2$ de orden 2 y la base

$$\mathbf{A} = \left\{ \mathbf{w}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \mathbf{w}_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \mathbf{w}_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \mathbf{w}_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right\},$$

Hallar los vectores de coordenadas de la matriz

$$T = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

con respecto de dicha base

(a) $(-1, 1, -1, -1)$ (b) $(1, -1, 1, -1)$

(c) $(-1, 1, 1, -1)$ (d) Ninguna de las anteriores

8. Sea la aplicacion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x, y) = \begin{cases} \dfrac{x^3 + x^4 - y^3}{x^2 + y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

Señale el valor de la derivada parcial $D_1 f(0, 0)$

(a) $D_1 f(0, 0)$ no existe (b) $D_1 f(0, 0) = 0$

(c) $D_1 f(0, 0) = 1$ (d) Ninguna de las anteriores

9. Señale las ecuaciones implícitas del subespacio $G[\mathbf{S}]$ generado por el sistema

$$\mathbf{S} = \{(1, 0, 1, 0), (1, -1, 0, 1)\}$$

(a) $G[\mathbf{S}] = \{(x, y, z, t) : x + y - z = 0,\ t + y = 0\}$

(b) $G[\mathbf{S}] = \{(x, y, z, t) : x - t - z = 0\}$

(c) $G[\mathbf{S}] = \{(x, y, z, t) : x - y - z = 0,\ t + y = 0\}$

(d) Ninguna de las anteriores

10. Sea $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una función diferenciable para la que se verifica

$$\begin{aligned} &g(-1,1) = 1 \\ &D_1 g(-1,1) = 3 \\ &D_2 g(-1,1) = 4 \end{aligned}$$

Dada las función

$$F(x,y) = \frac{x^2 + y}{e^{g(x,y)}}$$

calcule su matriz jacobiana $F'(-1,1)$

(a) $F'(-1,1) = \dfrac{1}{e}\begin{pmatrix} -1 & -2 \end{pmatrix}$ (b) $F'(-1,1) = \dfrac{1}{e}\begin{pmatrix} -2 & -1 \end{pmatrix}$

(c) $F'(-1,1) = \dfrac{1}{e}\begin{pmatrix} -8 & -7 \end{pmatrix}$ (d) Ninguna de las anteriores