Universidad Carlos III de Madrid Junio de 2014

Microeconomía

Nombre: Grupo:

1	2	3	4	5	Calif.

Dispone de 2 horas y 45 minutos. La puntuación de cada apartado se indica entre paréntesis. Administre su tiempo teniendo en cuenta esta puntuación.

1. Preguntas Tipo Test. (Marque su respuesta con una "x". Se obtienen 2 puntos si se marca la respuesta correcta, -0,66 si se marca una respuesta incorrecta y 0 puntos si no se marca respuesta alguna.)

1.1. Las preferencias de Pareto $\succeq_P$ (definidas para $(x, y), (x', y') \in \mathbb{R}^2_+$ como $(x, y) \succeq_P (x', y')$ si $x \geq x'$ e $y \geq y'$) no satisfacen el axioma:

☒ A.1 (completitud) ☐ A.3 (monotonicidad)
☐ A.2 (transitividad) ☐ A.4 (continuidad).

1.2. Si las preferencias de un consumidor están representadas por la función de utilidad $u(x, y) = 2\min\{x, 2y\}$, su renta es $I = 12$ y los precios de los bienes son $p_x = p_y = 1$, entonces su cesta óptima es:

☐ $(6, 6)$ ☒ $(8, 4)$ ☐ $(0, 12)$ ☐ $(12, 0)$.

1.3. Si x es un bien inferior, entonces los signos de los efectos sustitución (ES), renta (ER) y total (ET) de un aumento de su precio p_x son:

☐ $ES < 0$, $ER < 0$, $ET < 0$ ☒ $ES < 0$, $ER > 0$, ET: indeterminado
☐ $ES < 0$, $ER > 0$, $ET > 0$ ☐ $ES > 0$, $ER > 0$, ET: indeterminado.

1.4. Las preferencias de un consumidor están representadas por la función de utilidad $u(x, y) = 2x+y$, su renta es $I = 4$ y los precios son $(p_x, p_y) = (1, 1)$. La variación equivalente a la implantación de un impuesto sobre el bien x de 1 euro por unidad es:

☐ 0 ☐ 1 ☒ 2 ☐ 4.

1.5. Identifique la utilidad esperada y la prima de riesgo de la lotería l que paga $x = (0, 1, 4)$ con probabilidades $p = (\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4})$, para un individuo cuyas preferencias están representadas por la función de utilidad de Bernoulli $u(x) = \sqrt{x}$.

☐ $Eu(l) = 1,\ PR(l) = \dfrac{1}{4}$ ☐ $Eu(l) = \dfrac{1}{2},\ PR(l) = \dfrac{1}{4}$

☒ $Eu(l) = 1,\ PR(l) = \dfrac{1}{2}$ ☐ $Eu(l) = \dfrac{1}{2},\ PR(l) = -\dfrac{1}{2}$.

1.6. Una empresa que produce un bien utilizando trabajo (L) y capital (K) de acuerdo con la función de producción $F(L, K) = \min\{2L, \sqrt{K}\}$ tiene:

☐ rendimientos crecientes a escala ☐ rendimientos constantes a escala
☐ economías de escala ☒ una función de costes totales convexa.

1.7. Si la función de costes medios de una empresa es $CM_e(Q) = \sqrt{Q}$, entonces

☐ sus costes marginales son decrecientes
☒ sus costes medios son menores que sus costes marginales
☐ tiene rendimientos constantes a escala
☐ su función de costes totales es cóncava.

1.8. Si la demanda de un bien es $D(P) = \max\{70 - 10P, 0\}$ y la función de costes que genera la única tecnología disponible para producir el bien es $C(Q) = Q^3 - 6Q^2 + 10Q$, entonces en equilibrio competitivo a largo plazo el precio p^* y el número de empresas n^* son:

☐ $p^* = 3,\ n^* = 60$ ☐ $p^* = 1,\ n^* = 60$ ☒ $p^* = 1,\ n^* = 20$ ☐ $p^* = 3,\ n^* = 20$.

1.9. Un terrateniente, propietario de $\bar{Q} = 600$ hectáreas de terreno agrícola, monopoliza el mercado de una región en la que la demanda de tierra en alquiler para uso agrícola es $D(P) = \max\{800 - 2P, 0\}$. ($P$ está expresado en miles de euros por hectárea.) La tierra no tiene otro uso que el agrícola (es decir, el coste de oportunidad del terrateniente de ceder la tierra para uso agrícola es cero). La superficie agrícola en explotación en esta región y las rentas del terrateniente (sus beneficios, en millones de euros) son:

☐ $Q = 600,\ \Pi = 0$ ☒ $Q = 400,\ \Pi = 80$ ☐ $Q = 600,\ \Pi = 150$ ☐ $Q = 400,\ \Pi = 60$.

1.10. En el contexto descrito en la pregunta 1.9: Con discriminación de precios de primer grado, la superficie agrícola en explotación y las rentas del terrateniente serían:

☐ $Q = 600,\ \Pi = 0$ ☐ $Q = 400,\ \Pi = 80$ ☒ $Q = 600,\ \Pi = 150$ ☐ $Q = 400,\ \Pi = 60$.

2. Las preferencias de un consumidor sobre alimentos (x) y vestido (y) están representadas por la función de utilidad $u(x,y) = 2x + \ln y$. Los precios de alimentos y vestido son p_x y p_y euros por unidad, respectivamente, y la renta del consumidor es I euros.

(a) (10 puntos) Calcule sus funciones de demanda ordinarias, $x(p_x, p_y, I)$ e $y(p_x, p_y, I)$. Represente el conjunto presupuestario del consumidor y calcule su cesta óptima suponiendo que su renta es $I = 4$ y los precios son $(p_x, p_y) = (4, 1)$.

Solución: Calculemos la RMS del consumidor:

$$RMS(x,y) = \frac{2}{\frac{1}{y}} = 2y.$$

Una solución interior resuelve el sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned} 2y &= \frac{p_x}{p_y} \\ xp_x + yp_y &= I. \end{aligned}$$

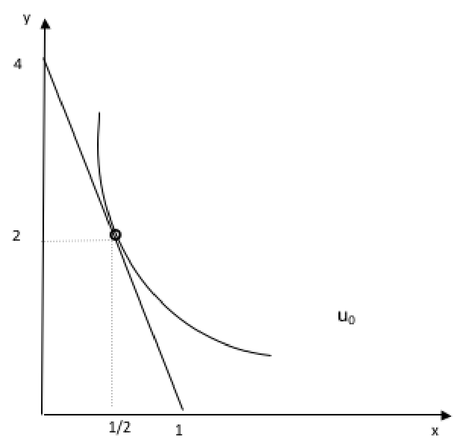
Resolviendo el sistema obtenemos

$$x = \frac{I}{p_x} - \frac{1}{2};\ y = \frac{p_x}{2p_y} > 0.$$

Para que $x > 0$ es necesario que la desigualdad $I > \frac{p_x}{2}$ se cumpla. En otro caso $x = 0$ y $y = \frac{I}{p_y}$. Por tanto, las funciones de demanda ordinaria son:

$$x(p_x,p_y,I) = \begin{cases} \frac{I}{p_x} - \frac{1}{2} & si\ I \geq \frac{p_x}{2} \\ 0 & si\ I < \frac{p_x}{2}, \end{cases} \quad y(p_x,p_y,I) = \begin{cases} \frac{p_x}{2p_y} & si\ I \geq \frac{p_x}{2} \\ \frac{I}{p_y} & si\ I < \frac{p_x}{2}. \end{cases}$$

La cesta de bienes óptima a los precios $(p_x, p_y) = (4, 1)$ y renta $I = 4$ es $(x^*, y^*) = (\frac{1}{2}, 2)$, y la utilidad del consumidor es $u_0 = 1 + \ln 2$.



(b) (10 puntos) Calcule el IPC verdadero de este consumidor IPC^* suponiendo que su renta es $I = 4$, que los precios del periodo base son $(p_x, p_y) = (4, 1)$ y que los del período corriente son $(p'_x, p'_y) = (4, 2)$. Calcule también el IPC de Laspeyres IPC_L. (Use la aproximación $\ln 2 \approx 0,7$.) Explique a qué se debe la diferencia entre estos dos índices de precios.

Solución. La cesta más barata que permite mantener el nivel de bienestar u_0 a los precios $(4, 2)$ es la solución al sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned} 2\hat{y} &= \frac{p'_x}{p'_y} = 2 \\ 2\hat{x} + \ln \hat{y} &= 1 + \ln 2. \end{aligned}$$

La solución a este sistema es

$$(\hat{x}, \hat{y}) = (\frac{1}{2}(1 + \ln 2), 1) \approx (0,85, 1).$$

Por tanto,

$$IPC^* = \frac{0,85\,(4) + 1\,(2)}{4} = 1.35.$$

Por otra parte,

$$IPC_L = \frac{0.5\,(4) + 2\,(2)}{4} = 1.5.$$

El IPC de Laspeyes no tiene en cuenta el efecto sustitución del cambio en precios y por tanto es siempre mayor que el IPC verdadero del consumidor.

3. Ana es una estudiante cuyo bienestar depende de su calificación media $m \in \mathbb{R}_+$ y de su consumo $c \in \mathbb{R}_+$. (Suponga que su consumo se mide en euros, de manera que $p_c = 1$.) Sus preferencias están representadas por la función de utilidad $u(m, c) = \ln m + \ln c$. Ana dispone de $H = 15$ horas para dedicar al estudio e y al trabajo l. Su calificación media está determinada por el número de horas que dedica al estudio de acuerdo con la fórmula $m = \frac{2}{3}e$. El salario por hora trabajada es $w \geq 0$ euros. Ana no dispone de otra renta.

(a) (10 puntos) Describa la restricción presupuestaria de Ana y represente su conjunto presupuestario en el plano (m, c). Calcule el número de horas que dedica al estudio y al trabajo en función de w. Suponiendo que $w = 4$, calcule su calificación media y consumo óptimos, (m^*, c^*), y represéntelos en el gráfico.

Solución. La renta laboral de Ana (su única renta) es

$$\begin{aligned} wl &= w(H - e) \\ &= w(H - \frac{3}{2}m) \text{ (puesto que } m = \frac{2}{3}e) \end{aligned}$$

Por tanto, su restricción presupuestaria es

$$c \leq w(H - \frac{3}{2}m),$$

Substituyendo $H = 15$ y trasladando el término en m a la izquierda de la desigualdad podemos escribir la restricción presupuestaria de Ana como

$$\frac{3}{2}wm + c \leq 15w.$$

Observe que el coste de oportunidad de un punto de calificación media adicional es $\frac{3}{2}w$ euros en consumo. (Es decir, el precio efectivo de un incremente de un punto en la calificación media es $p_m = \frac{3}{2}w$.) Por supuesto, tanto el consumo de Ana como su calificación son cantidades no negativas, $c \geq 0,\ m \geq 0$.

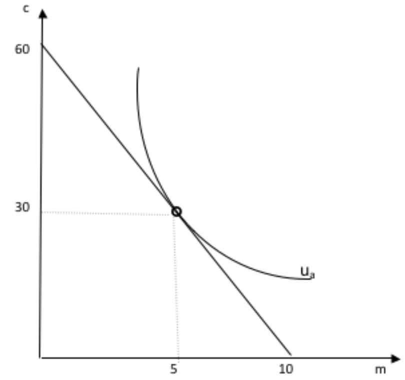
Puesto que la relación marginal de sustitución de Ana es $RMS(h, c) = c/m$, una solución interior al problema de maximización de la utilidad de Ana debe resolver el sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned} \frac{c}{m} &= \frac{3}{2}w \\ \frac{3}{2}wm + c &= 15w. \end{aligned}$$

Resolviendo el sistema obtenemos

$$\begin{aligned} m(w) &= 5 \\ c(w) &= \frac{15}{2}w. \end{aligned}$$

Para $w = 4$, $(m^*, c^*) = (5, 30)$.



(b) (10 puntos) Suponga ahora que se establece un programa que recompensa a los estudiantes que obtienen una calificación media de notable o superior (es decir, $m \geq 7$) con un premio monetario de $M = 10$ euros. Suponiendo que $w = 4$, determine la nueva restricción presupuestaria de Ana y represente su nuevo conjunto presupuestario. Calcule la calificación media y el consumo de Ana en esta nueva situación.

Solución. El nuevo conjunto presupuestario de Ana se describe en el gráfico adjunto: Para $m < 7$*, la restricción presupuestaria de Ana no cambia, mientras que para* $m \geq 7$ *su nueva restricción es*

$$\frac{3}{2}wm + c \leq 15w + 10.$$

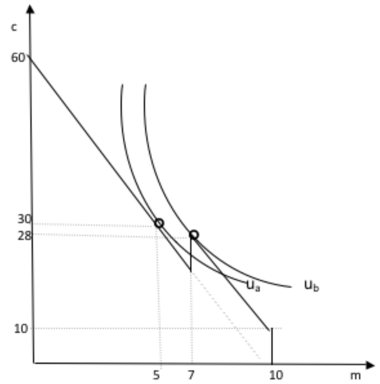
En particular, la combinación $(m, c) = (7, 28)$ *es ahora factible. Además,*

$$u(5, 30) = \ln 5 + \ln 30 = \ln 150 < \ln 7 + \ln 28 = \ln 196 = u(7, 28),$$

y por consiguiente la cesta óptima del apartado (a), $(m^*, c^*) = (5, 30)$*, ya no es óptima. Observe que*

$$RMS(7, 28) = 4 > \frac{3}{2}w = 6;$$

es decir, el valor de una unidad adicional de calificación media es menor a su coste de oportunidad en unidades de consumo. Por tanto la cesta $(m^{**}, c^{**}) = (7, 28)$ *es óptima.*



4. (10 puntos) Jorge tiene que renovar la póliza de seguro de su coche. Su compañía le ofrece una póliza a todo riesgo por una cuota de 600 euros, y otra póliza con una franquicia de 200 euros por accidente por una cuota de 400 euros. (La franquicia implica que Jorge se compromete a pagar los primeros 200 euros de los daños de cada accidente.) Jorge cree que las probabilidades de tener 0, 1 y 2 accidentes en el año son $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{4}$, respectivamente. Además, sabe que los costes de reparación de los daños de un accidente siempre superan los 200 euros. Si Jorge es averso al riesgo, ¿preferirá la póliza a todo riesgo o la póliza con franquicia? (Puede responder a esta pregunta sabiendo únicamente que Jorge es averso al riesgo, aunque no conozca sus preferencias.) Suponga ahora que Jorge dispone de un presupuesto anual para gastos de 2200 euros, que sus preferencias están descritas por la función de utilidad de Bernoulli $u(x) = \sqrt{x}$, donde x es la renta disponible neta de los gastos en seguro y accidentes derivados del uso de su coche. Suponiendo que estas pólizas de seguro son las únicas disponibles, describa la lotería que enfrenta Jorge cuando elige óptimamente su póliza de seguro con información perfecta. (Se entiende que esta lotería describe su situación antes de conocer la información.) ¿Estaría Jorge dispuesto a pagar 100 euros por conocer esta información?

Solución. Denotemos como l_F y l_{SF} las loterías que representa el seguro con y sin franquicia, y como u la función de utilidad de Bernoulli de Jorge. Las esperanzas de estas loterías, incluyendo el coste de las pólizas, son

$$E(l_F) = -400 + \frac{1}{4}(0) + \frac{1}{2}(-200) + \frac{1}{4}\,(2)\,(-200) = -600 = E(l_{SF}).$$

Además, como la lotería l_F involucra el pago cierto de 600 euros, tenemos que $Eu(l_{SF}) = u(E(l_{SF}))$. Como Jorge es averso al riesgo y la lotería l_F es no degenerada, tenemos $u(E(l_F)) > Eu(l_F)$. Por tanto,

$$Eu(l_{SF}) = u(E(l_{SF})) = u(E(l_F)) > Eu(l_F);$$

es decir, Jorge prefiere el seguro sin franquicia.

Puesto que la función de Bernoulli $u(x) = \sqrt{x}$ representa la preferencias de una individuo averso al riesgo, con estas preferencias el seguro de optimo de Jorge es el seguro sin franquicia y su utilidad esperada de Jorge sin información es

$$Eu(l_{SF}) = \sqrt{2200 - 600} = 40.$$

Si Jorge supiera con certeza que va a tener dos accidentes durante el año suscribiría el seguro sin franquicia, y si supiera con certeza que no va a tener ningún accidente durante el año suscribiría el seguro con franquicia. Por tanto, con información perfecta y suponiendo que Jorge paga 100 euros por la información, la lotería enfrenta l_{IP} paga $x_{IP} = (2200 - 400 - 100, 2200 - 600 - 100, 2200 - 600 - 100) = (1700, 1500, 1500)$ con probabilidades $p_{IP} = (\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4})$. La utilidad esperada de esta lotería es

$$Eu(l_{IP}) = \frac{1}{4}\sqrt{1700} + \frac{1}{2}\sqrt{1500} + \frac{1}{4}\sqrt{1500} = 39,35 < 40 = Eu(l_{SF}).$$

Por tanto Jorge no estaría dispuesto a pagar 100 euros por la información perfecta.

5. Un mercado está monopolizado por una empresa que produce el bien utilizando trabajo (L) como único factor, de acuerdo con la función de producción $Q = f(L) = \sqrt{L}$. La empresa actúa como precio-aceptante en el mercado de trabajo, en el que el salario es $w = 1$. La demanda del bien es $D(P) = \max\{120 - P, 0\}$. (Precios y salarios están expresados en euros por unidad.)

(a) (15 puntos) Calcule las funciones de costes totales, medios y marginales de la empresa, así como el precio y la cantidad de equilibrio de monopolio. ¿Cuál es la pérdida de excedente respecto al equilibrio de mercado en el que la empresa se comporta como precio-aceptante?

Solución. Función de costes totales:

$$Q = \sqrt{L} \Rightarrow L(w, Q) = Q^2$$

Por tanto,

$$C(w, Q) = wQ^2$$

y

$$C(1, Q) = C(Q) = Q^2.$$

Las funciones de costes marginales y medios son, respectivamente,

$$CMa(Q) = 2Q$$

y

$$CMe(Q) = Q.$$

Equilibrio de Monopolio: Resolviendo la ecuación

$$IMa(Q) = CMa(Q),$$

es decir,

$$120 - 2Q = 2Q,$$

obtenemos $Q^M = 30$ *y* $P^M = 120 - 30 = 90$. *El beneficio del monopolio es*

$$\Pi^M = 90\,(30) - (30)^2 = 1800.$$

Si la empresa actuara como precio-aceptante produciría de acuerdo con la ecuación $P = CMa(Q)$. *Es decir, su función de oferta sería* $S(P) = P/2$. *El precio de equilibrio de mercado sería la solución de la ecuación*

$$120 - P = P/2;$$

es decir, $P^C = 80$; *la cantidad de equilibrio sería* $Q^C = 120 - 80 = 40$. *Por tanto, la pérdida de excedente que genera el monopolio es*

$$\frac{1}{2}\,(90 - 80)\,10 + \frac{1}{2}\,(80 - 60)\,10 = \frac{1}{2}\,(30)\,10 = 150.$$

(b) (5 puntos) Existe una nueva tecnología que permite producir el bien de acuerdo con la función de producción $Q = g(L) = 2\sqrt{L}$. Si la adopción de esta nueva tecnología requiere una inversión de T euros, ¿para qué valores de T la adoptaría el monopolio?

Solución. Con la nueva tecnología la función de costes sería $\tilde{C}(Q) = \frac{Q^2}{4}$. *La función de costes marginales sería*

$$\widetilde{CMa} = \frac{Q}{2},$$

y el equilibrio de monopolio sería

$$120 - 2Q = \frac{Q}{2};$$

es decir, $\tilde{Q}^M = 48$ *y* $\tilde{P}^M = 120 - 48 = 72$. *El beneficio del monopolio es*

$$\tilde{\Pi}^M = 72\,(48) - \frac{(48)^2}{4} = 2880.$$

Por consiguiente, el monopolio adoptaría la nueva tecnología si

$$\tilde{\Pi}^M - T \geq \Pi^M;$$

es decir, si

$$T \leq \tilde{\Pi}^M - \Pi^M = 2880 - 1800 = 1080.$$

(c) (10 puntos) En el mercado internacional la oferta es infinitamente elástica al precio $P = 50$ euros. Si el gobierno abriese el mercado al comercio internacional, ¿adoptaría el monopolio la nueva tecnología si $T = 1500$?

Solución. Puesto que el mercado internacional es competitivo, la oferta de la empresa con la tecnología actual es $P = CMa(Q)$. *(Observe que* $CMa(Q) = 2Q > Q = CMe(Q)$*). Es decir* $S(P) = \frac{P}{2}$. *Por tanto,* $S(50) = 25$ *y el beneficio de la empresa es*

$$\Pi = 50\,(25) - (25)^2 = 625.$$

Si adoptase la nueva tecnología su oferta sería $\tilde{S}(P) = 2P$; *Por tanto,* $\tilde{S}(50) = 100$ *y beneficio sería*

$$\tilde{\Pi} = 50\,(100) - \frac{(100)^2}{4} = 2500.$$

Puesto que

$$\tilde{\Pi} - T = 2500 - 1500 = 1000 > \Pi,$$

la empresa adoptaría la nueva tecnología. (Sin embargo, no adoptaría la nueva tecnología si el país no abre su mercado al comercio internacional y la empresa mantiene el monopolio del mercado interior.)