

# Lógica Proposicional: Ejercicios de Semántica (2019)

---

## Ejercicio 1.

Decidir si existe o no relación de consecuencia lógica en el siguiente esquema argumental, utilizando medios semánticos y justificando adecuadamente los pasos dados y el resultado obtenido.

$$\{ r \wedge s \rightarrow r, s \vee p \rightarrow r, r \wedge p \rightarrow q \} \models p \wedge q \rightarrow r \vee s$$

## Ejercicio 2.

Demuestra, mediante una interpretación, que la siguiente fórmula es satisficible:

$$(s \leftrightarrow \neg p) \wedge ((q \vee r) \rightarrow (p \wedge s))$$

## Ejercicio 3.

Encontrar, si existen, un modelo y un contramodelo para cada una de las siguientes fórmulas:

$$\begin{aligned} p \wedge \neg s &\leftrightarrow (r \rightarrow \neg (s \wedge r)) \\ \neg (p \vee q \rightarrow \neg p \wedge (p \leftrightarrow q)) \end{aligned}$$

## Ejercicio 4.

Dadas las siguientes fórmulas decir para cada una de ellas si es válida, contingente, contradicción o no es posible saber con certeza qué es, a partir de la información disponible sobre A, B, C y D (donde A, B, C y D son fórmulas cualesquiera):

$A \vee \neg B$	sabiendo que B es insatisficible
$(C \vee B) \rightarrow (C \vee A)$	sabiendo que B es insatisficible
$B \rightarrow (A \leftrightarrow D) \vee C$	sabiendo que B es satisficible, C es satisficible, A es válida
$\neg (A \vee \neg B) \vee (C \rightarrow \neg B)$	sabiendo que B es válida, A es insatisficible
$\neg A \wedge [A \rightarrow (B \vee \neg A)]$	sabiendo que A es válida, B es insatisficible
$A \wedge (C \rightarrow (B \vee \neg A))$	sabiendo que A es sat. y todo modelo de A es modelo de C

### Ejercicio 5.

Decide si las siguientes afirmaciones son correctas o no. Justifica la respuesta mediante interpretaciones:

- (a) La fórmula es  $\neg(q \rightarrow p) \vee \neg(p \rightarrow q)$  es una contradicción
- (b) La fórmula  $\neg((p \wedge q) \vee \neg(p \wedge q))$  es una tautología

### Ejercicio 6.

Formalizar el siguiente razonamiento y analizar si es o no correcto:

Al lógico Ceferino le preguntaron: ¿amas a Queta, a Petra o a Rosana?

El pensó: los hechos son:

Amo al menos a una de las tres. Si amo a Petra pero no a Queta, entonces amo a Rosana. O bien amo a Queta y a Rosana, o no amo a ninguna de las tres. Si amo a Queta, entonces también amo a Petra.

Contestó:

Amo a las tres

### Ejercicio 7.

Demostrar que se cumple la relación de consecuencia lógica en la siguiente argumentación, sin utilizar tablas de verdad ni el método de resolución:

$$(p \rightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow r) \models p \rightarrow (q \rightarrow r)$$

### Ejercicio 8.

Indica si las siguientes afirmaciones son **correctas** o **incorrectas**, justificando la respuesta **en todos los casos**:

- (a) Dadas las fórmulas A1, A2, A3 y B, si existe una interpretación que satisface tanto A1, A2 y A3, como B, podemos afirmar que B es consecuencia lógica ( $\models$ ) de A1, A2 y A3
- (b) La fórmula  $(p \vee q \rightarrow r \leftrightarrow (p \vee (q \rightarrow r)))$  es una tautología
- (c) Una fórmula A es insatisficible sí y sólo si es también contradicción

### Ejercicio 9.

Demostrar con medios semánticos que **no existe** la siguiente relación de consecuencia lógica. No se puede usar ni tablas de verdad, ni deducción natural, ni resolución.

$$\{ p \wedge r \rightarrow \neg q \wedge r \} \models p \rightarrow q \vee \neg r$$

### Ejercicio 10.

Demostrar con medios semánticos que el siguiente razonamiento no es correcto.

$$p \wedge q \rightarrow r, r \wedge s \rightarrow t \} \models \neg t \rightarrow \neg(p \wedge q) \vee s$$

### Ejercicio 11.

Demuestre:  $\{ p \rightarrow u, q \rightarrow u, r \rightarrow u, s \rightarrow u, t \rightarrow u \} \models B$  donde la fórmula B es:

$$\text{(caso a) } B: p \wedge q \wedge r \wedge s \wedge t \rightarrow u$$

$$\text{(caso b) } B: p \vee q \vee r \vee s \vee t \rightarrow u$$

### Ejercicio 12.

Demuestra que las fórmulas  $p \vee q \vee r$  y  $\neg(\neg p \rightarrow q) \rightarrow r$  son equivalentes, justificando adecuadamente la respuesta.

### Ejercicio 13.

Demostrar con medios semánticos que no se cumple la siguiente relación de consecuencia lógica, sin utilizar tablas de verdad, ni deducción natural, ni el método de resolución.

$$\{ p \rightarrow s \wedge t, q \leftrightarrow \neg r, \neg(\neg s \vee q \rightarrow s \wedge \neg r) \} \models q \rightarrow t \vee p$$

### Ejercicio 14.

Sean A, B y C fórmulas bien formadas. Decide si las siguientes afirmaciones son correctas o no (indicándolo claramente), justificando la respuesta en todos los casos:

(1) Si existe una interpretación que satisface al mismo tiempo A, B y C, entonces puedo afirmar que C es consecuencia lógica de A y B.

(2) Si A o B son una contradicción, entonces C es consecuencia lógica de A y B.

### Ejercicio 15.

Demostrar que NO se cumple la relación de consecuencia lógica en la siguiente argumentación, sin utilizar tablas de verdad ni el método de resolución:

$$(p \rightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow r) \models p \rightarrow (q \rightarrow r \wedge s)$$

### Ejercicio 16.

Definir  $(A \wedge B)$  en función de la conjunción  $\rightarrow$  y la negación  $\neg$ . Justificar la respuesta mediante una tabla de verdad.

### Ejercicio 17.

Probar que la siguiente fórmula es una tautología, semánticamente, sin tablas de verdad

$$(p \rightarrow q) \rightarrow ((p \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow q) \wedge r)$$

### Ejercicio 18.

Determinar si la siguiente argumentación es correcta. Si no lo es, indicar la interpretación que lo demuestra (contramodelo).

$$[ p \rightarrow q , \neg p ] \models \neg q$$

### Ejercicio 19.

Determinar la corrección del siguiente argumento. Se sabe que

- (1) Los animales con pelo o que dan leche son mamíferos.
- (2) Los mamíferos que tienen pezuñas o que rumian son ungulados.
- (3) Los ungulados de cuello largo son jirafas.
- (4) Los ungulados con rayas negras son cebras.

Se observa un animal que tiene pelos, pezuñas y rayas negras. Por consiguiente, se concluye que el animal es una cebra.

### Ejercicio 20.

(a) Definir el ó exclusivo en función de algunas de las 5 conectivas habituales.

(b) Definir  $(A \leftrightarrow B)$  intuitivamente en función de las conectivas  $\neg$  y  $\vee$ . Comprobar con una tabla de verdad.

### Ejercicio 21.

Un rey somete a un prisionero a la siguiente prueba: lo enfrenta a dos puertas, de las que el prisionero debe elegir una, y entrar en la habitación correspondiente. Se informa al prisionero que en cada una de las habitaciones puede haber un tigre o una dama. Como es natural, el prisionero debe elegir la puerta que le lleva a la dama (entre otras cosas, para no ser devorado por el tigre). Para ayudarle, en cada puerta hay un letrero:

puerta 1: en esta habitación hay una dama y en la otra un tigre.

puerta 2: en una de estas habitaciones hay una dama y en una de estas habitaciones hay un tigre.

Sabiendo que uno de los carteles dice la verdad y el otro no, determinar la puerta que debe de elegir el prisionero.

### Ejercicio 22.

Indicar (mediante una interpretación y el significado de las conectivas) si la siguiente fórmula es o no una tautología:

$$(\neg p \wedge \neg t \wedge r) \vee ((p \rightarrow s \vee q) \rightarrow (r \wedge \neg s \rightarrow t))$$

### Ejercicio 23.

Analizar si hay consecuencia lógica entre las premisas y la conclusión del siguiente argumento. Justificar debidamente la respuesta.

$$\{ q \rightarrow \neg r, t \rightarrow p \wedge s, \neg s \} \models q \wedge r \rightarrow t$$

### Ejercicio 24.

Decir si las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F) :

(a) Una fórmula bien formada A se dice que es insatisfacible si existe un modelo y un contramodelo de dicha fórmula A.

(b) Si una fórmula B es consecuencia lógica del conjunto de fórmulas A1, A2, ..., An, se puede afirmar que B es un modelo de A1, A2, ..., An.

(c) Si no existe un modelo del conjunto de fórmulas A1, A2, ..., An, se puede afirmar que cualquier fórmula B es consecuencia lógica de A1, A2, ..., An.

### Ejercicio 25.

Determinar si existe relación de consecuencia lógica en los siguientes esquemas argumentales:

$$(1) \{ p \vee (q \rightarrow r) \rightarrow q, p \} \models q$$

$$(2) \{ p \rightarrow (q \rightarrow r) \} \models q \rightarrow (p \rightarrow r)$$

$$(3) \{ p \wedge q \rightarrow \neg r, t \rightarrow r, q, t \} \models \neg p$$

$$(4) \{ \neg s, \neg t, p \vee s \vee t \rightarrow \neg q, \neg (r \wedge \neg p) \} \models q \rightarrow r$$

### Ejercicio 26.

Averiguar si es o no cierta la siguiente afirmación:

$$p \rightarrow q \vee r \quad \models \quad (p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r)$$