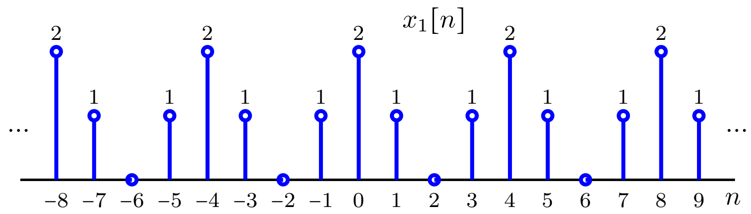
Capítulo 4

Análisis de Fourier de señales y sistemas de tiempo discreto

4.1. Problemas

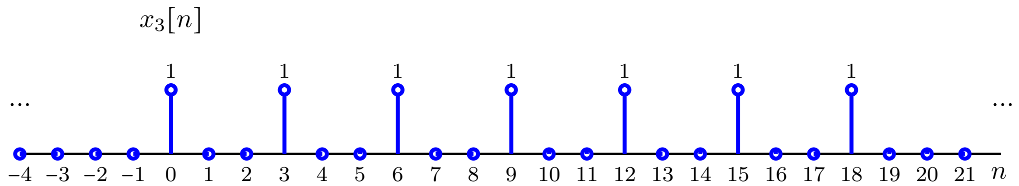
■ **PROBLEMA 4.1.** Determinar los coeficientes del desarrollo en serie de Fourier de las siguientes secuencias:

(a) Secuencia $x_1[n]$ mostrada a continuación:

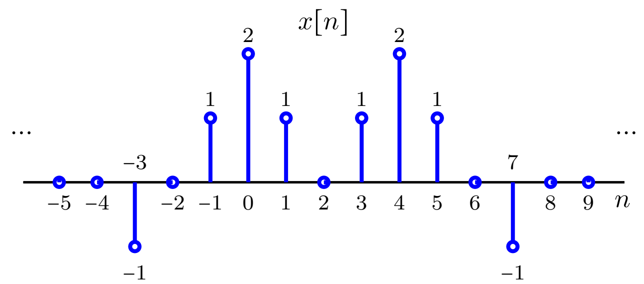


(b) La secuencia $x_2[n] = \cos\left(\frac{2\pi n}{3}\right) + \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi n}{7}\right)$

■ **PROBLEMA 4.2.** Obtenga la transformada de Fourier de la señal representada en la siguiente figura:



■ **PROBLEMA 4.3.** Sea $X(\Omega)$ la transformada de Fourier de la señal $x[n]$ mostrada en la figura



Realizar los siguientes cálculos en el dominio temporal, es decir, sin obtener la expresión de $X(\Omega)$:

(a) Obtener el valor $X(0)$.

(b) Obtener el valor de $\int_{-\pi}^{\pi} X(\Omega)d\Omega$.

(c) Obtener el valor de $X(\pi)$.

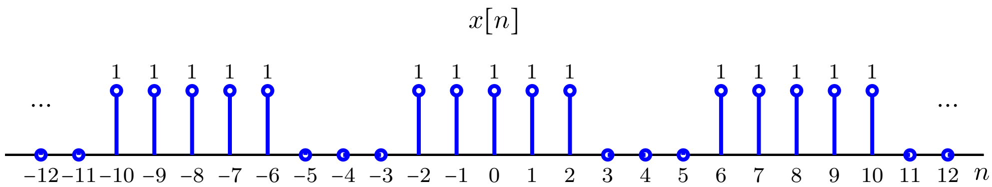
(d) Determinar y dibujar la señal cuya transformada de Fourier es $Re\{X(\Omega)\}$.

(e) Obtener el valor de $\int_{-\pi}^{\pi} |X(\Omega)|^2 d\Omega$.

(f) Obtener el valor de $\int_{-\pi}^{\pi} \left| \frac{dX(\Omega)}{d\Omega} \right|^2 d\Omega$.

■ **PROBLEMA 4.4.** Dado el sistema LTI con respuesta al impulso: $h[n] = \frac{\operatorname{sen}(\pi n/3)}{\pi n}$. Se pide obtener las salidas ante las siguientes entradas:

(a) La siguiente señal cuadrada periódica:



(b) $x_1[n] = x[n] \cdot (-1)^n$ donde $x[n]$ es la señal del apartado anterior.

(c) $x[n] = \sum_{l=-\infty}^{\infty} \delta[n-8l]$.

(d) $x[n] = \delta[n+1] + \delta[n-1]$

■ **PROBLEMA 4.5.** De una secuencia $x[n]$ se sabe que los coeficientes de su desarrollo en serie de Fourier vienen dados por la siguiente expresión:

$$a_k = \cos\left(\frac{k\pi}{4}\right) + \operatorname{sen}\left(\frac{3k\pi}{4}\right)$$

Se pide determinar la secuencia $x[n]$.

■ **PROBLEMA 4.6.** Un cancelador es un sistema LTI en tiempo discreto utilizado en radar para eliminar blancos fijos (*clutter*). La respuesta en frecuencia de un cancelador simple viene dada por:

$$H(\Omega) = 1 - e^{-j\Omega}$$

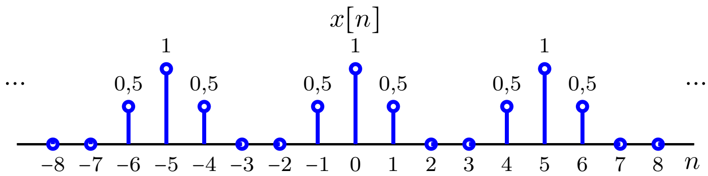
Se pide:

(a) Obtenga y represente aproximadamente el módulo y la fase de la respuesta en frecuencia de un cancelador simple. ¿Qué tipo de filtrado realiza? NOTA: $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi - \Omega}{2}\right) = \frac{\operatorname{sen}(\Omega)}{1 - \cos(\Omega)}$

(b) Obtenga la respuesta al impulso de un cancelador doble. Nota: un cancelador doble está constituido por la conexión en cascada de dos canceladores simples.

(c) Si la señal de entrada es $x[n] = 1 + \cos(\pi n) + \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}n\right)$, obtenga la señal a la salida del cancelador simple y la señal a la salida del cancelador doble.

■ **PROBLEMA 4.7.** Sea un sistema LTI de tiempo discreto definido por una respuesta al impulso $h[n] = g[n] * g[n]$, donde $g[n] = u[n+2] - u[n-3]$. En el sistema se introduce la señal $x[n]$ representada en la figura.



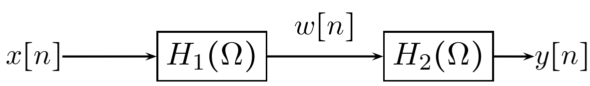
(a) Encontrar y representar la respuesta al impulso $h[n]$. Explicar si las propiedades de causalidad, estabilidad y memoria se cumplen en este sistema.

(b) Obtener y representar la respuesta en frecuencia $H(\Omega)$.

(c) Obtener y representar el espectro de la señal de entrada.

(d) Obtener y representar la señal de salida del sistema $y[n]$.

■ **PROBLEMA 4.8.** Considere la conexión en cascada de los sistemas LTI discretos de la figura.



El primer sistema está descrito por la ecuación,

$$H_1(\Omega) = \begin{cases} 1, & |\Omega| < \frac{\pi}{2} \\ 0, & \frac{\pi}{2} < |\Omega| \leq \pi \end{cases}$$

y el segundo por la ecuación,

$$y[n] = w[n] - w[n-1]$$

La entrada al sistema total es:

$$x[n] = 0{,}6\cos(\pi n) + 3\delta[n-5] + 2$$

Obtenga la salida $y[n]$.

■ **PROBLEMA 4.9.** Encontrar las respuestas a los siguientes apartados:

(a) Determinar la transformada de Fourier de la secuencia:

$$x[n] = 3\frac{\operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{3}n\right)}{\pi n}$$

(b) Dibujar (entre $-\pi$ y π) el espectro de la secuencia de salida de cada uno de los sistemas representados en la figura 4.1, cuando la entrada a cada uno de ellos es la secuencia $x[n]$ del apartado anterior. En dichos sistemas, $h[n]$ es la respuesta al impulso de un filtro paso bajo ideal de pulsación de corte $\Omega_c = \dfrac{2\pi}{3}$.

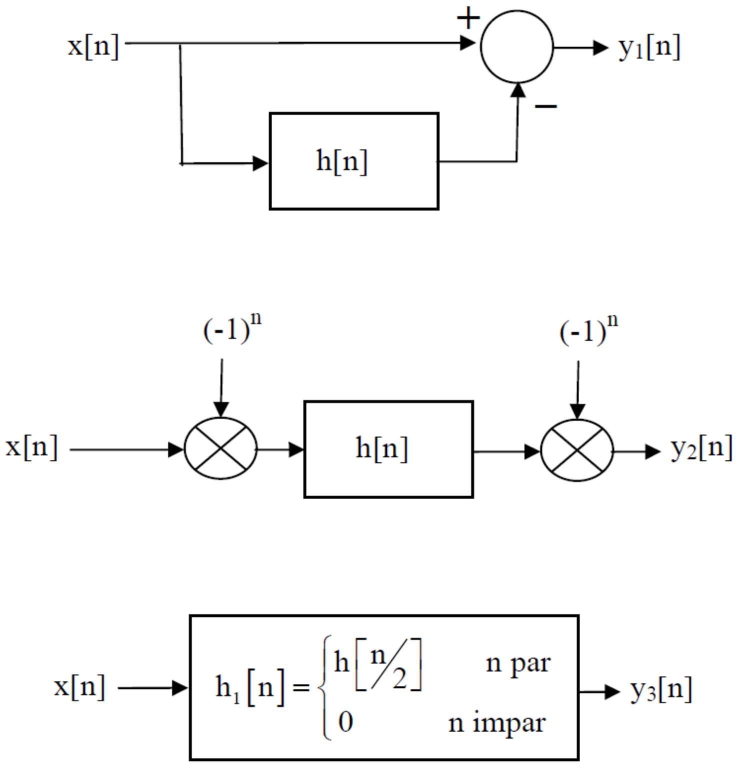
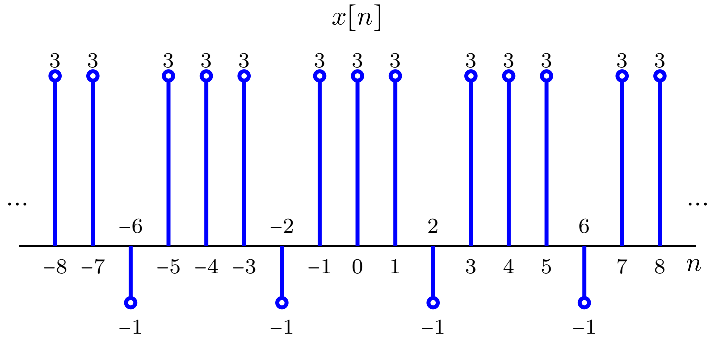


Figura 4.1: Sistemas

■ **PROBLEMA 4.10.** Determinar los coeficientes del desarrollo en serie de Fourier de la secuencia periódica de la figura:



Una vez obtenidos dichos coeficientes se pide obtener la secuencia de salida $y[n]$ del sistema de la siguiente figura cuando a la entrada tenemos la secuencia $x[n]$ anterior. En el sistema de la figura, $h[n]$ es la respuesta al impulso de un filtro paso alto ideal de pulsación de corte $\Omega_c = \dfrac{\pi}{3}$.