

ESCUELA UNIVERSITARIA DE INGENIERÍA TÉCNICA INDUSTRIAL UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID

Introducción

- En este capítulo se comienza realizando una descripción de la evolución histórica de la Teoría de Control. En la sección 2 se realiza una breve introducción al Control de Estructura Variable (VSC, Variable Structure Control) con Modos Deslizantes (SM, Sliding Mode).
- A continuación se presentan las propiedades del VSC-SM por las que ha tenido tanto éxito. En el apartado 4 se explican los pasos a seguir para diseñar el VSC-SM. Finalmente, en el último apartado se mencionan los trabajos que tratan de reducir o evitar el ruido continuo.

2



Tema: Introducción

- Introducción al control VSC-SM.
 - El sistema de control de Estructura Variable (VSC) con modos deslizantes (SM) se caracteriza por la facilidad con la que se trata no linealidades e incertidumbres en los sistemas de control.
 - Entre los sistemas susceptibles de aplicar la teoría del VSC se tienen: sistemas no lineales, sistemas con retraso, sistemas de gran escala, sistemas multivariables, etc.
 - Aparte de su aplicación principal, que es la estabilización de sistemas, las técnicas del VSC comienzan a aplicarse al control de sistemas de seguimiento de movimientos, control óptimo y al control adaptativo.
-



- El control VSC con el modo deslizante (SM, Sliding Mode) fue propuesto y elaborado por primera vez por [Emelyanov, 1967] y varios investigadores [Utkin, 1977], [España, 1984] donde era aplicado al control de una planta de proceso modelada en el plano de fases mediante un sistema lineal de segundo orden.
 - No obstante, en sus inicios la teoría del VSC no atrajo mucha atención en aplicaciones industriales.
 - La razón pudo ser doble: primero, las técnicas más populares de diseño de sistemas de control hicieron sombra al VSC; segundo, las propiedades importantes de robustez del VSC no se habían reconocido o apreciado entonces.
-



- Desde 1980, dos desarrollos han incrementado en gran medida la atención sobre el VSC [Hung, 1993]. El primero la existencia de un método general de diseño de VSC para sistemas complejos.
 - El segundo es el reconocimiento total de la robustez perfecta del VSC con respecto a las perturbaciones. Como resultado, la investigación y el desarrollo se han acelerado en los campos teóricos y de aplicaciones.
 - Tras haber recorrido una larga historia de investigación y desarrollo, el VSC se ha establecido como un método general de control. Su viabilidad es cada vez más reconocida por los profesionales del control, aunque quedan todavía problemas por investigar.
-



- El VSC resulta muy atractivo para los ingenieros de control, ya que sus conceptos básicos son fáciles de comprender y ha dado un rendimiento satisfactorio en muchas áreas prácticas de la electrónica industrial.
 - El VSC es aplicable a muchos sistemas de control donde no están bien desarrollados otros métodos de diseño.
 - Aunque las contribuciones en el diseño y análisis teórico de sistemas con VSC continúan mejorando, resulta importante dirigir también la investigación experimental hacia toda clase de problemas industriales. Los resultados de estos estudios mejorarán indudablemente la confianza de los ingenieros en el uso del VSC [Hung, 1993].
-



- Se puede considerar el SM como una continuación del VSC y el método de la asignación de autovalores, porque en el método del modo deslizante los estados del sistema siguen la ecuación de línea de conmutación $s(x)=0$.
- Esto es similar al caso de asignación de los autovalores, pero la diferencia es que este método es sólo aplicable a sistemas lineales y que los autovalores dependen de los parámetros del sistema a controlar; mientras el controlador en el SM es insensible a variaciones en los parámetros del sistema original.
- El control deslizante (SM, Sliding Mode) es de interés reciente [Itkis, 1976], [Utkin, 1977], debido al progreso de la microelectrónica y de la electrónica de potencia [Utkin, 1977], [Hung, 1993], [Itkis, 1976].



- Se ha implementado en aplicaciones de control de robots [Sabanovic, 1981] y control de motores, dando lugar a la publicación de muchos estudios teóricos [Hung, 1993].

4. Fundamentos y Características del VSC-SM.

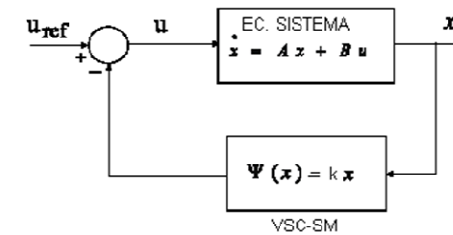


Figura 1. Control de Estructura Variable.



- El VSC se modela generalmente en el plano de fases. La ley de control del sistema de estructura variable cambia cuando su estado cruza el plano de conmutación, del que se hablará posteriormente.
- Si la ley de control Kx se elige de forma que K cambie entre valores diferentes, se modifica la estructura del sistema en cadena cerrada y en consecuencia se obtienen trayectorias diferentes de las que se podría obtener con un valor de K fijo.
-
- En la figura 2 se muestra un ejemplo de dos tipos de trayectorias que se podrían obtener para un sistema de segundo orden.

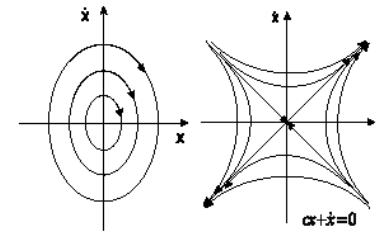


Figura 2. Planos de fase para dos valores de k distintos.



- En la figura 3 se muestra cómo serían las trayectorias del sistema en cadena cerrada y se puede observar que ésta constaría de trozos de las trayectorias de los sistemas entre los que tiene lugar la conmutación.

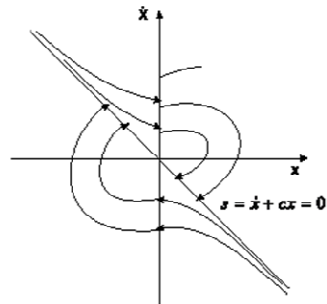


Figura 3. Trayectoria en cadena cerrada.



- Precisamente el control VSC se basa en guiar la trayectoria de estado del sistema hacia un plano prefijado y en forzarla a deslizar sobre dicho plano mediante conmutaciones entre las estructuras resultantes de aplicar un control discontinuo.
- El plano deslizante o función de conmutación $S(X)$ pasa por el origen del plano de fase, y este punto representa el punto de estabilidad asintótica absoluta. De modo que el forzar al estado del sistema a 'deslizar' sobre dicho plano de conmutación tiene una doble función:

O Primero, obligar a la salida del sistema a dirigirse al origen del plano de fase.

O Segundo, prefijar la característica de la respuesta transitoria del sistema.



- En el VSC, los algoritmos de diseño incluyen la selección de las funciones deslizantes $S(X)$ deseadas, esto es, la elección de sus parámetros. Posteriormente se implementa un control discontinuo que asegura la existencia de los modos deslizantes en cada punto del plano deslizante $S(X) = 0$.
- En general las dinámicas del VSC constan de dos condiciones: la condición de alcance y la condición deslizante. En la primera, el objetivo es llegar al plano de conmutación en un tiempo finito desde cualquier punto.
- También se denomina modo no deslizante. La segunda parte se denomina el modo deslizante, durante el cual la trayectoria tiende asintóticamente al origen del espacio de estados. Los parámetros de la función de conmutación condicionan el comportamiento final del sistema durante el modo deslizante.



- Se pueden observar cuatro características del sistema de estructura variable:
- Como el origen del espacio de estados representa el estado de equilibrio del sistema, el SM representa el comportamiento del mismo durante el periodo transitorio. En otras palabras, la superficie que describe $S(x) = 0$ define la respuesta transitoria del sistema durante el SM.
- Durante el SM, las dinámicas de la trayectoria son de un orden menor que el orden del sistema original.



- Durante el SM, la dinámica de la trayectoria está gobernada solamente por los parámetros que describen la función deslizante.
- El SM es una trayectoria que no es inherente a ninguna de las estructuras de control.
- A continuación se explican los pasos a seguir para diseñar un VSC-SM para un sistema de orden n ésimo y de r entradas.



- **Procedimiento de Diseño de un VSC-SM.**

Se considera el diseño de un VSC con SM [Emelyanov, 1967], [Utkin, 1977], para un sistema de la siguiente forma:

[Eq.1]
$$\dot{x}_i = x_{i-1} \quad i = 1, \dots, n-1$$
$$\dot{x}_n = -\sum_{i=1}^n a_i x_i - f'(t) - u$$

siendo:

u la acción de control
 a_i constantes.



- La ecuación de la línea de conmutación que se sigue en la implementación es la propuesta por [Utkin, 1977]

$$s = \sum_{i=1}^n c_i x_i, \quad c_i = \text{const.}, \quad c_n = 1 \quad [\text{Eq.2}]$$

- Las siguientes pares de desigualdades son condiciones suficiente s para que el modo deslizante exista

$$\lim_{s \rightarrow -0} \dot{s} > 0 \quad \text{y} \quad \lim_{s \rightarrow +0} \dot{s} < 0 \quad [\text{Eq.3}]$$

Para probar la invarianza del SM con respecto a los parámetros a_i , se resuelve la ecuación $s=0$ para la variable X_n



- y se sustituye en la ecuación 1. Las ecuaciones resultantes del SM son,

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_{i+1} \quad i=1, \dots, n-2 \\ \dot{x}_n &= -\sum_{i=1}^n c_i x_i \end{aligned} \quad [\text{Eq.4}]$$

- Las cuales dependen sólo de los parámetros c_i [Emelyanov, 1957].



El procedimiento de diseño basado en la propiedad de invarianza es el siguiente:

- primero, el SM deseado se construye mediante elección de los parámetros c_i .
- Segundo, se consigue un control discontinuo que garantiza la existencia de los modos deslizantes en todos los puntos del plano $s=0$, también denominado plano,
- Tercero, la acción de control debe dirigir el estado del sistema al plano deslizante, como se explicará a continuación.



- Se supone que la acción de control es una función lineal por tramos de x con coeficientes discontinuos [Utkin, 1977] ,

$$u = -\sum_{i=1}^n \psi_i x_i - \delta \operatorname{sgn} s, \quad 1 \leq k \leq n-1$$

$$\psi = \begin{cases} \alpha & \text{si } x_i s > 0 \\ \beta_i & \text{si } x_i s < 0 \end{cases} \quad \operatorname{sgn} s = \begin{cases} +1 & \text{si } s > 0 \\ -1 & \text{si } s < 0 \end{cases}$$

$\alpha_i, \beta_i, \delta_0 - \text{const.}$

[Eq.5]



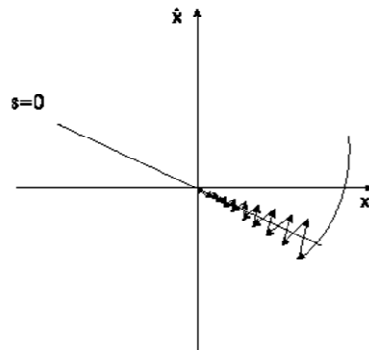
- Aplicando la ecuación 3, está claro que las condiciones necesarias y suficientes para que el modo deslizante exista son

$$\begin{aligned} \alpha_i &\geq c_{i-1} - a_i - c_i c_{i-1} + c_i a_n \\ \beta_i &\leq c_{i-1} - a_i - c_i c_{i-1} + c_i a_n \quad i = 1, \dots, k, c_0 = 0 \\ \frac{c_i - a_i}{c_i} &= c_{n-1} - a_n \quad i = k + 1, \dots, n - \end{aligned} \quad [\text{Eq.6}]$$

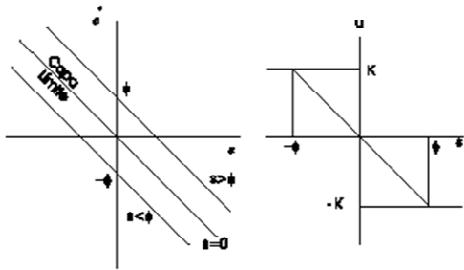


6. Reducción del Ruido Continuo.

- Una de las características del diseño y análisis de sistemas de vsc es que la acción de control puede conmutar de un valor a otro de forma infinitamente rápida.
- sin embargo, en sistemas prácticos, el ruido continuo es indeseable, porque es imposible conseguir el control de alta conmutación necesario en la mayoría de diseños de vsc, debido a muchas razones.
- una de ellas es la existencia de un retraso en el cómputo de control. la segunda razón es la limitación de los actuadores físicos.
- El ruido continuo siempre ocurre en los modos deslizantes y en régimen permanente.
- En régimen permanente, el ruido continuo aparece como una oscilación de alta frecuencia alrededor del punto deseado de equilibrio y puede resultar una fuente de excitación de las dinámicas de alta frecuencia del sistema no modeladas [Flugge-Lotz, 1959], [Kwantny y Young, 1987] y [Slotine y Li, 1991].



- Existen distintas aproximaciones para eliminar el ruido continuo. En varios diseños del VSC, el control tiene términos similares a un relé. Las propiedades ideales de un relé son casi imposibles de conseguir. Por ello un enfoque para reducir ruido continuo es reemplazar el relé por una saturación (aproximación continua [Slotine y Li, 1991]).
- Otro enfoque es el de [Li, 1997] y [Slotine y Li, 1991], que sugirieron añadir una capa límite alrededor de la superficie de conmutación para alisar la discontinuidad del control como se ve en la figura 2.5.
- Dentro de esta capa el control se elige para ser una aproximación continua de la función de conmutación.



Otro método de continuación reemplaza el control [Ambrosino et al., n.d], [Brierley y Longchamp, 1990]

$$u = \frac{c^T x}{|c^T x|} \quad \text{por} \quad u = \frac{c^T x}{|c^T x| + \delta}$$

siendo δ una constante positiva que hace que el control sea continuo.

- Los enfoques de continuación eliminan el ruido continuo de alta frecuencia a cambio de perder la invarianza.



- Se puede mantener un alto grado de robustez con una capa límite de pequeña anchura, pero los retrasos significantes de los actuadores de control implican la necesidad de una amplia capa límite.
- Es interesante notar que los diferentes tipos de VSC son estables y sus trayectorias están limitadas en una banda o zona en el espacio de estado.
- Si la anchura de la banda es suficientemente estrecha, las dinámicas dentro de la banda se denominan “modos cuasi deslizantes”.