Física Aplicada a Farmacia

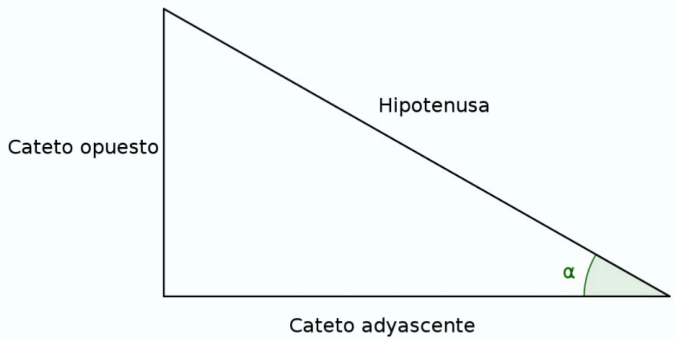
Fernando Herranz
fherranz@pdi.ucm.es

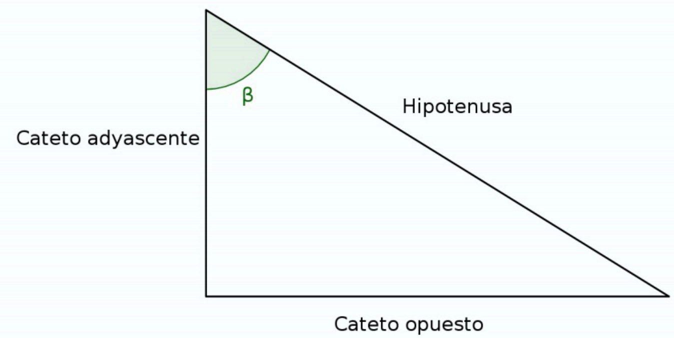
Tutorías L,X,V 17.30
(avisad antes !)

Parte 3ª. ONDAS

Tema 1: Generalidades de las ondas

Tipos de ondas. Velocidad de propagación. Ondas armónicas. Energía e intensidad de una onda. Potencia de una onda. Ondas armónicas. Interferencia de ondas. Ondas estacionarias.



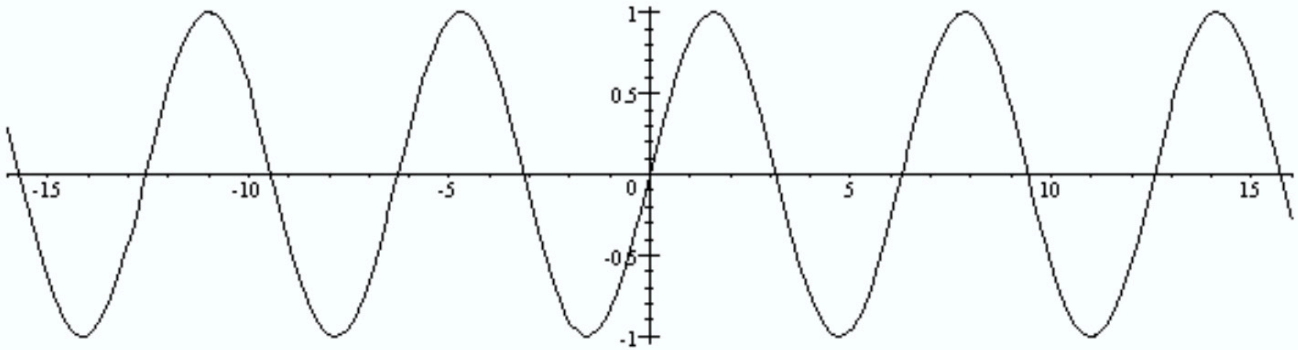


Las funciones trigonométricas son el seno, sen; el coseno, cos, y la tangente, tan y se definen como:

$$\begin{aligned}
\text{sen } \alpha &= \frac{\text{Cateto opuesto}}{\text{Hipotenusa}} \\
\cos \alpha &= \frac{\text{Cateto adyascente}}{\text{Hipotenusa}} \\
\tan \alpha &= \frac{\text{sen } \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\text{Cateto opuesto}}{\text{Cateto adyascente}}
\end{aligned}$$

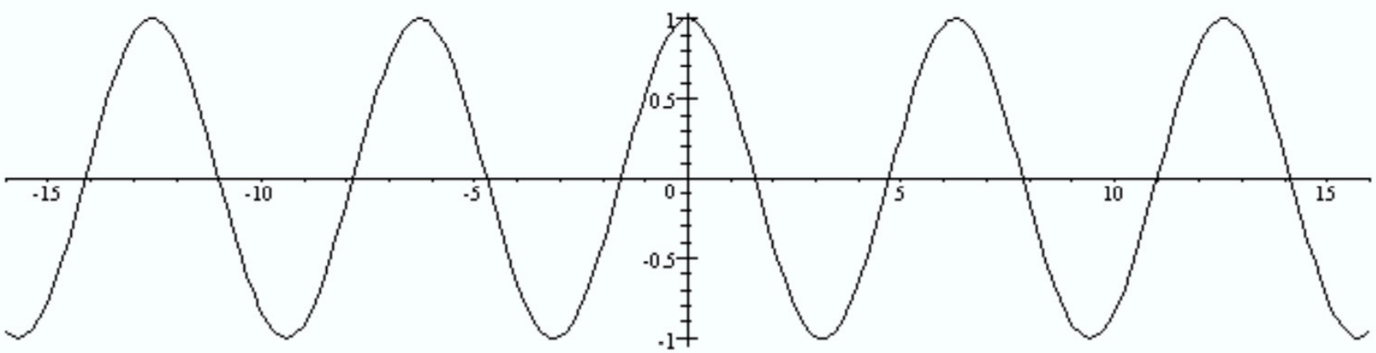
el valor de las funciones trigonométricas dependen del ángulo y no del tamaño del triángulo

Función seno



$y = \operatorname{sen} x$

Función coseno



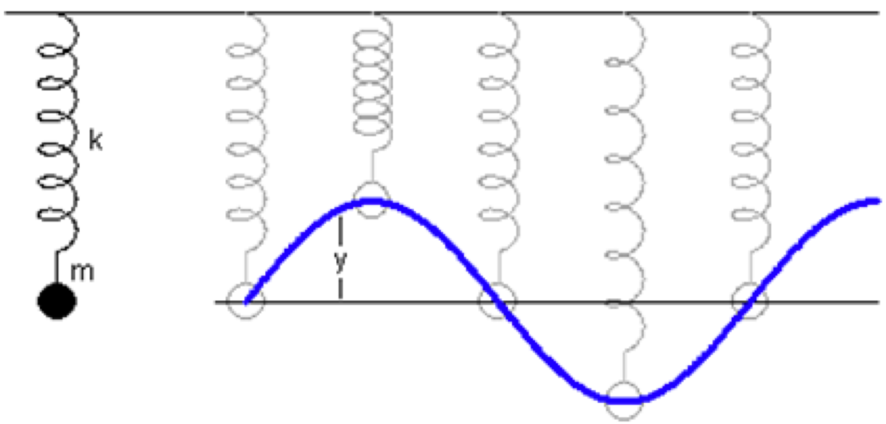
$y = \cos x$

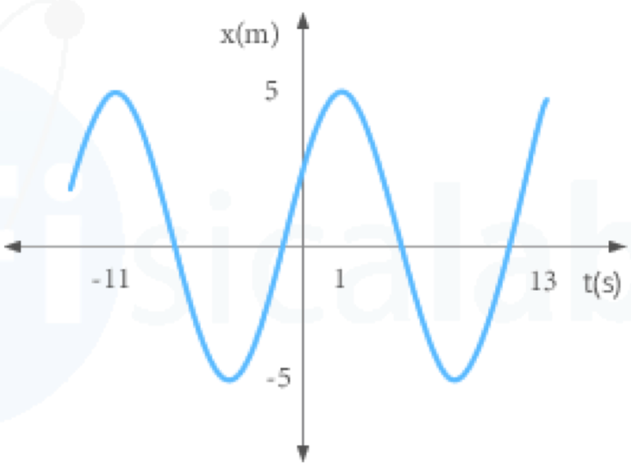
para cualquier ángulo, α, tenemos que:

$$\boxed{\begin{array}{c} -1 \leq \operatorname{sen}\alpha \leq 1 \\ -1 \leq \cos\alpha \leq 1 \end{array}}$$

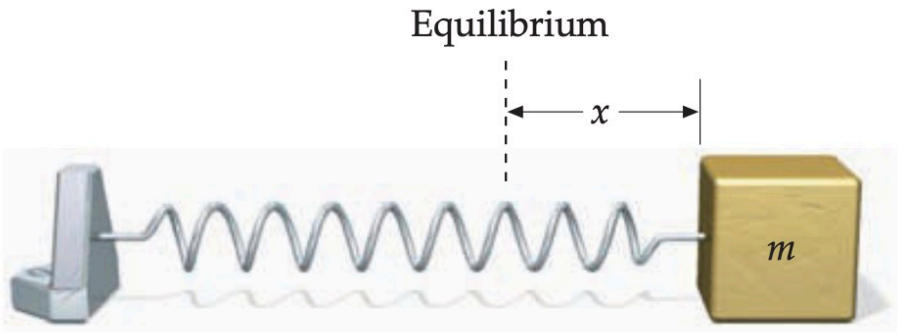
Movimiento vibratorio

Consideraremos un cuerpo puntual. Cuando ese cuerpo se mueve en línea recta en torno a una posición de equilibrio se dice que tiene un **movimiento vibratorio u oscilatorio**. Si además siempre tarda el mismo tiempo en completar una oscilación y la separación máxima de la posición de equilibrio es siempre la misma decimos que se trata de un **movimiento vibratorio armónico simple (mvas)**.





Movimiento armónico simple



$$F_x = -kx$$

$$-kx = ma_x$$

$$a_x = -\frac{k}{m}x \quad \left(\text{or} \quad \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x\right)$$

En el movimiento armónico simple, la acelaración, y por tanto la fuerza neta, son ambos proporcionales al (y de sentido opuesto) desplazamiento desde la posición de equilibrio

- **Elongación.** Posición que tiene en cada momento la partícula vibrante respecto de la posición de equilibrio. Se suele representar mediante la letra x ó y. Unidad S.I.: m.

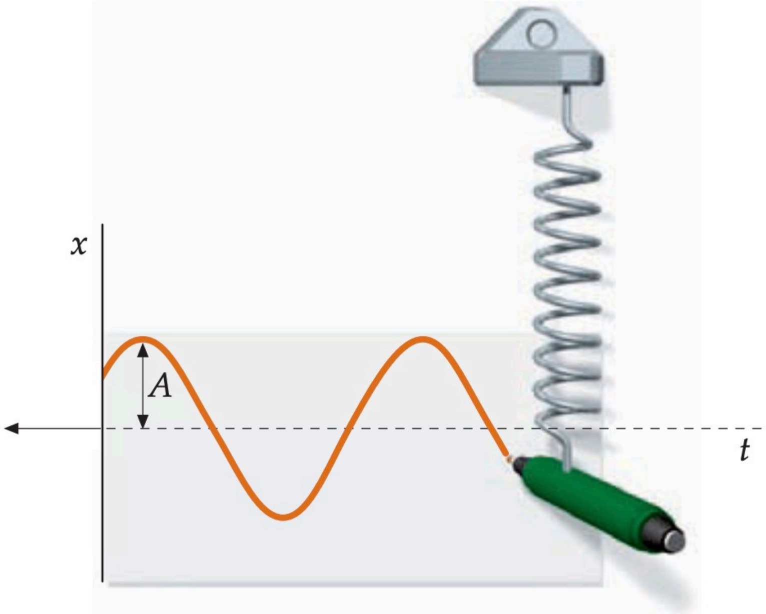
- **Amplitud.** Máxima distancia de la partícula vibrante respecto de la posición de equilibrio. Se representa mediante la letra A. Unidad S.I.: m.

- **Periodo.** Tiempo que tarda la partícula vibrante en realizar una oscilación completa. Se nota por la letra T y es una magnitud inversa a la frecuencia. $T=1/f$. Unidad S.I.: s.

- **Frecuencia.** Número de vibraciones que se producen en la unidad de tiempo (en un segundo, un minuto, una hora... Se nota por la letra f y es una magnitud inversa al periodo. $f=1/T$. Unidad S.I.: Hz.

- **Velocidad de vibración.** Velocidad que lleva la partícula vibrante en cada momento. Se simboliza por la letra v. Unidad S.I.: m/s

- **Aceleración de vibración.** Aceleración que lleva la partícula vibrante en cada momento. Se representa mediante la letra a. Unidad S.I.: m/s^2.



Posición en un harmónico simple

$$x = A\cos(\omega t + \delta)$$

A – amplitud
ωt + δ – fase del movimiento
δ – constante de fase

Para dos sistemas

$$x_1 = A_1\cos(\omega t)$$

$$x_2 = A_2\cos(\omega t + \delta)$$

Frecuencia angular

$$\omega = 2\pi\frac{1}{T} = 2\pi f$$

Velocidad en un harmónico simple

$$v_x = \frac{dx}{dt} = -\omega A\sin(\omega t + \delta)$$

Aceleración en un harmónico simple

$$a_x = -\omega^2 x$$

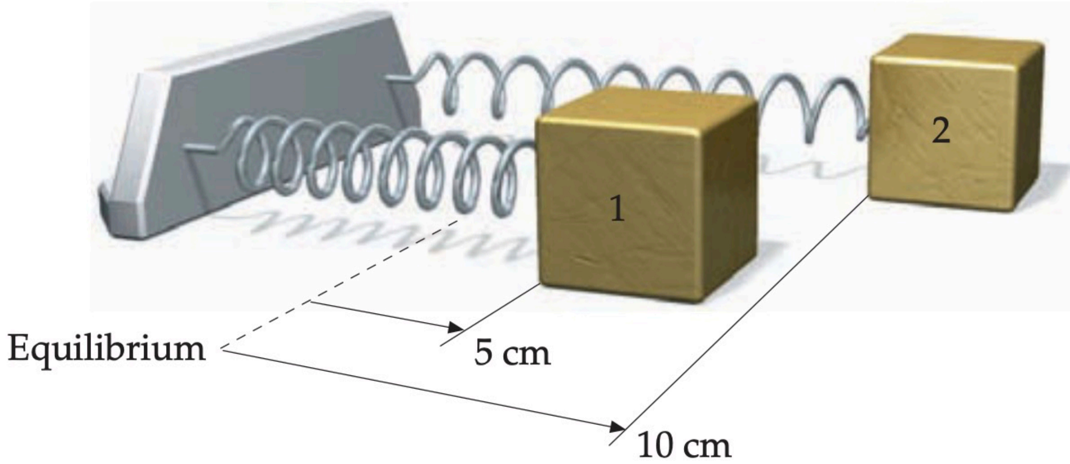
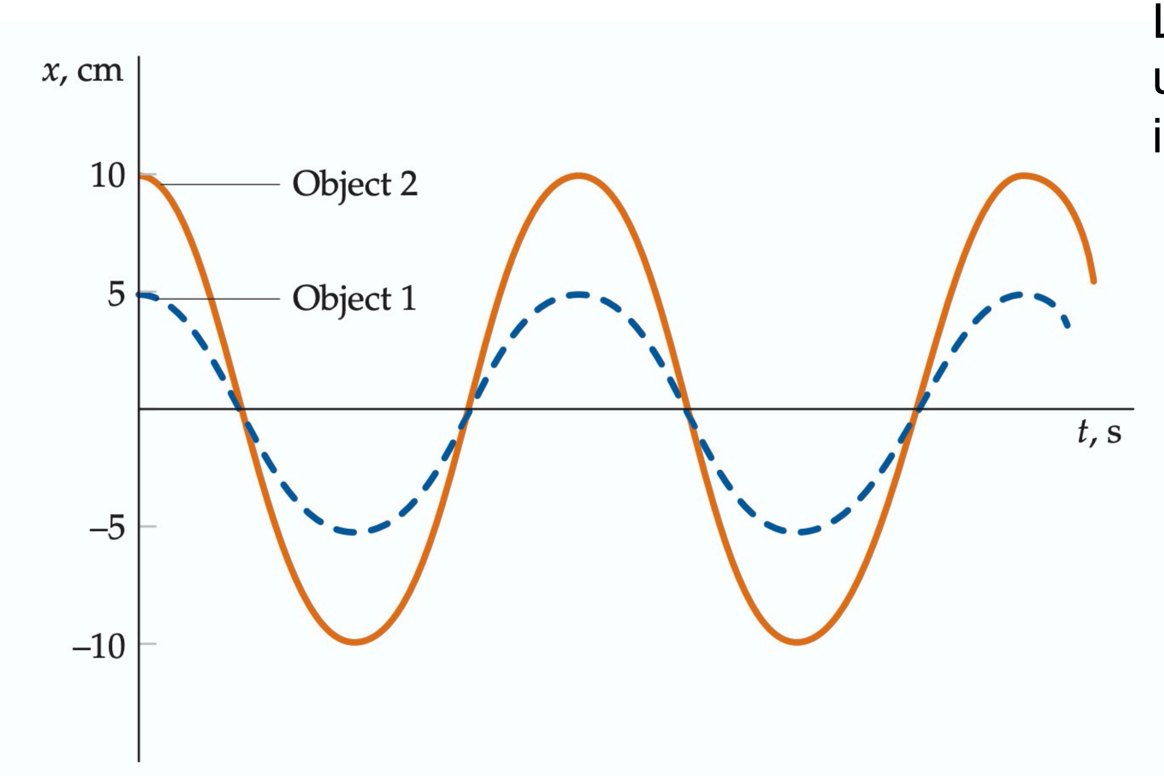


FIGURE 14-3 Two identical mass-spring systems.

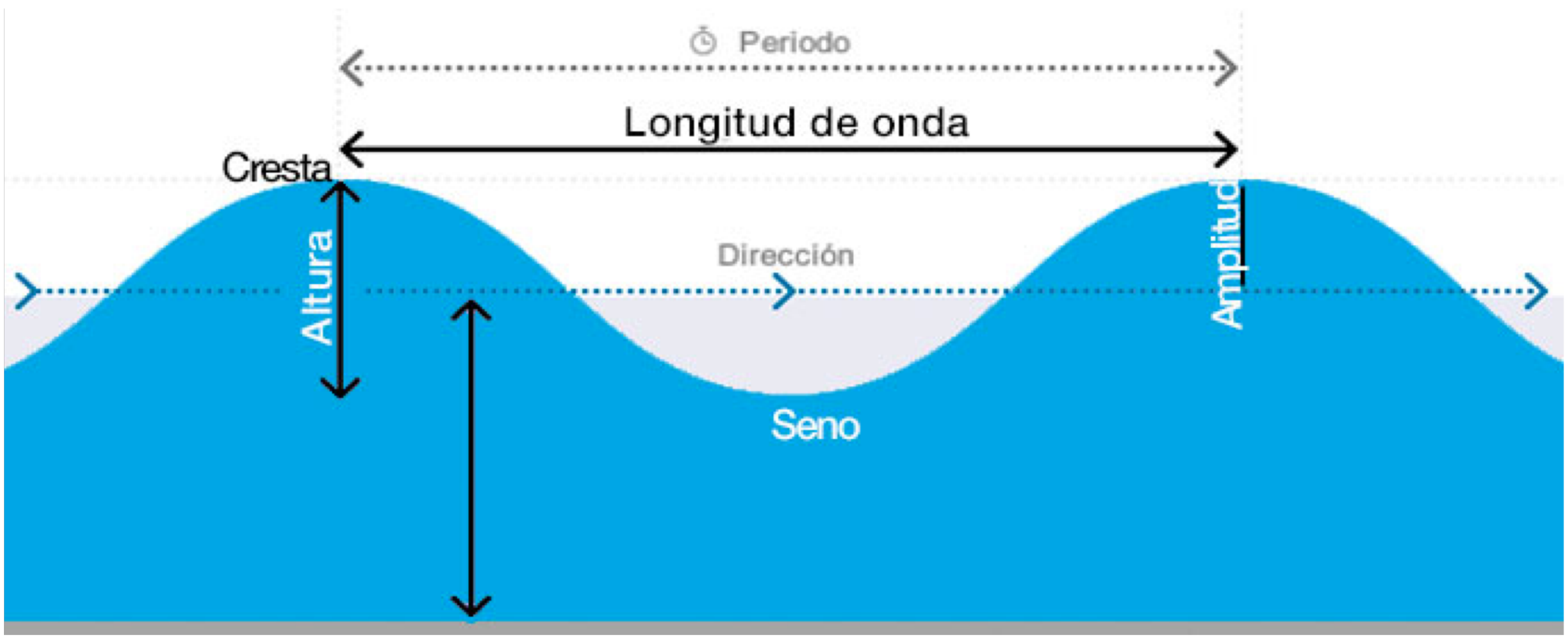


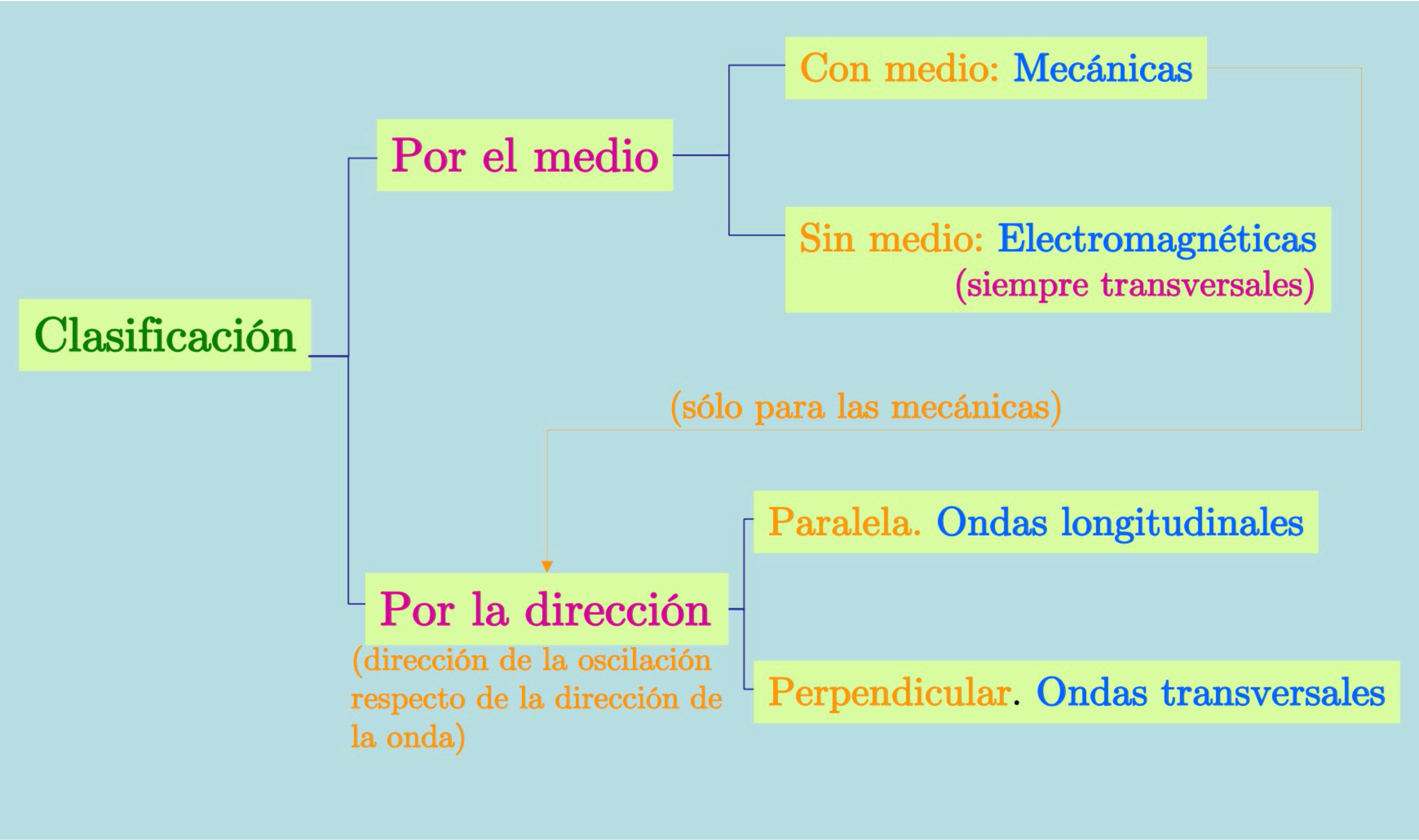
La frecuencia, y por tanto T, de un harmónico simple es independiente de la amplitud

Cuando una vibración o perturbación originada en una fuente o foco se propaga a través del espacio se produce una onda. En particular nos centraremos en las ondas armónicas ideales, que son aquellas en las que la vibración que se transmite es armónica simple en todos sus puntos.

Es una perturbación que viaja

No hay transporte de masa, sólo de energía y de momento lineal





Clasificación
Por el medio
Con medio: Mecánicas
Sin medio: Electromagnéticas
(siempre transversales)
(sólo para las mecánicas)
Por la dirección
(dirección de la oscilación respecto de la dirección de la onda)
Paralela. Ondas longitudinales
Perpendicular. Ondas transversales

A) Vibración-propagación

Longitudinales

Transversales

B) Dimensión propagación

Unidimensionales

Bidimensionales

Tridimensionales

C) Medio propagación

Mecánicas

Electromagnéticas

Elongación (y): Distancia de cada partícula vibrante a su posición de equilibrio. Unidad S.I.: m.

Amplitud (A): Distancia máxima de una partícula a su posición de equilibrio o elongación máxima. Unidad S.I.: m.

Ciclo u oscilación completa: Recorrido que realiza cada partícula desde que inicia una vibración hasta que vuelve a la posición inicial. Unidad S.I.: m.

Longitud de onda (λ): Distancia mínima entre dos partículas que vibran en fase, es decir, que tienen la misma elongación en todo momento. Unidad S.I.: m.

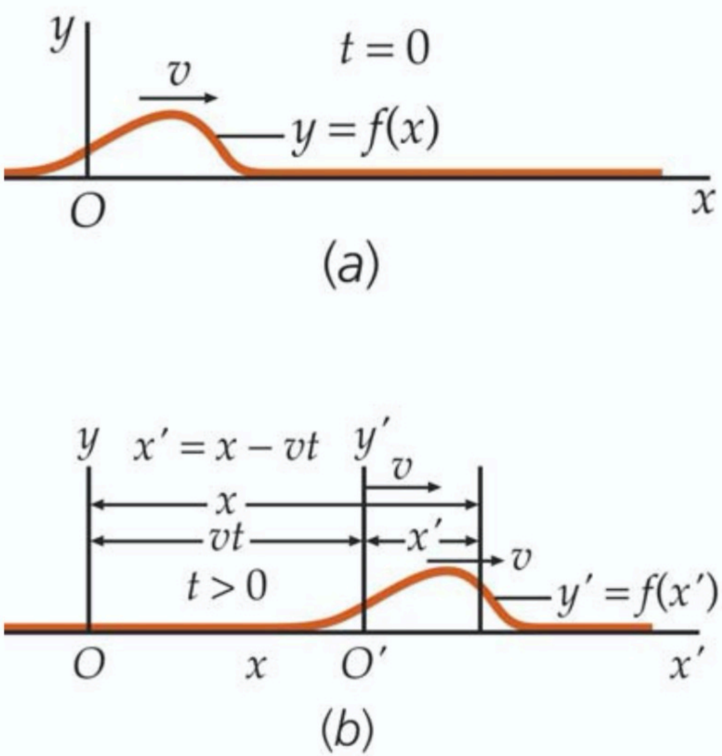
Número de onda (n): Número de longitudes de onda K
que hay en la unidad de longitud. $\lambda = 1/n$. Unidad S.I.: 1/m ó m^{-1}.

Velocidad de propagación (v): Velocidad con la que se propaga la onda. Espacio recorrido por la onda en la unidad de tiempo. Unidad S.I.: m/s.

Periodo (T): 1) Tiempo en el que una partícula realiza una vibración completa. 2) Tiempo que tarda una onda en recorrer el espacio que hay entre dos partículas que vibran en fase. $T=1/f$. Unidad S.I.: s.

Frecuencia (f): 1) Nº oscilaciones de las partículas vibrantes por segundo. 2) Nº oscilaciones que se producen en el tiempo en el que la onda avanza una distancia igual a λ. $f=1/T$. Unidad S.I.: (Hz=ciclos/s).

Descripción matemática de una onda



Supongamos que tenemos una función cualquiera

$$y = f(x)$$

que 'viaja', con velocidad v, a lo largo del eje x. En una visión estática, sólo podemos capturarla en determinados instantes.

En un instante t=0, Fig. a
Y en un instante cualquiera t ,
Fig b.

La forma de la función sería la misma en cualquier sistema de referencia O' que viajara con ella.

$$y = f(x')$$

Así que sólo tenemos que hacer un cambio de coordenadas:

$$x = x' + vt$$

Coordenadas en el sistema de referencia viajero *O'*

Coordenadas en el sistema de referencia inicial estático *O*

Y nuestra función viajera queda:

$$y = f(x - vt)$$

$\longrightarrow$ Para ondas viajeras a la derecha, $x \rightarrow$

Observad el signo

O bien:

$$y = f(x + vt)$$

$\longrightarrow$ Para ondas viajeras a la izquierda, $x \leftarrow$

En ambos casos:

- f es la función de onda
- v es la velocidad de propagación
- x es la dirección de propagación

Puede ser cualquier dirección del espacio, no necesariamente un eje de coordenadas.

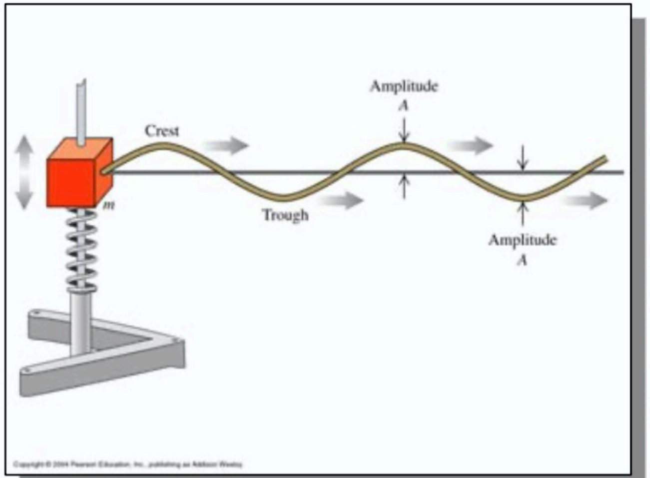
Ondas armónicas

Onda periódica: Producida por una perturbación periódica.

P. ej.: Extremo de una cuerda que se mueve periódicamente

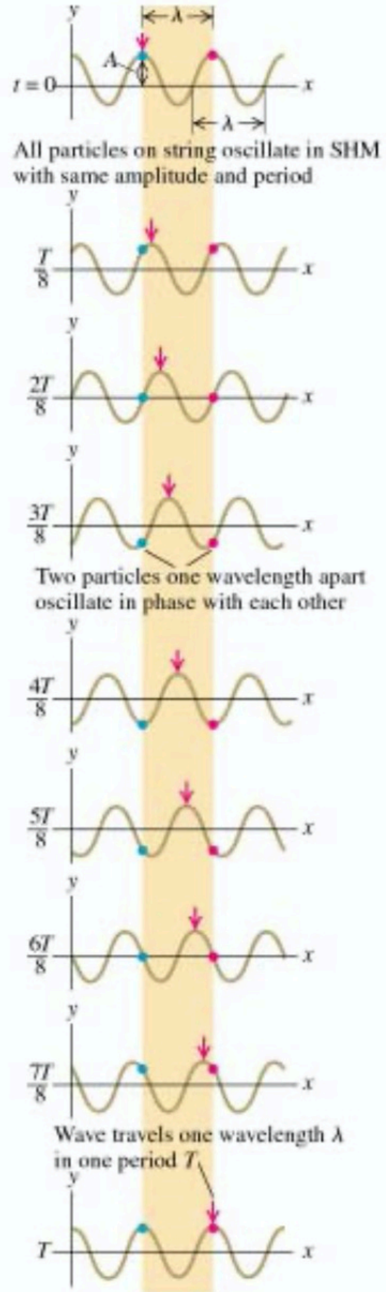
función periódica

$$y = f(x - vt)$$



Si f es una función armónica seno coseno $\longrightarrow$ Onda armónica

Cada punto del medio oscila con un M.A.S.



La distancia entre dos crestas es λ

La onda avanza λ en un período T

De modo que su velocidad:

$$v = \lambda / T = \lambda f$$

Diferencia entre la velocidad de una partícula y la velocidad de la onda

Para una onda armónica en una cuerda

➡ La velocidad transversal de la partícula es:

$$v_y = \frac{\partial y}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\left[A \operatorname{sen}(Kx - \omega t)\right] = -\omega A \cos(Kx - \omega t)$$

En la dirección y

Y su valor máximo:

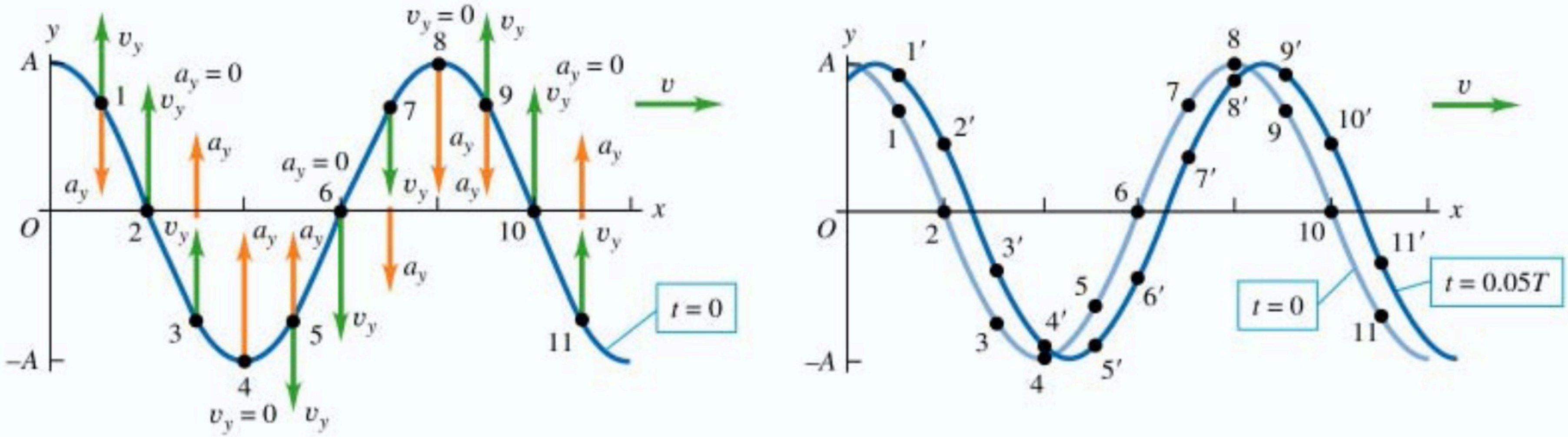
$$\boxed{v_{y,\mathrm{max}} = \omega A}$$

Velocidad máxima de la partícula (módulo)

➡ Mientras que la velocidad de la onda (velocidad de fase):

$$\boxed{v = \frac{\omega}{K}} = \frac{2\pi/T}{2\pi/\lambda} = \boxed{\frac{\lambda}{T} = \lambda f}$$

En la dirección x



(a)

(b)

Velocidad de las ondas

Propiedad general de las ondas: Su velocidad depende de las propiedades del medio, no de la velocidad de la fuente (emisor)

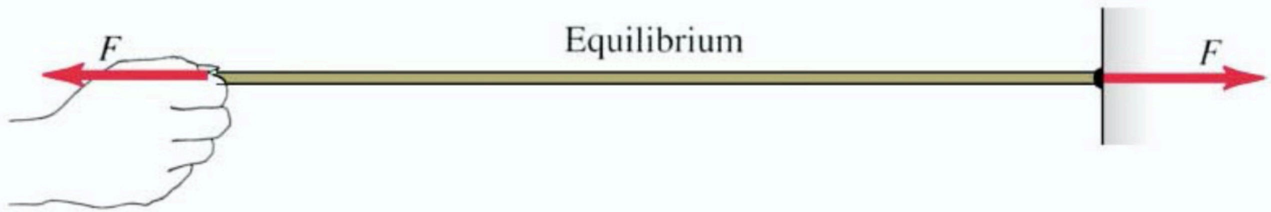
- La velocidad del sonido, por ejemplo, procedente de la sirena de una ambulancia, depende de las propiedades del aire, no de la velocidad de la ambulancia.

- En general:

$$v = \sqrt{\frac{\textbf{Fuerza de restitución que devuelve el sistema al equilibrio}}{\textbf{Inercia que resiste el retorno al equilibrio}}}$$

Velocidad de la onda en una cuerda

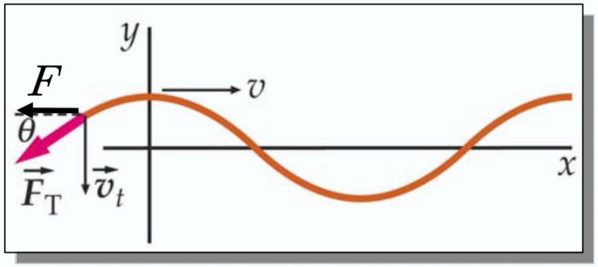
En una cuerda:



$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

- F: tensión de la cuerda — acción, propiedad elástica
- μ: masa lineal de la cuerda — reacción o inercia, propiedad inercial

Transferencia de energía



Calculemos la tasa de transferencia de energía (potencia) para una cuerda vibrante (onda transversal).

$$P = \mu v \omega^2 A^2 \cos^2(Kx - \omega t)$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \qquad v = \frac{\omega}{K}$$

Potencia instantánea transmitida

Potencia media

$$= \frac{1}{T}\int_0^T P(t)\,dt$$

Valor medio $\cos^2 = 1/2$

$$P_{av} = \overline{P}(t) = \mu v \omega^2 A^2 \overline{\cos^2(Kx - \omega t)}$$

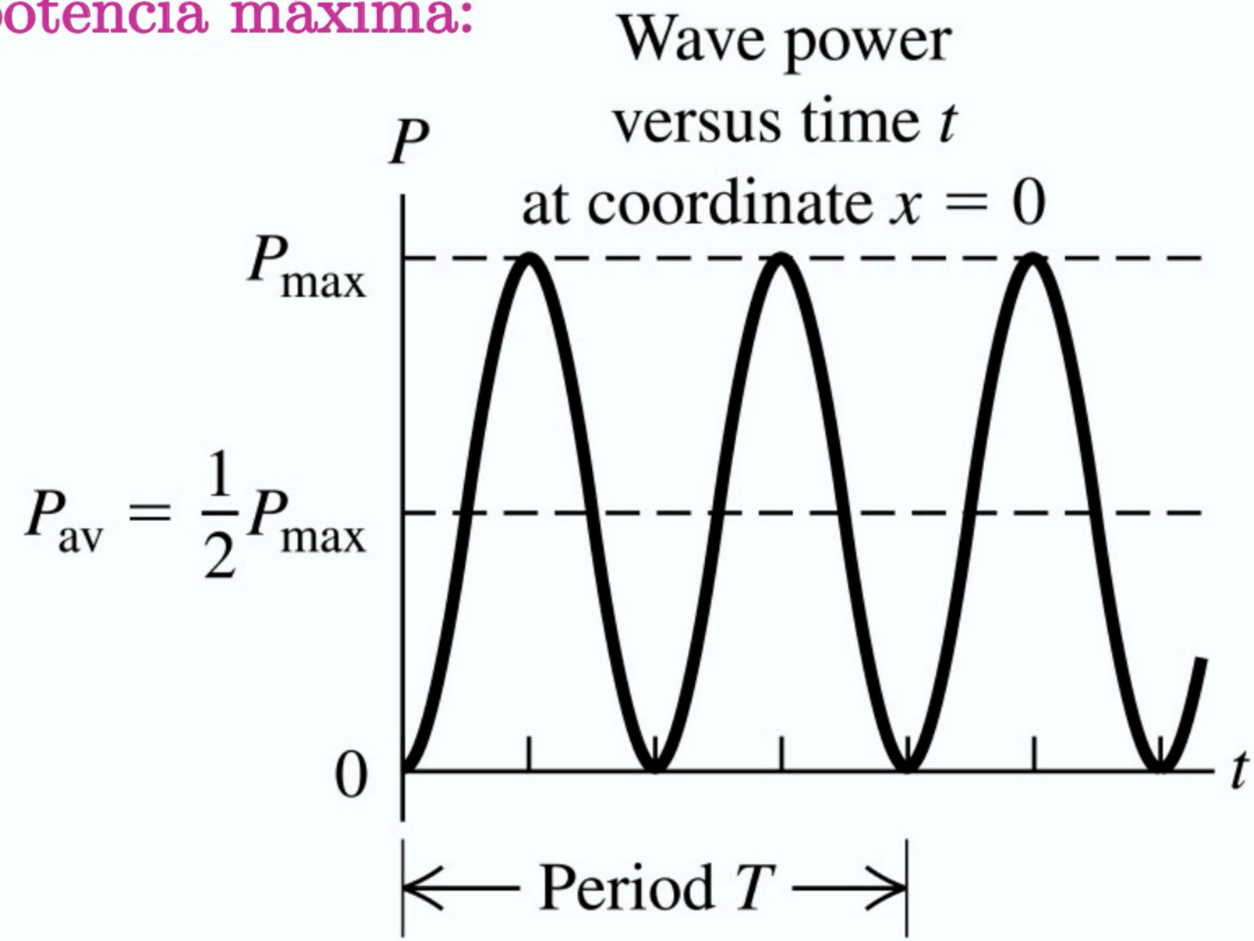
$$\boxed{P_{av} = \frac{1}{2}\mu v \omega^2 A^2}$$

Potencia transmitida en una oleada (periodo)

Potencia media P_{av}

Potencia máxima P_{max} ($\cos^2 = 1$)

La potencia media transmitida en un ciclo es, pues, la mitad de la potencia máxima:



En un intervalo de tiempo dado, la energía transmitida:

$$P_{av} = \frac{\Delta E_m}{\Delta t}$$

$$\Delta E_m = \underbrace{\frac{1}{2}\mu v \omega^2 A^2 \Delta t}_{\text{en función de } \Delta t}$$

$$\Delta E_m = \underbrace{\frac{1}{2}\mu \omega^2 A^2 \Delta x}_{\text{en función de } \Delta x}$$

$$\boxed{v = \frac{\Delta x}{\Delta t}}$$

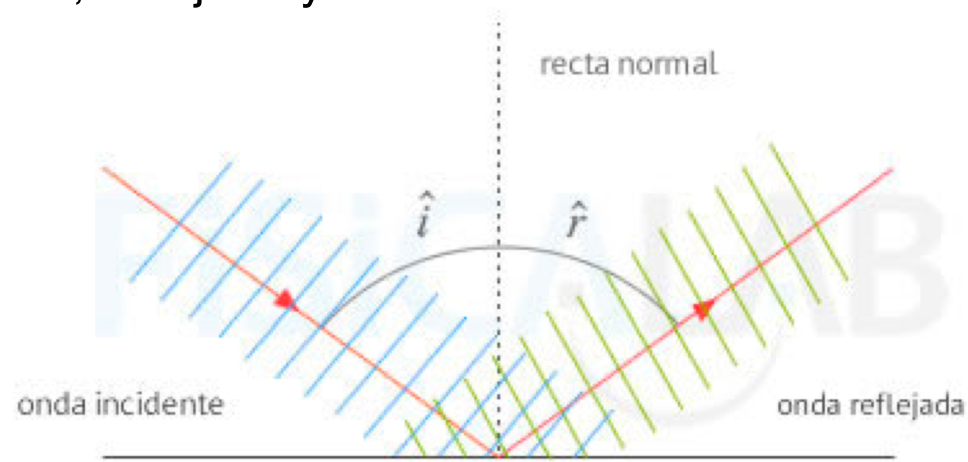
Tanto la P_m como la E_m transmitidas son proporcionales al cuadrado de la amplitud de la onda y al cuadrado de la frecuencia

Fenómenos ondulatorios

Reflexión de las ondas

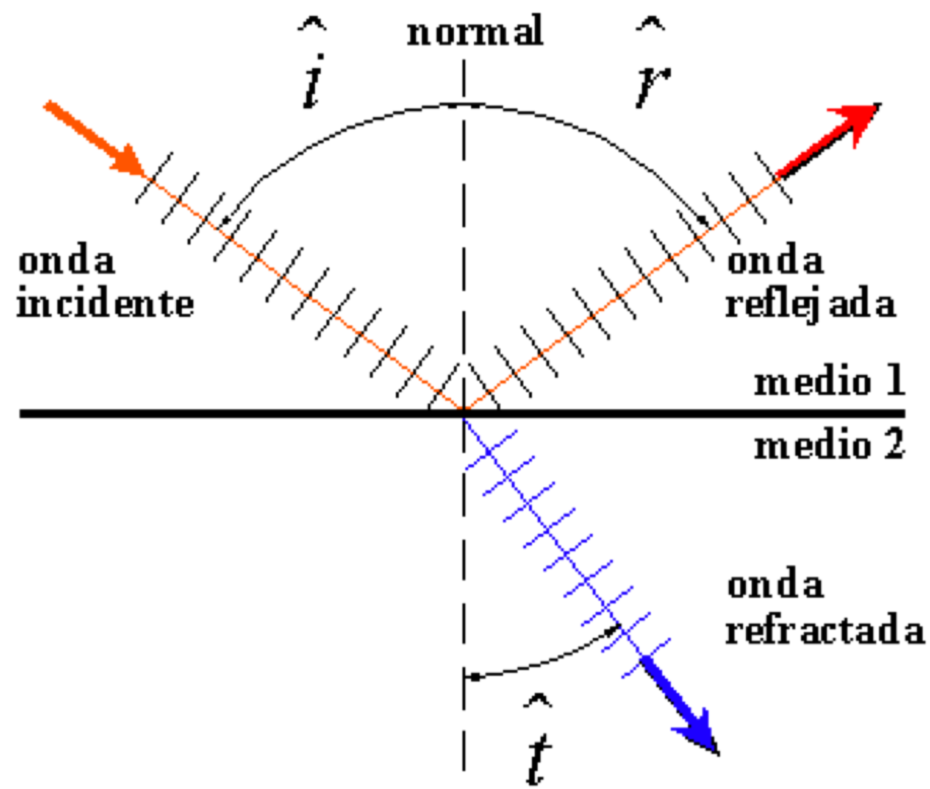
Se denomina reflexión de una onda al cambio de dirección que experimenta ésta cuando choca contra una superficie lisa y pulimentada **sin cambiar de medio de propagación**. Si la reflexión se produce sobre una superficie rugosa, la onda se refleja en todas direcciones y se llama **difusión**.

En la reflexión hay tres elementos: rayo incidente, línea normal o perpendicular a la superficie y rayo reflejado. Se llama ángulo de incidencia al que forma la normal con el rayo incidente y ángulo de reflexión al formado por la normal y el rayo reflejado.
Las leyes de la reflexión dicen que el ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión y que el rayo incidente, reflejado y la normal están en el mismo plano.



Refracción de las ondas
Se denomina refracción de una onda al cambio de dirección y de velocidad que experimenta ésta cuando pasa de un medio a otro medio en el que puede propagarse. Cada medio se caracteriza por su índice de refracción.

En la refracción hay tres elementos: rayo incidente, línea normal o perpendicular a la superficie y rayo refractado. Se llama ángulo de incidencia al que forma la normal con el rayo incidente y ángulo de refracción al formado por la normal y el rayo refractado.



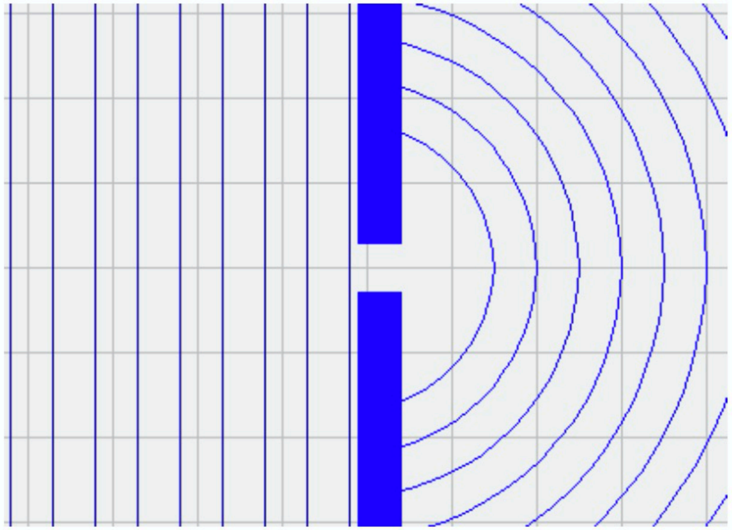
Cuando la onda pasa de un medio a otro en el que la onda viaja más rápido, el rayo refractado se acerca a la normal, mientras que si pasa de un medio a otro en el que la onda viaja a menos velocidad el rayo se aleja de la normal.

Difracción de las ondas

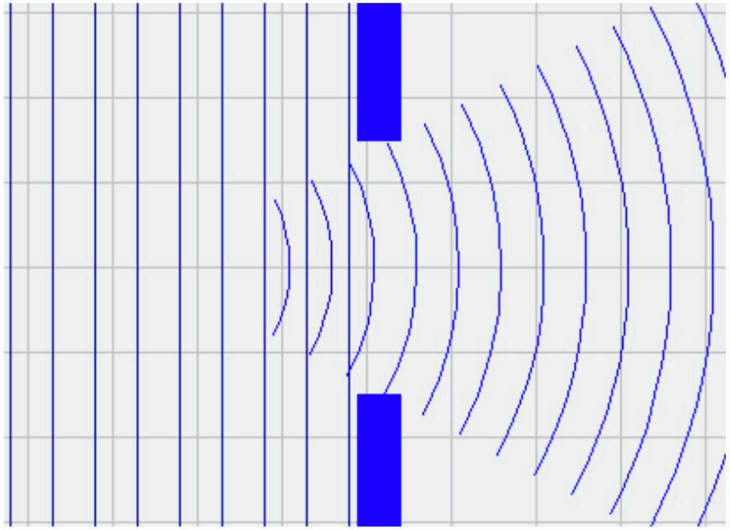
Se denomina difracción de una onda a la propiedad que tienen las ondas de rodear los obstáculos en determinadas condiciones.

Cuando una onda llega a un obstáculo (abertura o punto material) de dimensiones similares a su longitud de onda, ésta se convierte en un nuevo foco emisor de la onda.

Abertura simular a λ.



Abertura diferente a λ.



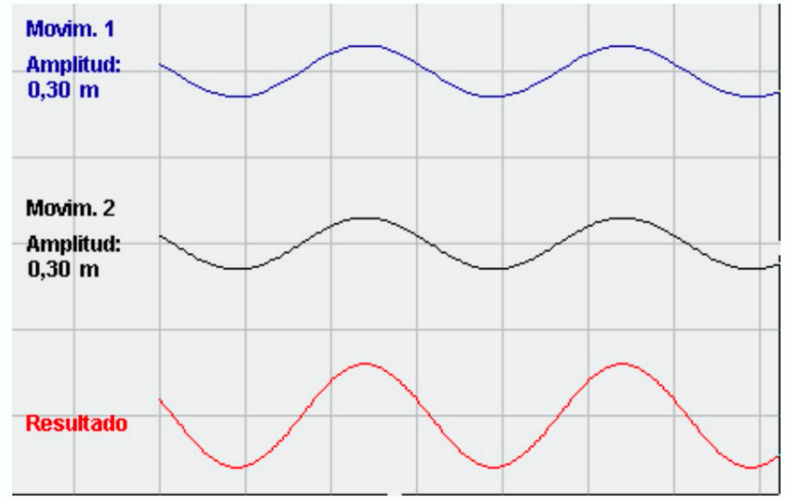
Interferencias de las ondas

Se denomina interferencia a la superposición o suma de dos o más ondas. Dependiendo fundamentalmente de las longitudes de onda, amplitudes y de la distancia relativa entre las mismas se distinguen dos tipos de interferencias:

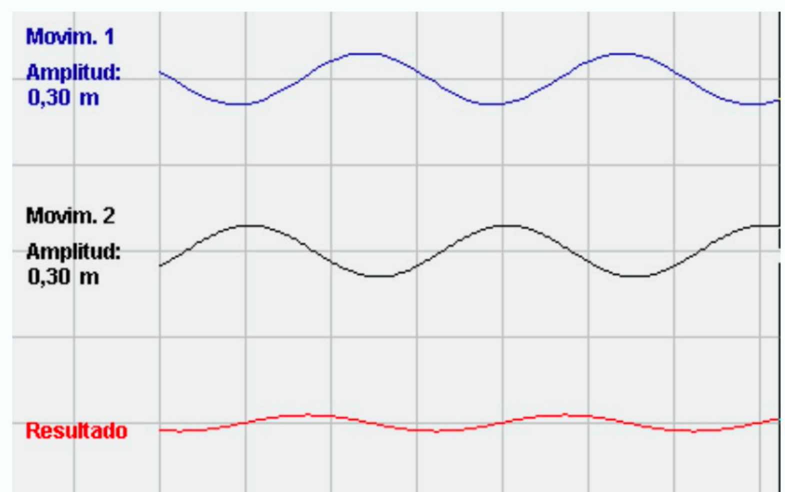
Constructiva: se produce cuando las ondas chocan o se superponen en fases, obteniendo una onda resultante de mayor amplitud que las ondas iniciales.

Destructiva: es la superposición de ondas en antifase, obteniendo una onda resultante de menor amplitud que las ondas iniciales.

Interferencia constructiva.

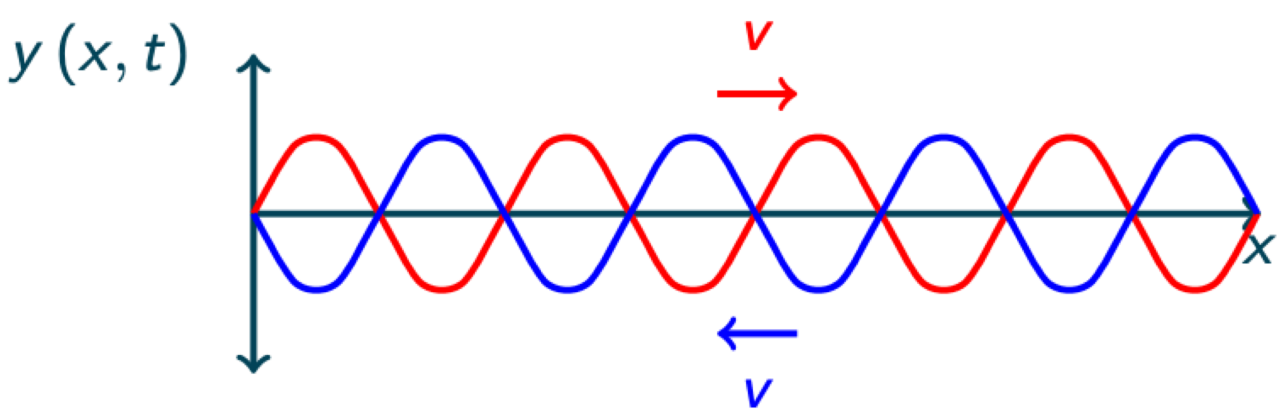


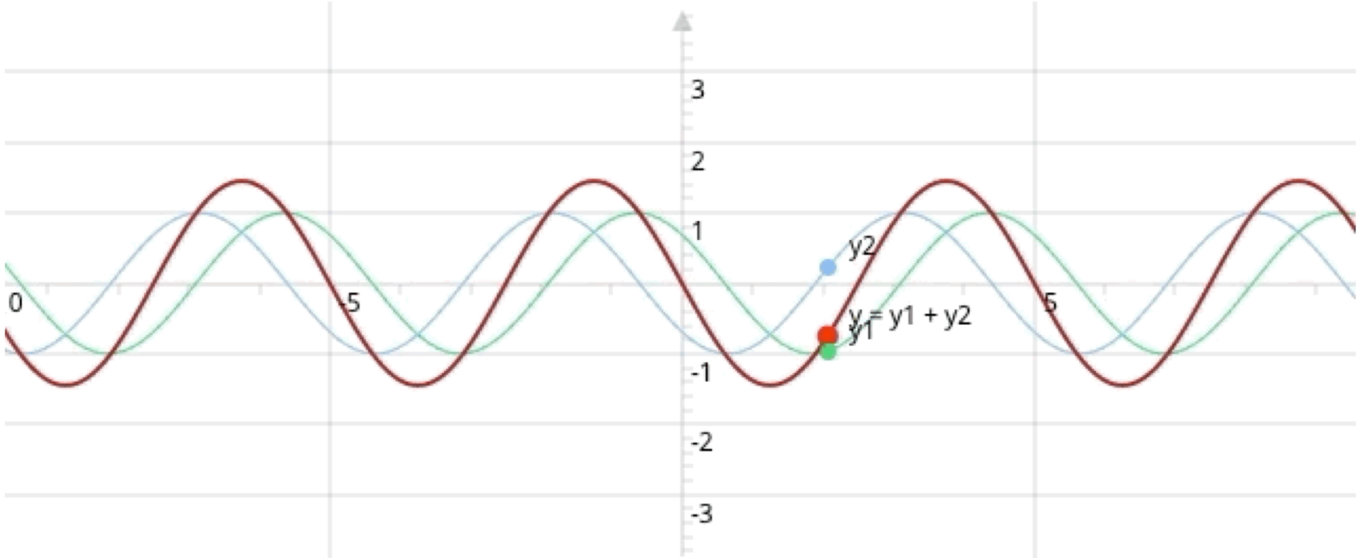
Interferencia destructiva.



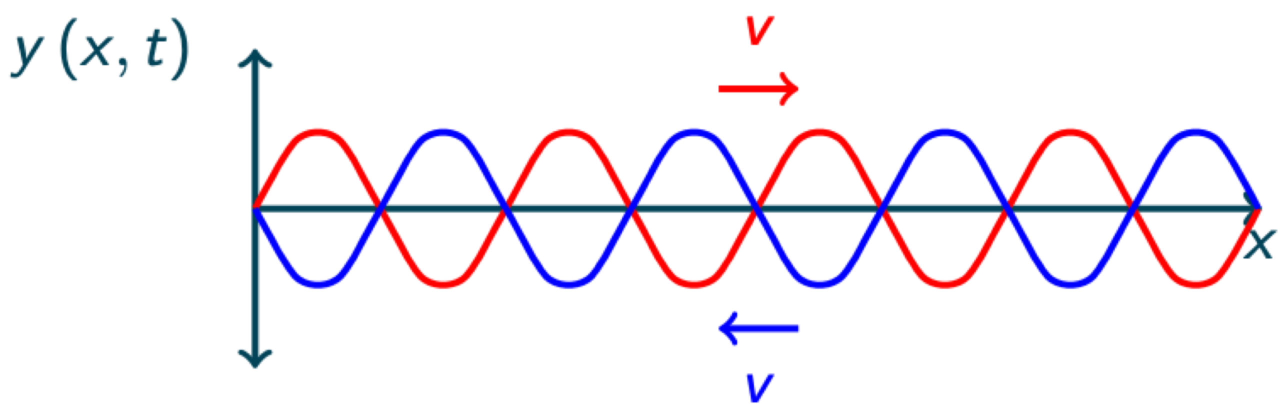
Ondas estacionarias

Las ondas estacionarias se producen por la interferencia de dos ondas de la misma naturaleza con iguales características físicas pero que **viajan en direcciones opuestas** o dicho de otra forma son el resultado de la superposición de una onda incidente y una onda reflejada. Las ondas estacionarias son aquellas ondas en las cuales, ciertos puntos de la onda llamados **nodos**, permanecen inmóviles.





3
2
1
-1
-2
-3
0
-5
5
y2
y = y1 + y2
y1



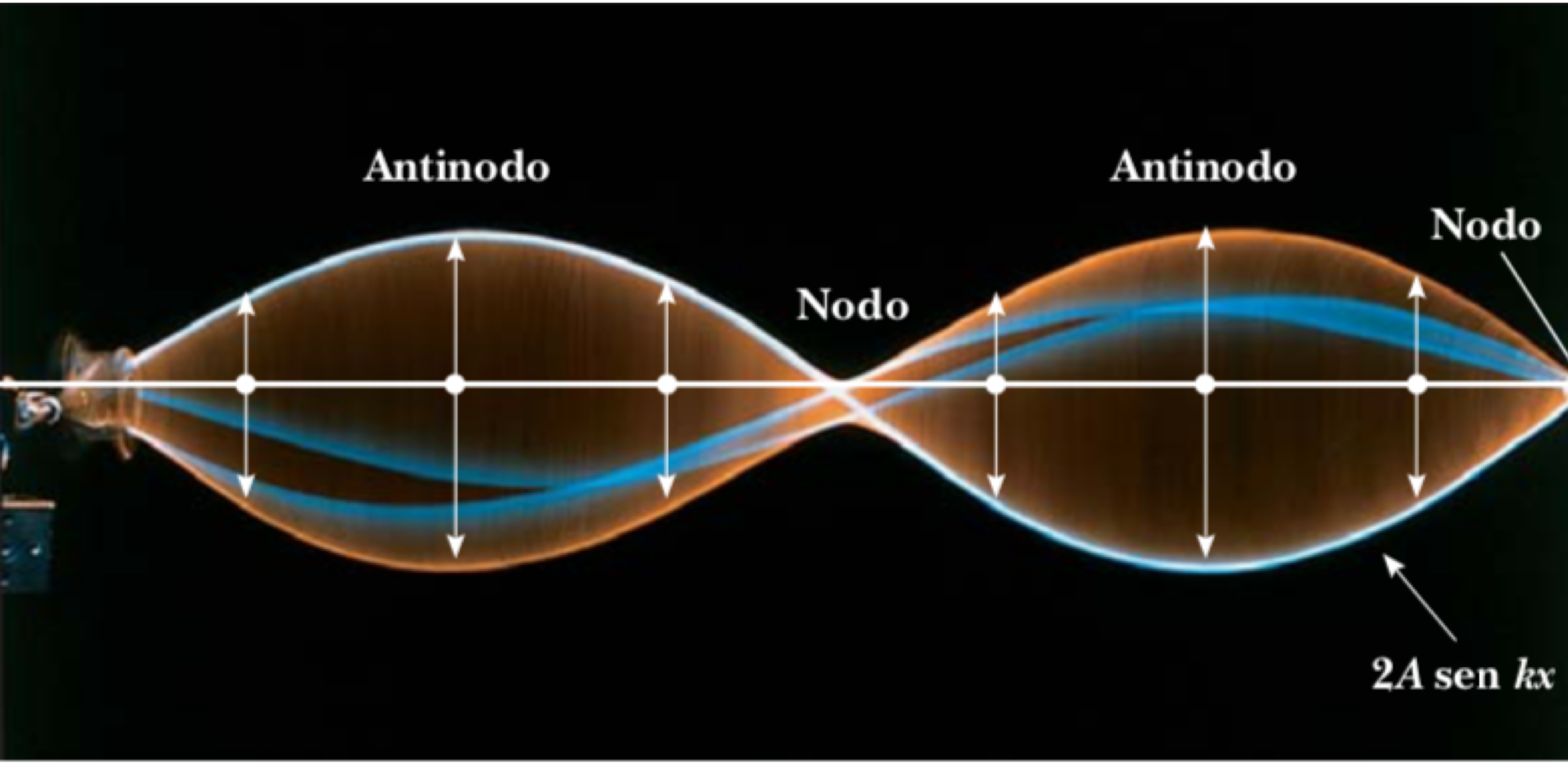
$$y_1 = A \operatorname{sen}(kx - \omega t) \qquad y_2 = A \operatorname{sen}(kx + \omega t)$$

donde y_1 representa una onda que viaja en la dirección $+x$ y y_2 representa una que viaja en la dirección $-x$. Al sumar estas dos funciones da la función de onda resultante y:

$$y = y_1 + y_2 = A \operatorname{sen}(kx - \omega t) + A \operatorname{sen}(kx + \omega t)$$

Cuando se usa la identidad trigonométrica $(a \pm b) = \operatorname{sen}(a)\cos(b) \pm \cos(a)\operatorname{sen}(b)$, esta expresión se reduce a

$$\boxed{y = (2A \operatorname{sen} kx) \cos \omega t}$$



Antinodo
Antinodo
Nodo
Nodo
2A sen kx

La amplitud del movimiento armónico simple de un elemento del medio tiene un valor mínimo de cero cuando x satisface la condición sen $kx = 0$, es decir, cuando

$$kx = 0,\ \pi,\ 2\pi,\ 3\pi,\ \ldots$$

Ya que $k = 2\pi/\lambda$, estos valores para kx producen

$$x = 0,\ \frac{\lambda}{2},\ \lambda,\ \frac{3\lambda}{2},\ \ldots\ = \frac{n\lambda}{2} \quad n = 0, 1, 2, 3, \ldots$$

Estos puntos de amplitud cero se llaman **nodos**.

El elemento del medio con el *mayor* desplazamiento posible desde el equilibrio tiene una amplitud de $2A$, que se define como la amplitud de la onda estacionaria. Las posiciones en el medio donde se presenta este desplazamiento máximo se llaman **antinodos**. Los antinodos se ubican en posiciones que satisfacen la condición sen $kx = \pm 1$ de la coordenada x, es decir, cuando

$$kx = \frac{\pi}{2},\ \frac{3\pi}{2},\ \frac{5\pi}{2},\ \ldots$$

Por lo tanto, las posiciones de los antinodos se dan por

$$x = \frac{\lambda}{4},\ \frac{3\lambda}{4},\ \frac{5\lambda}{4},\ \ldots\ = \frac{n\lambda}{4} \quad n = 1, 3, 5, \ldots$$

La distancia entre antinodos adyacentes es igual a $\lambda/2$.
La distancia entre nodos adyacentes es igual a $\lambda/2$.
La distancia entre un nodo y un antinodo adyacente es $\lambda/4$.

DEFINICIONES

Una **onda sinusoidal** unidimensional es aquella para la cual las posiciones de los elementos del medio varían en forma sinusoidal. Una onda sinusoidal que viaja hacia la derecha se puede expresar con una **función de onda**

$$y(x, t) = A \operatorname{sen}\left[\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt)\right] \qquad \textbf{(16.5)}$$

donde A es la **amplitud**, λ es la **longitud de onda** y v es la **rapidez de onda**.

El **número de onda angular** k y la **frecuencia angular** ω de una onda se definen del modo siguiente:

$$k \equiv \frac{2\pi}{\lambda} \qquad \textbf{(16.8)}$$

$$\omega \equiv \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \qquad \textbf{(16.9)}$$

donde T es el **periodo** de la onda y f es su **frecuencia**

En una **onda transversal** los elementos del medio se mueven en una dirección *perpendicular* a la dirección de propagación. En una **onda longitudinal** los elementos del medio se mueven en una dirección *paralela* a la dirección de propagación.

CONCEPTOS Y PRINCIPIOS

Cualquier onda unidimensional que viaja con una rapidez v en la dirección x se representa mediante una función de onda de la forma

$$y(x, t) = f(x \pm vt) \quad \textbf{(16.1, 16.2)}$$

donde el signo positivo se aplica a una onda que viaja en la dirección x negativa y el signo negativo se aplica a una onda que viaja en la dirección x positiva. La forma de la onda en cualquier instante en el tiempo (una instantánea de la onda) se obtiene al mantener t constante.

La rapidez de una onda que viaja sobre una cuerda tensa de masa por unidad de longitud μ y tensión T es

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad \textbf{(16.18)}$$

Una onda se refleja total o parcialmente cuando llega al final del medio en el que se propaga o cuando llega a una frontera donde su rapidez cambia de manera discontinua. Si una onda que viaja en una cuerda alcanza un extremo fijo, la onda se refleja e invierte. Si la onda llega a un extremo libre, se refleja mas no se invierte.

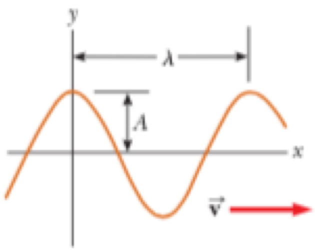
La **potencia** transmitida por una onda sinusoidal sobre una cuerda estirada es

$$\mathcal{P} = \tfrac{1}{2}\mu\omega^2A^2v \quad \textbf{(16.21)}$$

Las funciones de onda son soluciones a una ecuación diferencial llamada **ecuación de onda lineal:**

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad \textbf{(16.27)}$$

MODELO DE ANÁLISIS PARA RESOLVER PROBLEMAS



Onda progresiva. La rapidez de onda de una onda sinusoidal es

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f \quad \textbf{(16.6, 16.12)}$$

Una onda sinusoidal se expresa como

$$y = A \operatorname{sen}(kx - \omega t) \quad \textbf{(16.10)}$$