LÓGICA

EXAMEN ORDINARIO

Grado en Ingeniería de la CyberSeguridad. Universidad Rey Juan Carlos

8 enero 2019

Nombre y apellidos: ____

DNI: ____

Entrega esta hoja y todas las demás que hayas necesitado. Pon el nombre en todas ellas y numéralas.

Las respuestas sin justificación se considerarán como no contestadas. Las justificaciones tienen que ser claras, bien redactadas y perfectamente comprensibles

Utilizando Gentzen (se pueden utilizar tanto reglas básicas como derivadas), demuestra que es cierto el siguiente razonamiento:

Las personas que tienen instalado Linux en su ordenador y pasan más de 8 horas al día utilizándolo, seguro que también tienen instalado Windows. Sólo si te manejas bien con el ordenador, no se cumple que como mínimo tengas instalado Linux o Windows. No tienes instalado Linux a menos que pases más de 8 horas al día utilizando el ordenador. Por lo tanto, es necesario que tengas instalado Windows si no te manejas bien con el ordenador.

Solución:

p: una persona tiene instalado Linux en su ordenador

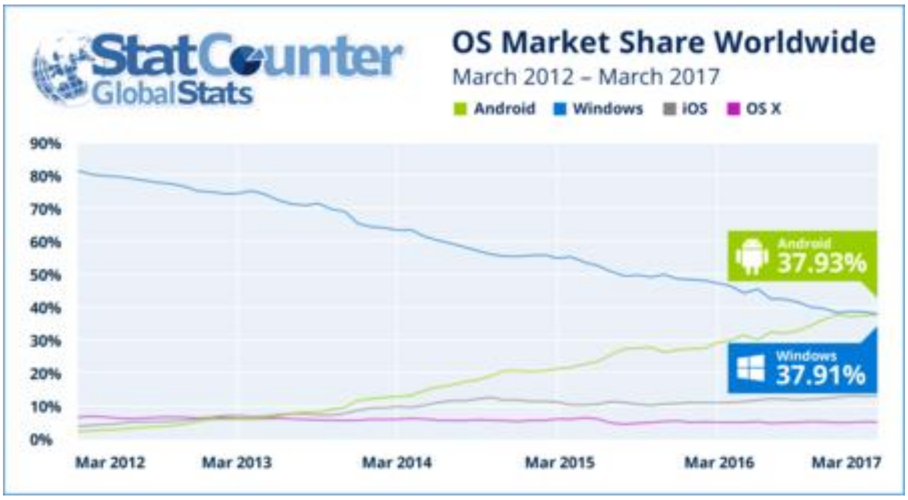
q: una persona pasa más de 8 horas utilizando su ordenador

r: una persona tiene instalado Windows en su ordenador

s: una persona se maneja bien con el ordenador

1. $(p \wedge q) \rightarrow r$ Pr
2. $\neg(p \vee r) \rightarrow s$ Pr.
3. $p \rightarrow q$ Pr.
4. $\neg s$ Pr aux.
5. $\neg r$ Pr. aux.
6. $\neg(p \wedge q)$ T28, 5, 1.
7. $\neg\neg(p \vee r)$ T28, 4, 2
8. $p \vee r$ E¬, 7
9. p T29, 8, 5
10. q E→, 9, 3
11. $p \wedge q$ I∧ 9, 10
12. $\perp$ I∧, 11, 6
13. $\neg\neg r$ I¬ (5, 12)
14. r E¬, 13
15. $\neg s \rightarrow r$

Tenemos la siguiente estadística de StatCounter, acerca la cuota de mercado de los cuatro sistemas operativos mostrados en dicha estadística:



Queremos formalizar matemáticamente la siguiente relación: un sistema operativo está relacionado con otro si el primero tiene actualmente (en el momento en que se hizo la estadística) más cuota de mercado que el segundo (la cuota tiene que ser estrictamente mayor, no mayor o igual). Formaliza matemáticamente:

- El conjunto sobre el que se va a definir la relación. Descríbelo por extensión.
- La relación descrita. Descríbela por extensión. Indica su cardinal.
- Indica las propiedades que cumple y no cumple la relación.

- Indica si la relación es de equivalencia. Si lo es, halla sus clases de equivalencia.

$$A = \{ \overset{An}{\text{Android}}, \overset{W}{\text{Windows}}, \overset{i}{\text{iOS}}, \overset{O}{\text{OSX}} \}$$

$$R = \{ (An, W), (An, i), (An, O), (W, i), (W, O), (i, O) \} \subseteq A \times A$$

$$Card(R) = 6$$

R cumple las propiedades:

- No es reflexiva.
- No es simétrica.
- No existe ningún par de elementos (x, y) tal que xRy y yRx. Por lo tanto, al no cumplirse la premisa, la implicación es verdadera y por lo tanto estrictamente sí se cumple la propiedad antisimétrica.
- Sí es transitiva.

R no es de equivalencia.

Usando tableaux, clasifica la siguiente fórmula de la lógica proposicional:

$$\varphi = (p \wedge \neg q \rightarrow r \vee s) \vee (\neg p \wedge \neg q) \rightarrow \neg s \rightarrow q$$

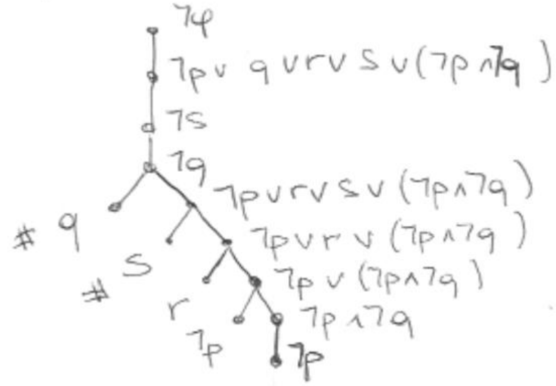
Solución:

$$\neg\varphi \equiv ((p\wedge\neg q \to r\vee s)\vee(\neg p\wedge\neg q))\wedge\neg(\neg s\to q) \equiv$$

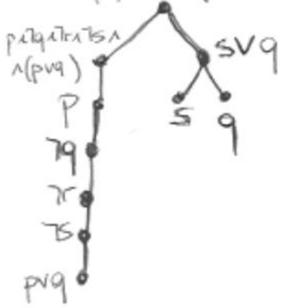
$$\equiv (\neg(p\wedge\neg q)\vee r\vee s\vee(\neg p\wedge\neg q))\wedge\neg(s\vee q) \equiv$$

$$\equiv (\neg p\vee q\vee r\vee s\vee(\neg p\wedge\neg q))\wedge\neg s\wedge\neg q$$

$T(\neg\varphi)$



$T(\varphi)$ φ



$T(\neg\varphi)$ ES ABIERTO, φ NO ES UNA TAUTOLOGÍA.

$\varphi \equiv \neg(\neg p\vee q\vee r\vee s\vee(\neg p\wedge\neg q))\vee s\vee q \equiv (p\wedge\neg q\wedge\neg r\wedge\neg s\wedge(p\vee q))\vee s\vee q$. $T(\varphi)$ ES ABIERTO, φ ES UNA CONTINGENCIA.

Define la función que asocia a cada fórmula de la lógica de primer orden el conjunto de los conectivos binarios distintos de V que aparecen en dicha fórmula.

3) VAMOS A DEFINIR $f: F \to P(A)$ POR RECURSIÓN ESTRUCTURAL SOBRE F:

A: PASO BASE: $f(\top)=f(\bot)=f(p)=\emptyset$

$f((s=t))=\emptyset$, $f(P(t_1,\dots,t_n))=\emptyset$

PASOS RECURSIVOS

($\neg$) $f(\neg\varphi)=f(\varphi)$

($\circ$) $f(\varphi_1\circ\varphi_2)=\begin{cases} f(\varphi_1)\cup f(\varphi_2)\cup\{\circ\} & \text{si } \circ\neq\vee \\ f(\varphi_1)\cup f(\varphi_2) & \text{si } \circ=\vee\end{cases}$

($\exists\forall$) $f(\exists x\varphi)=f(\forall x\varphi)=f(\varphi)$

P es un símbolo de predicado (en la lógica de predicados) con aridad 3. Formaliza las siguientes dos sentencias y demuestra que no son equivalentes:

a) Para toda posible pareja de "x" e "y", existe al menos un "z" tal que se cumple P(x,y,z)
b) Hay zetas que, para toda posible pareja de "x" e "y", se cumple P(x,y,z)

Solución:

$$\varphi_1 \ : \ \forall x \forall y \exists z P(x,y,z)$$

$$\varphi_2 \ : \ \exists z \forall x \forall y P(x,y,z)$$

Hay que buscar una interpretación para la cual el valor de la primera fórmula sea diferente al valor de la segunda. Por ejemplo: D = {a,b} y P^I = {(a,a,a),(a,b,a),(b,a,b),(b,b,b)}

Formaliza lo siguiente en lógica de primer orden, en el dominio de las personas:

Todo ingeniero informático que se dedique a la seguridad informática va a seguir la disciplina del hacking ético. Una persona es un hacker si sólo si se dedica a la seguridad informática. Nadie es hacker a menos que algún ingeniero informático le haya enseñado. No todos los hackers van a seguir la displina del hacking ético.

Solución:

D: personas

$E(x,y)$: x enseña a y

$II(x)$: x es Ingeniero Informático

$SI(x)$: x se dedica a la seguridad informática.

$HE(x)$: x sigue la disciplina del hacking ético

$H(x)$: x es hacker

$$\forall x\,(II(x) \wedge SI(x) \rightarrow HE(x))$$

$$\forall x\,(H(x) \leftrightarrow SI(x))$$

$$\forall x\,(H(x) \rightarrow \exists y(II(y) \wedge E(y,x)))$$

$$\neg(\forall x\,(H(x) \rightarrow HE(x)))$$

Hay que unir las cuatro fórmulas con conjunciones, o bien explicarlo (como lo estoy haciendo yo ahora).