
Demostrar por Resolución con UMG que la fórmula $\neg E(s(a), s(s(a)))$ se deduce a partir del siguiente conjunto de cláusulas:

- C1: $N(a)$
- C2: $\neg N(x) \vee N(s(x))$
- C3: $\neg N(x) \vee \neg E(a, s(x))$
- C4: $\neg N(x) \vee \neg N(y) \vee \neg E(s(x), s(y)) \vee E(x, y)$
- C5: $E(f(x, a), x)$
- C6: $E(s(f(x, s(y))), f(s(x), s(y)))$

Se trata de algunos de los axiomas de la aritmética de Peano, donde la constante a representa el número 0, la función s representa el “sucesor”, la función f representa la suma, el predicado N representa el concepto de “ser un número natural”, y el predicado E representa la igualdad.

La afirmación que se pide demostrar es que 1 no es igual a 2.

Negando la conclusión se obtiene una nueva cláusula

- C0: $E(s(a), s(s(a)))$

A continuación se renombran todas las variables para evitar, en la medida de lo posible, problemas con la resolución.

- C1: $N(a)$
- C2: $\neg N(x_2) \vee N(s(x_2))$
- C3: $\neg N(x_3) \vee \neg E(a, s(x_3))$
- C4: $\neg N(x_4) \vee \neg N(y_4) \vee \neg E(s(x_4), s(y_4)) \vee E(x_4, y_4)$
- C5: $E(f(x_5, a), x_5)$
- C6: $E(s(f(x_6, s(y_6))), f(s(x_6), s(y_6)))$

La refutación es la siguiente:

- C7: $\neg N(a) \vee \neg N(s(a)) \vee E(a, s(a))$ (C0, C4) $\{ x_4/a, y_4/s(a) \}$

C8:	$\neg N(s(a)) \vee E(a, s(a))$	(C7,C1)	{ }
C9:	$\neg N(a) \vee E(a, s(a))$	(C8,C2)	{ x^2/a }
C10:	$E(a, s(a))$	(C9,C1)	{ }
C11:	$\neg N(a)$	(C10,C3)	{ x^3/a }
C12:	$\square$	(C11,C1)	{ }