

Estática

8

Fricción



Objetivos

- Introducir el concepto de fricción en seco
 - Aplicaciones específicas de fuerzas de fricción sobre cuñas, tornillos, cintas y soportes de barras
 - Investigar el concepto de resistencia al rodamiento
-

Índice

1. Características de la fricción en seco
 2. Problemas con fricción en seco
 3. Fuerzas de fricción sobre cuñas
 4. Fuerzas de fricción sobre tornillos
 5. Fuerzas de fricción sobre cintas
 6. Fuerzas de fricción sobre soportes de barras, pasadores, articulaciones y discos
 7. Fuerzas de fricción sobre cojinetes
 8. Resistencia al rodamiento
-

8.1 Características de la fricción

Fricción

- Es la fuerza que resiste el movimiento de dos superficies en contacto que deslizan una sobre otra.
- Actúan tangente a la superficie en los puntos de contacto de los dos cuerpos.
- Se opone al movimiento o posible movimiento relativo a los puntos de contacto.
- Existen dos tipos de fricción – lubricada y seca o de Coulomb (fue el primero que las estudió en 1781).

8.1 Características de la fricción seca

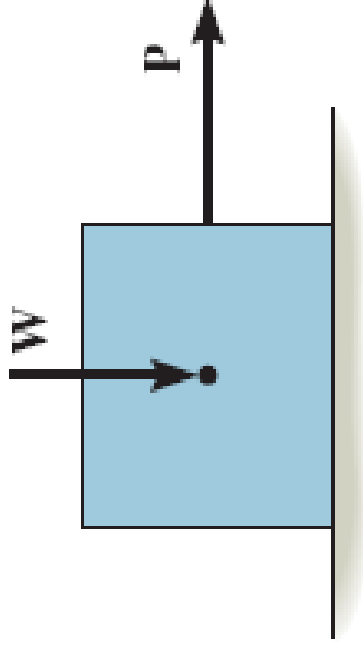
- La **fricción lubricada** existe cuando la superficie de contacto está separada por una película de fluido (gas o líquido)
 - Depende de la velocidad del fluido y de su capacidad para resistir fuerzas de corte o cizalla.
- La **fricción de Coulomb** ocurre entre las superficies de contacto entre los cuerpos en ausencia de un fluido lubricante



8.1 Características de la fricción seca

Teoría de la fricción seca

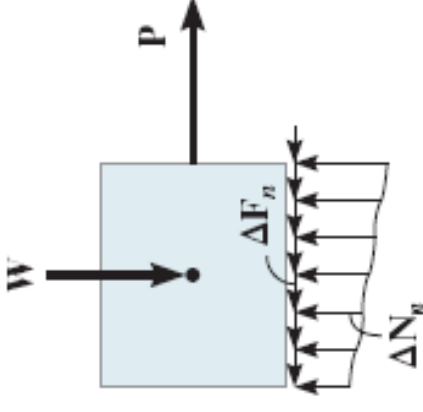
- Considere el efecto causado al tirar horizontalmente de un bloque de peso uniforme **W** que descansa sobre una superficie rugosa
- Consideremos que las superficies de contacto son no rígidas, esto es deformable, siendo el resto del bloque rígido.



8.1 Características de la fricción seca

Teoría de la fricción seca

- La fuerza normal ΔN_n y la de fricción ΔF_n actúan a lo largo de la superficie de contacto



- En el equilibrio, las fuerzas normales actúan hacia arriba para balancear el peso del bloque W ; las fuerzas de fricción actúan hacia la izquierda para oponerse al movimiento del bloque por la fuerza P .

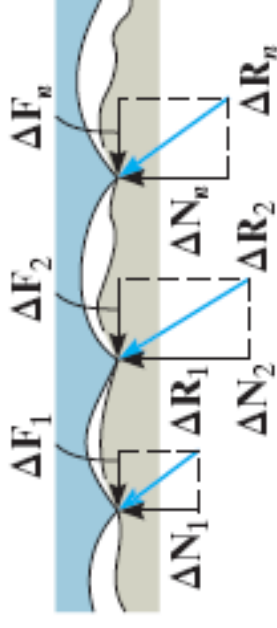
8.1 Características de la fricción seca

Teoría de la fricción seca

- Existen muchas irregularidades microscópicas entre las dos superficies bloque-suelo
- Las reacciones que se producen en cada protuberancia las denotamos por ΔR_n
- Cada reacción se puede

descomponer en una componente de fricción

ΔF_n y una normal ΔN_n

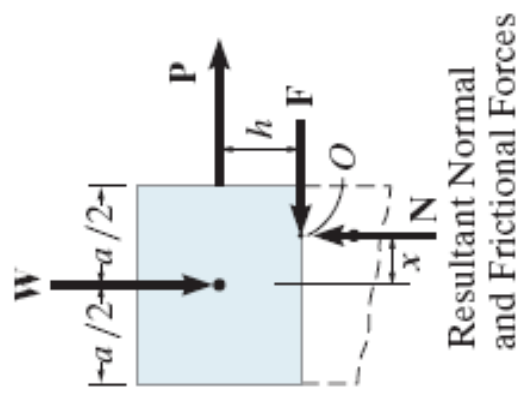


8.1 Características de la fricción seca

Teoría de la fricción seca

Equilibrio

- El efecto total de las fuerzas de fricción y normales se indican por sus resultantes **N** y **F**
- La distribución de ΔF_n indica que **F** es tangente a la superficie de contacto y opuesta en la dirección de **P**
- La fuerza normal **N** se determina de la distribución de las ΔN_n



8.1 Características de la fricción seca

Teoría de la fricción seca

Equilibrio

- **N** está dirigida hacia arriba, para equilibrar el peso **W**
- **N** actúa a cierta distancia x a la derecha de la línea de acción de **W**
- Esta localización es el centroide o el centro geométrico del diagrama de cargas, de manera que aplicada en ese punto, equilibra el efecto de “inclinación o volcado” causado por **P**

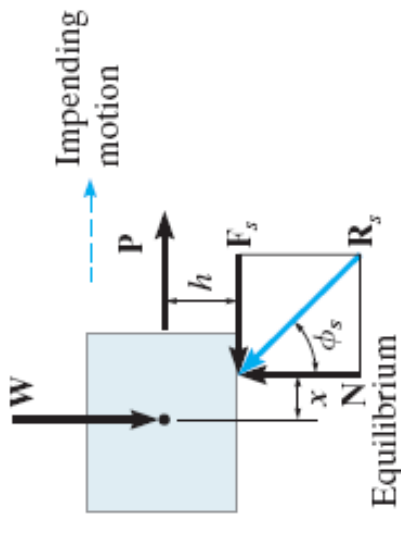
8.1 Características de la fricción seca

Teoría de la fricción seca

Movimiento inminente

- Cuando **P** se incrementa lentamente, **F** aumenta de manera similar hasta que toma un valor máximo **F_s**, llamado el límite de fuerza estática de fricción.
- Este límite de fricción estática **F_s** es directamente proporcional a la fuerza resultante normal **N**

$$F_s = \mu_s N$$



8.1 Características de la fricción seca

Teoría de la fricción seca

Movimiento inminente

- La constante of proporcionalidad μ_s se conoce como el coeficiente de fricción estática
- El ángulo ϕ_s que F_s forma con N se llama ángulo de fricción estática

$$\phi_s = \tan^{-1} \left(\frac{F_s}{N} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{\mu_s N}{N} \right) = \tan^{-1} \mu_s$$

8.1 Características de la fricción seca

Valores típicos de μ_s

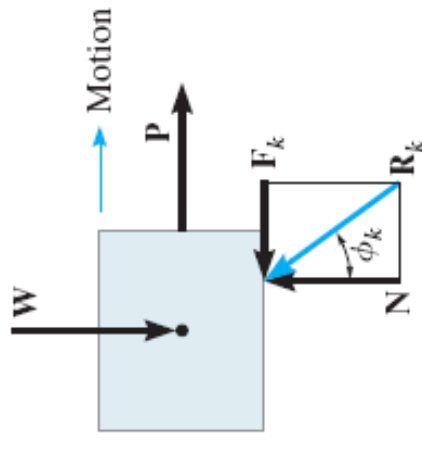
Material es en contacto	Coefficiente de fricción estát μ_s
Metal sobre hielo	0.03 – 0.05
Madera sobre madera	0.30 – 0.70
Cuero sobre madera	0.20 – 0.50
Cuero sobre sobre metal	0.30 – 0.60
Aluminio sobre aluminio	1.10 – 1.70

8.1 Características de la fricción seca

Teoría de la fricción seca

Movimiento

- Cuando **P** es mayor que F_s , la fuerza de fricción toma un valor que es ligeramente menor que F_s , llamada fuerza de fricción cinética.
- El bloque no se mantendrá en equilibrio ($P > F_s$) sino que deslizará acelerándose.

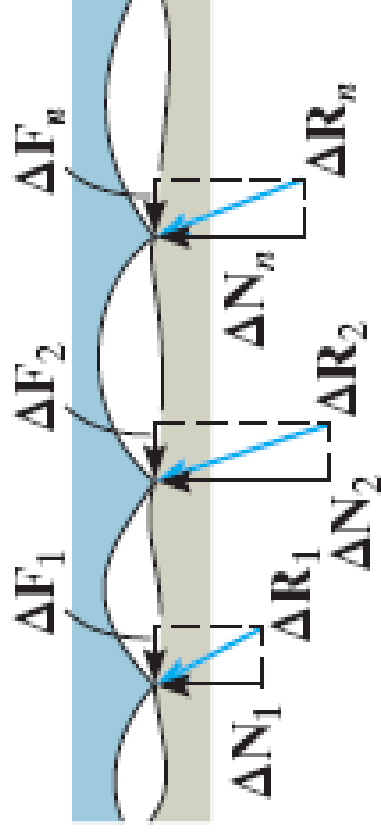


8.1 Características de la fricción seca

Teoría de la fricción seca

Movimiento

- La caída de F_s (estática) a F_k (cinética) se puede explicar examinando las superficies de contacto.
- Cuando $P > F_s$, P tiene la capacidad de suavizar o “cortar” las protuberancias



8.1 Características de la fricción seca

Teoría de la fricción seca

- La fuerza resultante F_k es directamente proporcional a la magnitud de la fuerza normal resultante N

$$F_k = \mu_k N$$

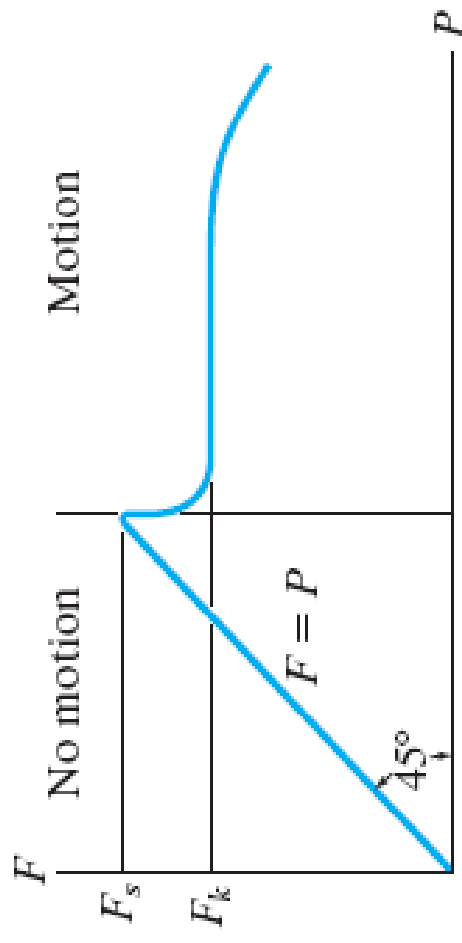
- La constante de proporcionalidad μ_k es el coeficiente de fricción cinética
- μ_k es típicamente 25% más pequeño que μ_s
- La resultante R_k tiene una línea de acción definido por ϕ_k , (el ángulo de fricción cinética)

$$\phi_k = \tan^{-1} \left(\frac{F_k}{N} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{\mu_k N}{N} \right) = \tan^{-1} \mu_k$$

8.1 Características de fricción seca

Teoría de la fricción seca

- F es la fuerza de fricción *estática* si se mantiene el equilibrio.
- F es la fuerza *límite de fricción estática* cuando alcanza el valor máximo necesario en el que se puede mantener el equilibrio F_s
- F se llama de fricción *cinética* cuando ocurre deslizamiento entre las superficies en contacto.



8.1 Fricción seca

Resumen:

- La fuerza de fricción actúa tangente a las superficies de contacto.
- La fuerza de fricción estática máx F_s es independendiente del área de contacto.
- La fuerza de fricción estática máx es mayor que la de fricción en movimiento (fuerza de fricción cinética)
- Cuando el deslizamiento está a punto de producirse, o se produce, la fuerza máx de fricción es proporcional a la fuerza normal, al igual que la fuerza de fricción cinética.

8.2 Problemas con Fricción

Tipos de problemas con fricción

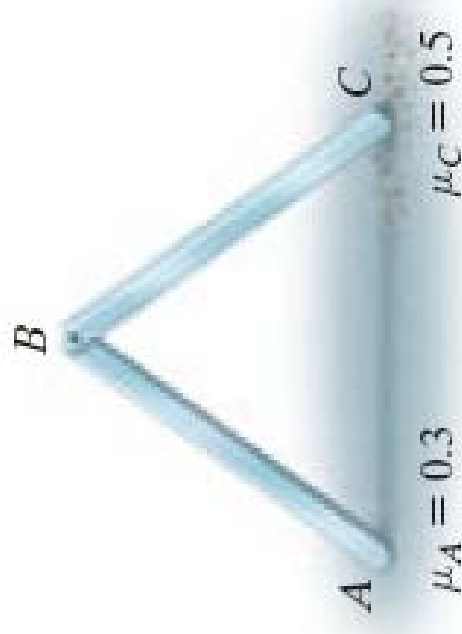
- En todos los casos, la geometría y dimensiones se asumen conocidas
- 3 tipos de problemas en mecánica involucrando la fricción seca
 - Equilibrio
 - Movimiento incipiente en todos los puntos
 - Movimiento incipiente en algunos puntos de contacto

8.2 Problemas con fricción

Tipos de problemas con fricción

Equilibrio

- Número de incógnitas = Número total de ecuaciones de equilibrio disponibles
- Las fuerzas de fricción deben satisfacer $F \leq \mu_s N$; de lo contrario, ocurrirá deslizamiento y el cuerpo no podrá permanecer en equilibrio.
- Debemos determinar las fuerzas de fricción en A y C para comprobar que el equilibrio se mantiene.



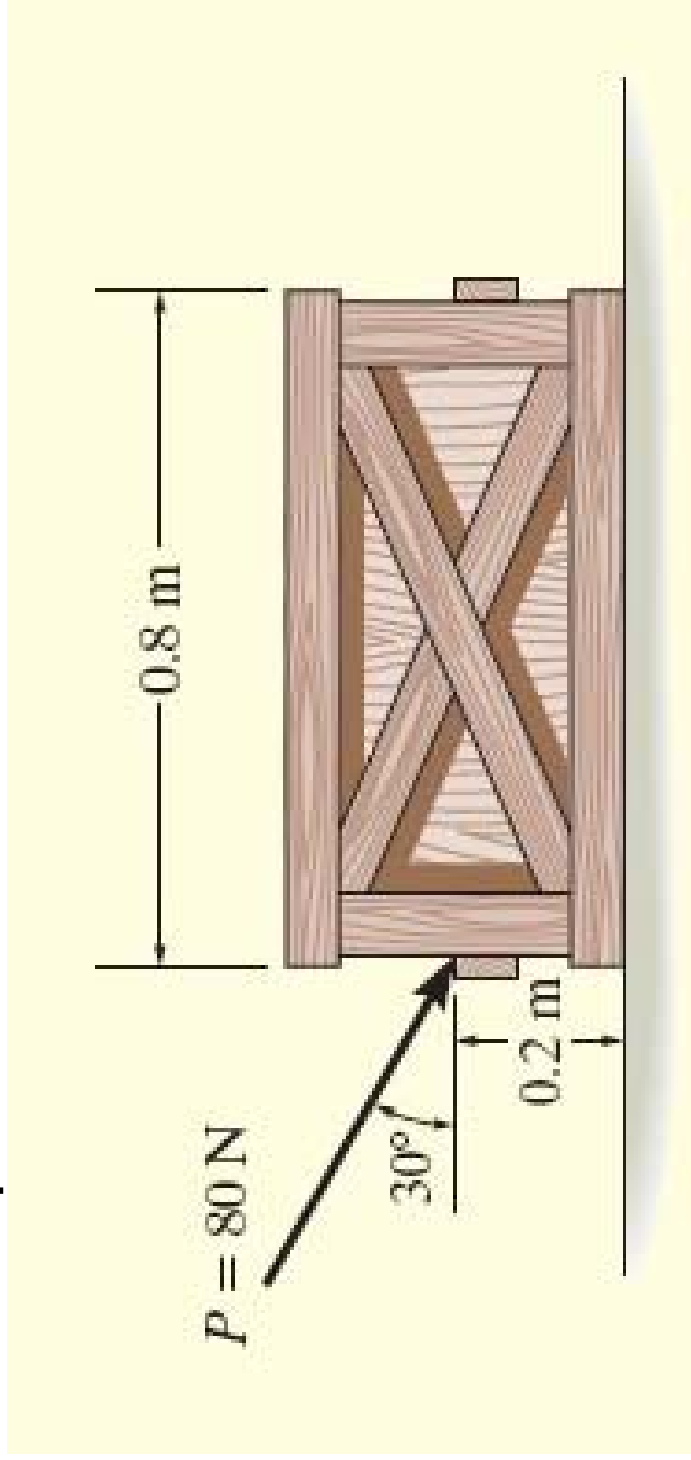
8.2 Problemas con fricción

Equilibrio Versus Ecuaciones de fricción

- La fuerza de fricción siempre actúa oponiéndose al movimiento relativo si lo hubiera, o para impedir este movimiento sobre la superficie de contacto.
- Asumir el sentido requiere que F sea una fuerza de “equilibrio” es decir que $F \leq \mu_s N$. Si sale negativa implica que iba hacia el otro lado.
- Sin embargo, si $F = \mu_s N$, como esta ecuación relaciona dos vectores perpendiculares, el sentido debe ser el correcto desde el principio!

Ejemplo 8.1

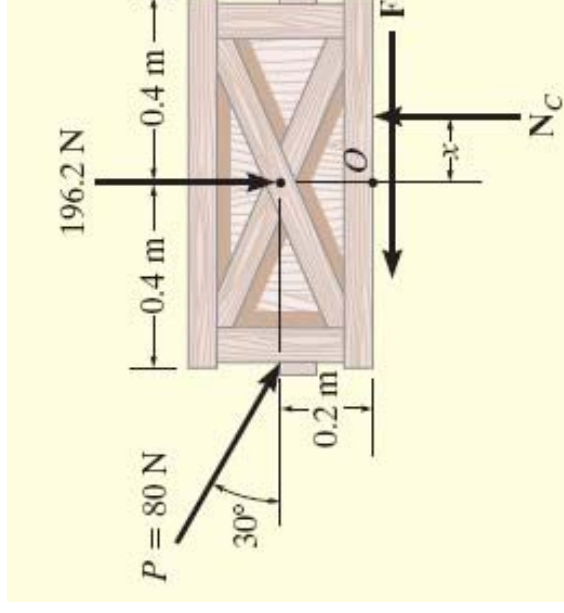
El contenedor tiene una masa uniforme de 20 kg. Si una fuerza $P = 80 \text{ N}$ se aplica al mismo, determine si permanece en equilibrio. El coeficiente de fricción estática es $\mu = 0.3$.



Solución

La fuerza normal resultante N_C actúa a una distancia x del centro del contenedor para que no vuelque debido a P .

3 incógnitas a determinar por 3 ecuaciones de equilibrio.



Solución

$$+\rightarrow \sum F_x = 0;$$

$$80\cos 30^\circ N - F = 0$$

$$+\uparrow \sum F_y = 0;$$

$$-80\sin 30^\circ N + N_C - 196.2\text{N} = 0$$

$$\sum M_O = 0;$$

$$80\sin 30^\circ N(0.4\text{m}) - 80\cos 30^\circ N(0.2\text{m}) + N_C(x) = 0$$

Solving

$$F = 69.3\text{N}, N_{C=236\text{N}}$$

$$x = -0.00908\text{m} = -9.08\text{mm}$$

Solución

Ya que x es negativa, la fuerza resultante actúa (ligéramente) a la izquierda de la línea central del contenedor.

No ocurre vuelco porque $x \leq 0.4 \text{ m}$

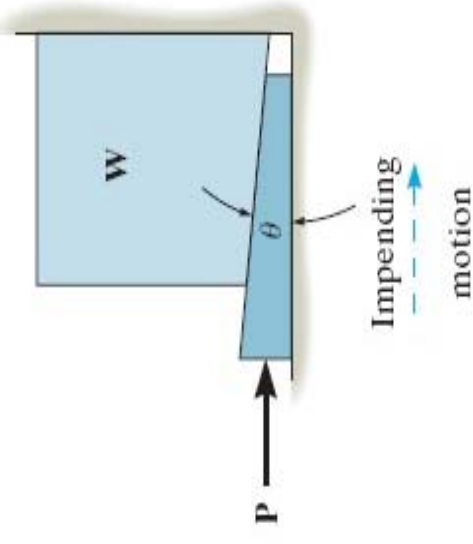
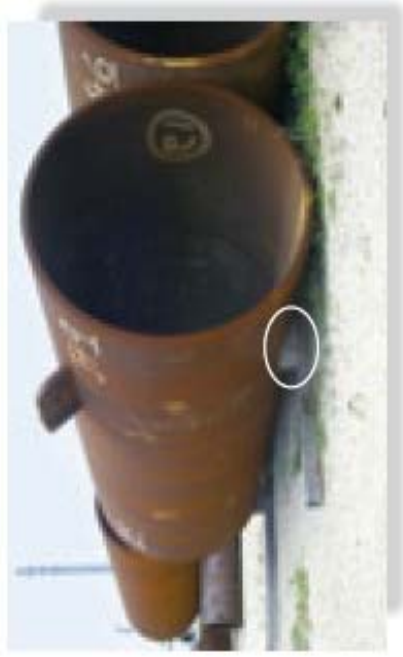
La fuerza máxima de fricción que se desarrolla en la superficie de contacto

$$F_{\max} = \mu_s N_c = 0.3(236 \text{ N}) = 70.8 \text{ N}$$

Ya que $F = 69.3 \text{ N} < 70.8 \text{ N}$, el contenedor no deslizará aunque está próximo a hacerlo.

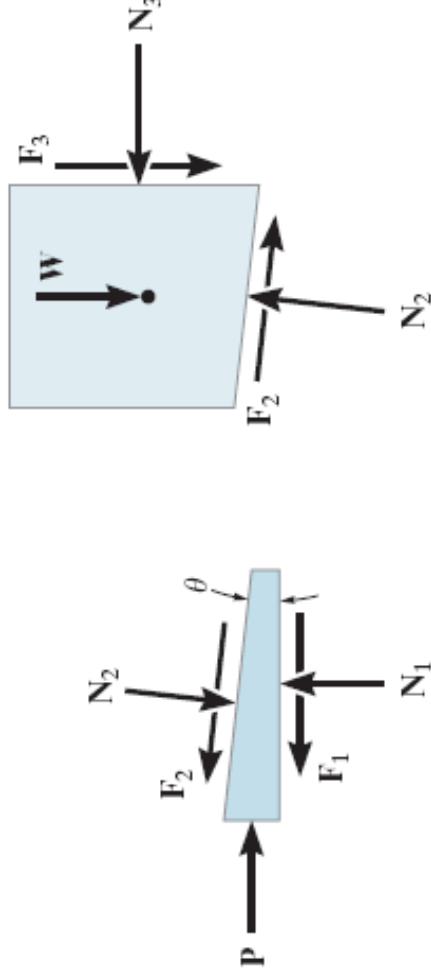
8.3 Cuñas

- Una cuña es una máquina simple que se usa para transformar una fuerza aplicada en otra mucho más grande, dirigida aproximadamente a 90 grados de la fuerza aplicada.
- También se usan las cuñas para dar un pequeño desplazamiento o para ajustar una carga pesada
- Ejemplo una cuña para levantar un bloque de peso W aplicando una fuerza P a la cuña



8.3 Cuñas

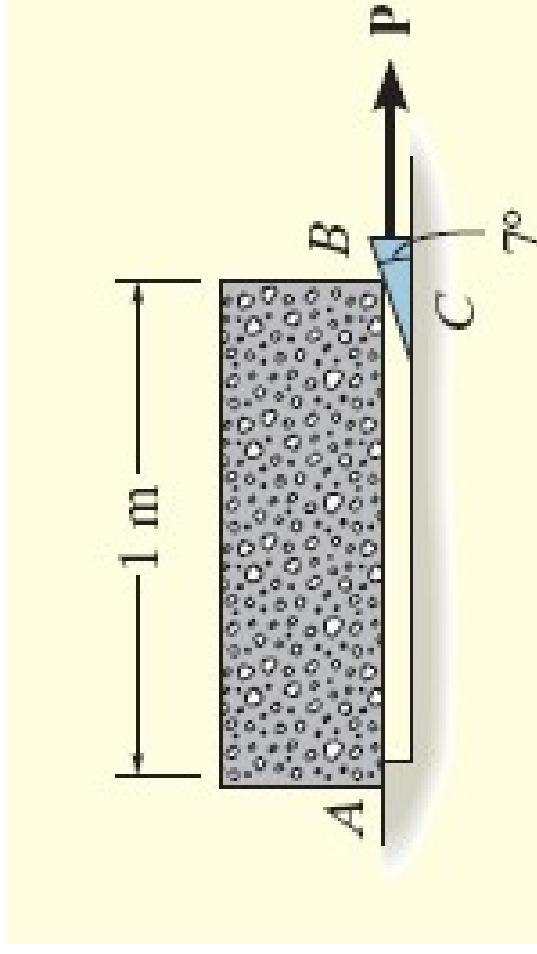
- DCL de la cuña y el bloque



- Excluimos el peso de la cuña porque es pequeño comparado con el del bloque

Ejemplo

El bloque de piedra uniforme tiene una masa de 500kg y se mantiene en posición horizontal mediante un cuña en B. Si el coeficiente de fricción estática es $\mu_s = 0.3$, en las superficies de contacto, determine la fuerza mínima **P** necesaria para retirar la cuña. Asumir que la piedra no desliza en A.

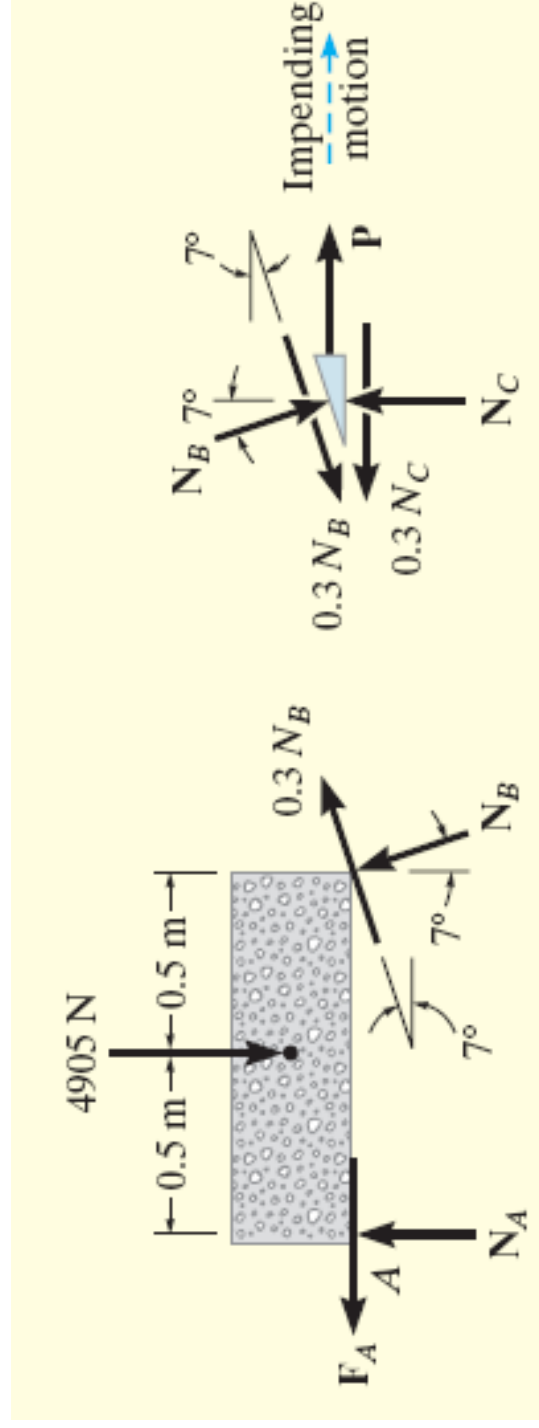


Solución

La fuerza mínima P requiere que $F = \mu_s N$ en las superficies de contacto con la cuña.

DCL de la piedra y de la cuña se muestran abajo.

Sobre la cuña, la fuerza de fricción se opone al movimiento, y sobre la piedra, en A , $F_A \leq \mu_s N_A$, ya que no hay deslizamiento.



Solución

5 incógnitas, 3 ecuaciones de equilibrio para la piedra y 2 para la cuña.

$$\begin{aligned}\sum M_A &= 0; \\ -4905 \text{ N}(0.5\text{m}) + (N_B \cos 7^\circ \text{ N})(1\text{m}) + (0.3N_B \sin 7^\circ \text{ N})(1\text{m}) &= 0 \\ N_B &= 2383.1\text{N} \\ +\rightarrow \sum F_x &= 0; \\ 2383.1 \sin 7^\circ - 0.3(2383.1 \cos 7^\circ) + P - 0.3N_C &= 0 \\ +\uparrow \sum F_y &= 0; \\ N_C - 2383.1 \cos 7^\circ \text{ N} - 0.3(2383.1 \sin 7^\circ) &= 0 \\ N_C &= 2452.5\text{N} \\ P &= 1154.9\text{N} = 1.15\text{kN}\end{aligned}$$

Solución

Como P es positiva, debemos empujar la cuña hacia afuera.

Si P la hacemos cero, la cuña permanece en su lugar (self-locking, o bloqueo automático), y las fuerzas de fricción que se desarrollan en B y C satisfacerían

$$F_B < \mu_s N_B$$

$$F_C < \mu_s N_C$$

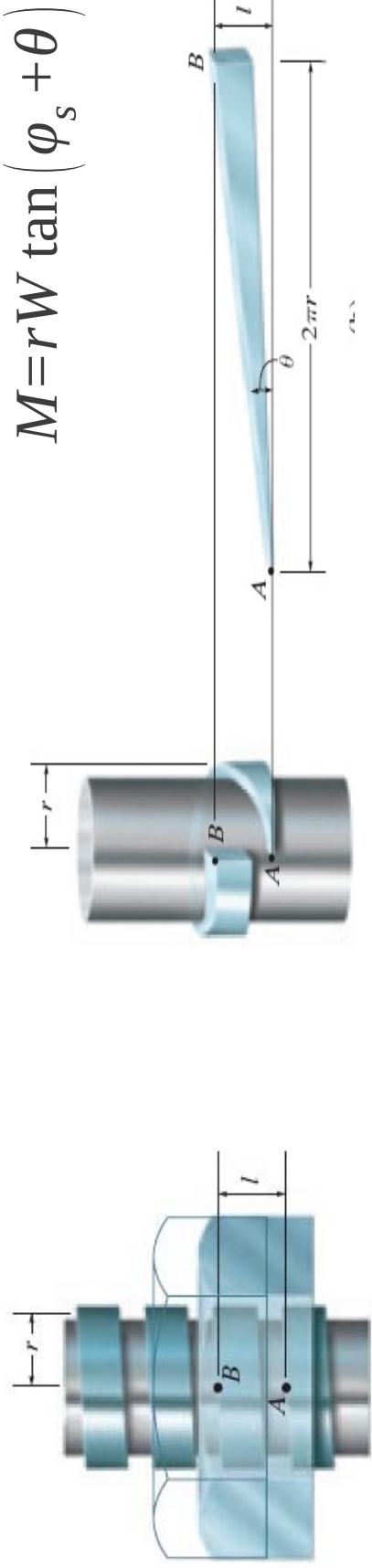
8.4 Fuerzas de fricción en tornillos

- Los tornillos se usan como fijadores
- A veces también para transmitir potencia o movimiento de una parte de una máquina a otra
- Un tornillo de rosca cuadrada se usa normalmente para este último propósito, especialmente cuando se aplican grandes fuerzas a lo largo de su eje.
- Un tornillo se puede pensar como un plano inclinado enrollado alrededor de un cilindro.

8.4 Fuerzas de fricción en tornillos

- Una tuerca, inicialmente en A, sobre el tornillo, se mueve hasta B cuando se rota 360° alrededor del mismo.
- Esta rotación es equivalente a trasladar la tuerca por un plano inclinado de altura l y longitud $2\pi r$, siendo r el radio medio de la rosca
- Aplicando las ecuaciones de equilibrio de las fuerzas, para el movimiento inminente hacia arriba resulta

$$M = rW \tan(\varphi_s + \theta)$$



8.4 Fuerzas de fricción en tornillos

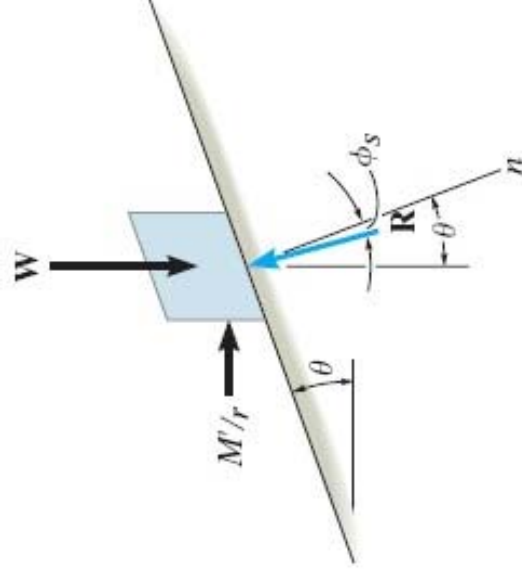
Movimiento del tornillo hacia abajo

- Si la superficie del tornillo es muy deslizante, un tornillo puede rotar y deslizarse hacia abajo si la magnitud del momento aplicado se reduce a algún valor $M' < M$
- Esto hace que ϕ_s en M pase a $-\phi_s$ en M' , y el valor para el movimiento inminente hacia abajo resulta

$$M' = Wr \tan(\theta - \phi_s)$$

- El caso de autobloqueo es
para $\theta \leq \phi_s$

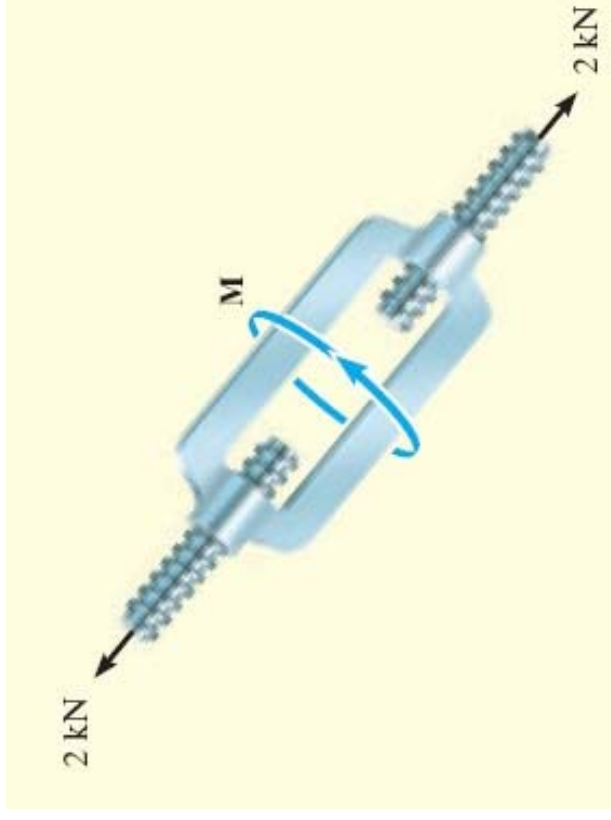
$$M'' = Wr \tan(\phi_s - \theta)$$



Downward screw motion ($\theta > \phi_s$)

Ejemplo

El tensor tiene rosca cuadrada, de radio medio 5 mm y paso de rosca de 2 mm. Si el coeficiente de fricción estática entre el tornillo y el tensor es $\mu_s = 0.25$, determine el momento **M** que debe aplicarse para que los extremos se acerquen. ¿Se mantiene estable si no aplicamos ningún momento (self-locking)?



Solución

Ya que la fricción de los dos tornillos debe de ser vencida, esto requiere

$$M = 2 [W r \tan (\theta + \varphi)]$$

$$W = 2000 \text{ N}, r = 5 \text{ mm}, \varphi_s = \tan^{-1} \mu_s = \tan^{-1} (0.25) = 14.04^\circ$$

$$\theta = \tan^{-1} (\ell / 2\pi r) = \tan^{-1} (2 \text{ mm} / 2\pi (5 \text{ mm})) = 3.64^\circ$$

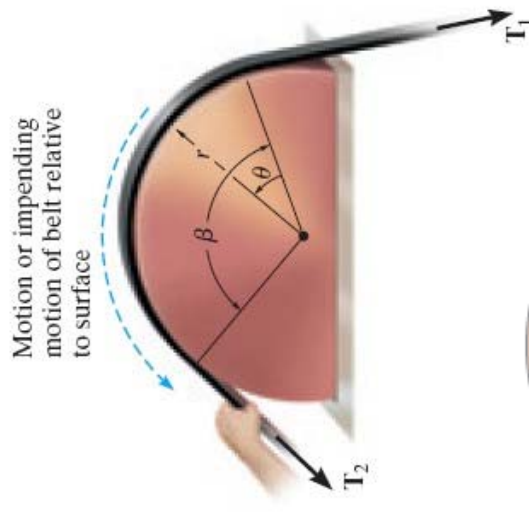
Resolviendo

$$M = 2 [(2000 \text{ N})(5 \text{ mm}) \tan (14.04^\circ + 3.64^\circ)] \\ 6374.7 \text{ N} \cdot \text{mm} = 6.37 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Cuando se deja de aplicar el momento, el tensor permanece estacionario ya que $\theta < \varphi_s$, y por tanto ϕ puede hacerse igual a θ .

8.5 Fricción sobre correas planas

- Es necesario determinar las fuerzas de fricción entre las superficies de contacto
- Consideremos la correa plana que pasa sobre una superficie curvada fija
- Para mover la correa, $T_2 > T_1$
- Consideremos el DCL del trozo de la correa en contacto con la superficie



- **N** y **F** varían ambas en magnitud y dirección

8.5 Fricción sobre correas planas

- DCL de un elemento de longitud ds
- Asumiendo el movimiento de la cinta, la magnitud de la fuerza de fricción

$$dF = \mu dN$$

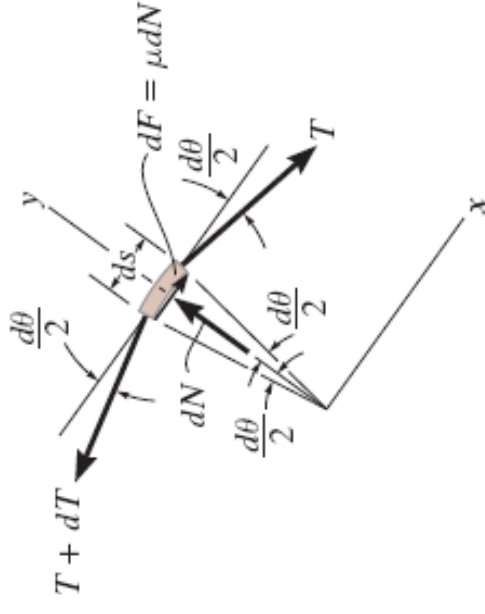
- Aplicando las ecuaciones de equilibrio

$$\sum F_x = 0;$$

$$T \cos\left(\frac{d\theta}{2}\right) + \mu dN - (T + dT) \cos\left(\frac{d\theta}{2}\right) = 0$$

$$\sum F_y = 0;$$

$$dN - (T + dT) \sin\left(\frac{d\theta}{2}\right) - T \sin\left(\frac{d\theta}{2}\right) = 0$$



8.5 Fricción sobre correas planas

- Resulta,

$$\mu dN = dT$$

$$dN = T d\theta$$

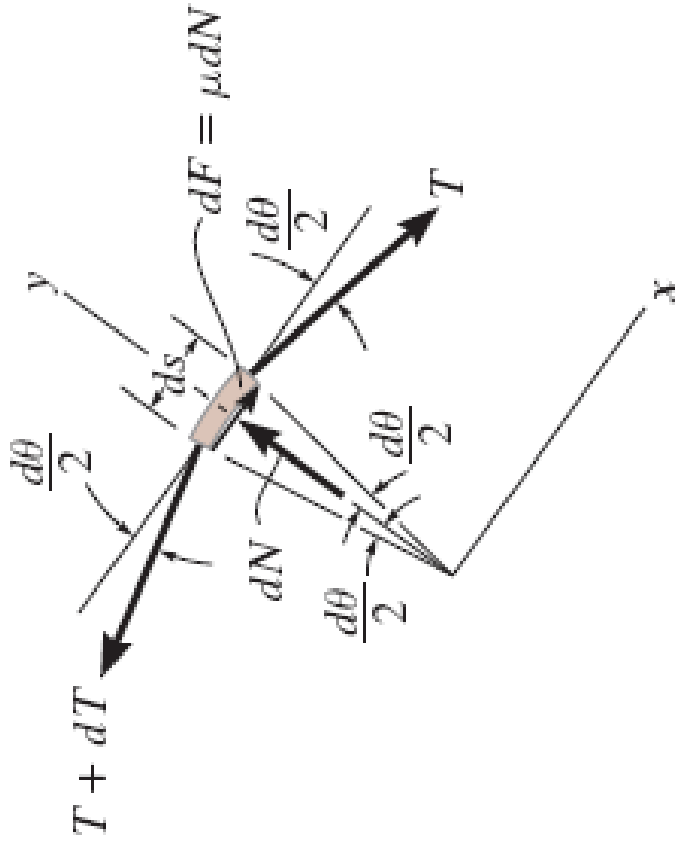
$$\frac{dT}{T} = \mu d\theta$$

$$T = T_1, \theta = 0, T = T_2, \theta = \beta$$

$$\int \frac{dT}{T} = \mu \int d\theta$$

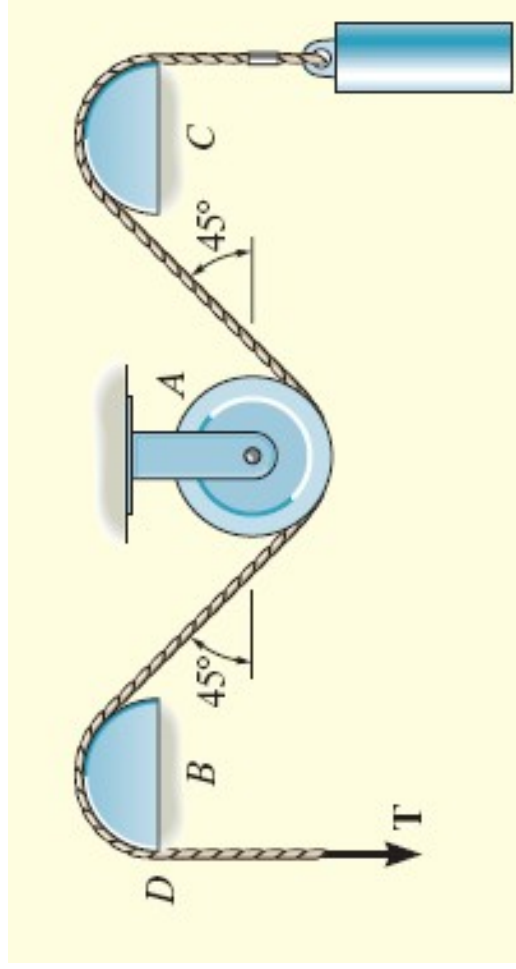
$$\ln \frac{T_2}{T_1} = \mu \beta$$

$$T_2 = T_1 e^{\mu \beta}$$



Ejemplo

La máxima tensión que puede soportar la cuerda es 500 N. Si la polea A es libre para rotar y el coeficiente de rotación en los tambores B y C es $\mu_s = 0.25$, determine la masa mayor que puede levantar la cuerda. Asuma que la fuerza **T** aplicada en el extremo de la cuerda está dirigida verticalmente.



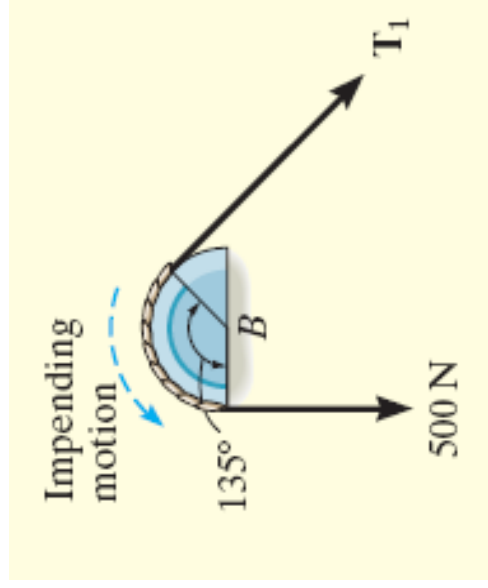
Solución

El peso $W = mg$, causa la cuerda moverse en dirección antihoraria sobre los tambores B y C.

La máx tensión T_2 en la cuerda ocurre en D, siendo

$$T_2 = 500\text{N}$$

Para la sección de la cuerda sobre el tambor en B, $180^\circ = \pi$ rad, ángulo de contacto entre el tambor y la cuerda, $\beta = (135^\circ/180^\circ)\pi = 3/4\pi$ rad



$$T_2 = T_1 e^{\mu_s \beta};$$

$$500\text{ N} = T_1 e^{0.25[(3/4)\pi]}$$

$$T_1 = \frac{500\text{ N}}{e^{0.25[(3/4)\pi]}} = \frac{500\text{ N}}{1.80} = 277.4\text{ N}$$

Solución

Para la sección de la cuerda sobre el tambor en C

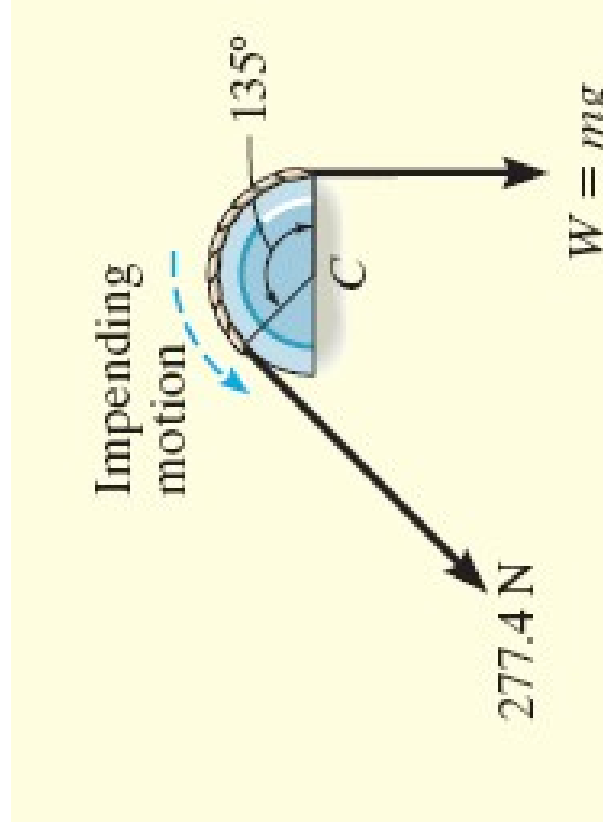
$$W < 277.4\text{N}$$

$$T_2 = T_1 e^{\mu_s \beta};$$

$$277.4 = W e^{0.25[(3/4)\pi]}$$

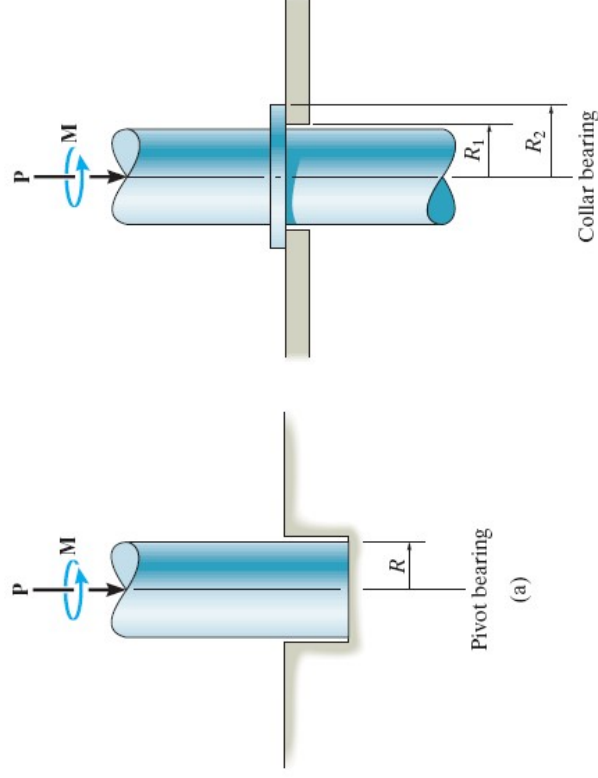
$$W = 153.9\text{N}$$

$$m = \frac{W}{g} = \frac{153.9\text{N}}{9.81\text{m/s}^2} = 15.7\text{kg}$$



8.6 Fuerzas de fricción en soportes de anilla, pivotes y discos

- Los pivotes y anillas se usana para sostener cargas axiales en barras que rotan
- Las leyes de la fricción seca se aplican para determinar el momento **M** necesario para girar la barra cuando soporta una fuerza axial **P**



8.6 Fuerzas de fricción en soportes de anilla, pivotes y discos

Análisis de la fricción

- La anilla en la barra está sujeta a la fuerza axial **P** y tiene área de contacto $\pi(R_2^2 - R_1^2)$
- La presión normal p (fuerza por unidad de superficie) se considera uniformemente distribuida sobre ese área – una asunción razonable se la anilla es nueva y sin deformar.

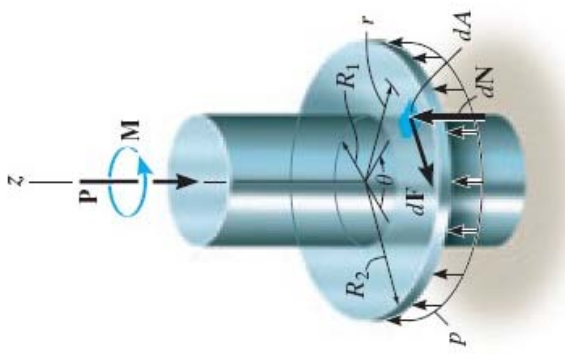
- Ya que $\sum F_z = 0$,

p se estima como

$$p = P / \pi(R_2^2 - R_1^2)$$

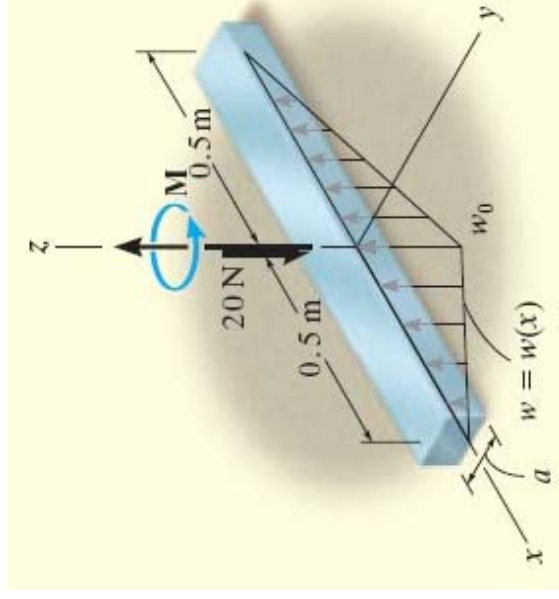
$$dN = p dA, \quad dF = \mu_s dN, \quad dM = r dF = 0$$

$$dA = r d\theta dr, \quad M = 2\mu_s P (R_2^3 - R_1^3) / 3 (R_2^2 - R_1^2)$$



Ejemplo

La barra uniforme tiene una masa total m . Si se asume que la presión normal que actúa en la superficie de contacto varía linealmente a lo largo del eje de la barra, determine el momento de par M requerido para rotar la barra. Asuma que la anchura de la barra es despreciable en comparación con su longitud l . El coeficiente de fricción estática μ_s .



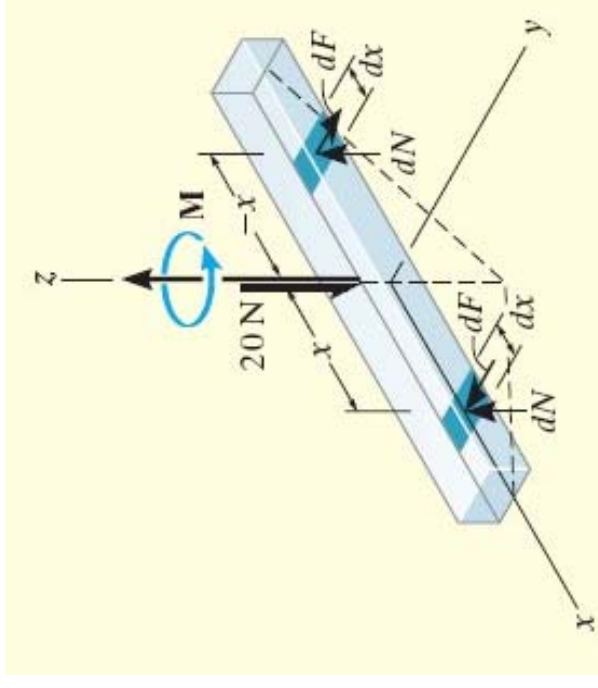
Solución

DCL de la barra.

La barra tiene un peso total de $W = mg$.

La intensidad w_0 de la distribución de carga en el centro w_0 ($x = 0$) se determina por la condición de equilibrio vertical.

$$+\uparrow \sum F_z = 0;$$
$$-mg + 2 \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\ell}{2} \right) w_0 \right] = 0$$
$$w_0 = \frac{2mg}{\ell}$$



Solución

Ya que $w = 0$ en $x = l/2$, la distribución de carga resulta,

$$w = w_o \left(1 - \frac{2x}{\ell} \right) = \frac{2mg}{\ell} \left(1 - \frac{2x}{\ell} \right)$$

Para la magnitud de la fuerza de normal actuando sobre un segmento de área, de longitud dx ,

$$dN = w dx = \frac{2mg}{\ell} \left(1 - \frac{2x}{\ell} \right) dx$$

Solución

Para la magnitud de la fuerza de fricción actuando sobre el mismo elemento de área,

$$dF = \mu_s dN = \frac{2\mu_s mg}{\ell} \left(1 - \frac{2x}{\ell} \right) dx$$

Para el momento creado por la fuerza sobre el eje z,

$$dM = x dF = \frac{2\mu_s mg}{\ell} x \left(1 - \frac{2x}{\ell} \right) dx$$

Suma de los momentos por integración,

$$\sum M_z = 0; M - 2 \int \frac{2\mu_s mg}{\ell} x \left(1 - \frac{2x}{\ell} \right) dx = 0$$

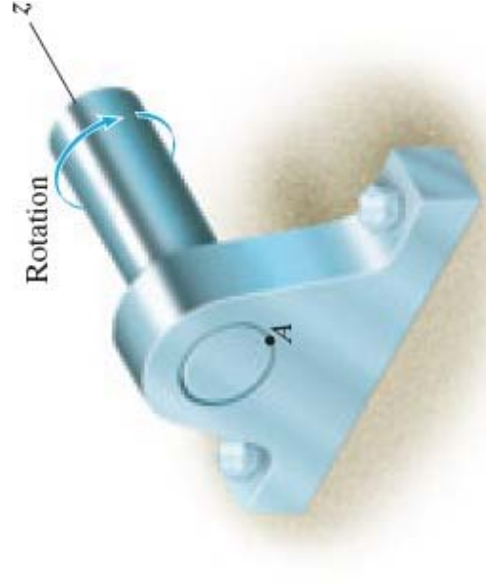
$$M = \frac{4\mu_s mg}{\ell} \left(\frac{x^2}{2} - \frac{2x^3}{3\ell} \right) \Big|_0^{\ell/2} = \frac{\mu_s mg \ell}{6}$$

8.7 Fuerzas de fricción en cojinetes

- Cuando una barra o eje está sometido a cargas laterales, se usan cojinetes para soportarlos.
- Los cojinetes bien lubricados están sujetos a las leyes de la mecánica de fluidos.
- Cuando el cojinete no está lubricado, el análisis de la fricción puede hacerse con las leyes de la fricción en seco.

• Si la carga lateral es **P**, la fuerza de reacción del cojinete

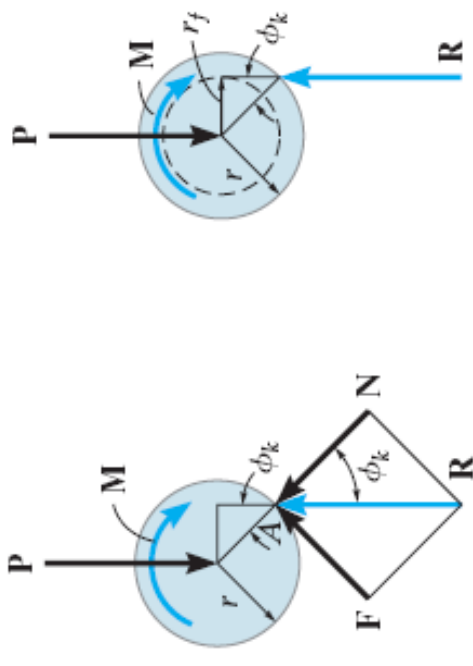
R, actuando en A sobre la barra es igual y opuesta a **P**.



8.7 Fuerzas de fricción en cojinetes

- El momento necesario para mantener constante la rotación de la barra, se puede hallar sumando los momentos respecto al eje z,

$$\begin{aligned}\sum M_z &= 0; \\ M - (R \sin \varphi_k) r &= 0 \\ M &= Rr \sin \varphi_k\end{aligned}$$

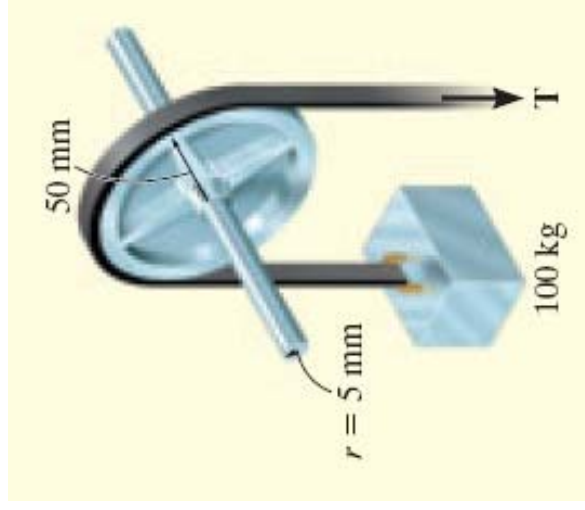


- Si el cojinete está parcialmente lubricado, μ_k es pequeño, $\mu_k = \tan \phi_k \approx \sin \phi_k \approx \phi_k$
- Resistencia de fricción

$$M \approx Rr\mu_k$$

Ejemplo

Una polea de 100 mm de diámetro se ajusta holgadamente sobre una barra de 10 mm de diámetro, con coeficiente de fricción estática $\mu_s = 0,4$. Determine la mínima tensión T en la correa necesaria para (a) levantar el bloque de 100 kg (b) bajar el bloque. Asuma que no hay deslizamiento entre la correa y la polea y desprecie el peso de la polea.



Solución

Parte (a)

DCL de la polea

Cuando la tensión aumenta T , la polea gira hasta punto P_2 antes que el movimiento de la polea empiece a levantar la carga.

El radio del círculo de fricción,

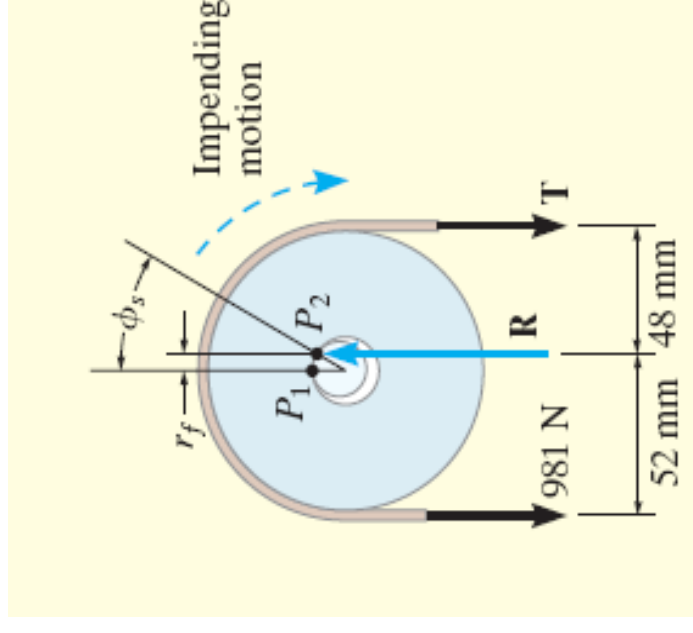
$$r_f = r \sin \phi_s$$

$$\sin \phi_s \approx (\tan \phi_s \approx \varphi_s)$$

$$r_f \approx r \mu_s = (5 \text{ mm})(0.4) = 2 \text{ mm}$$

$$\sum M_{P_2} = 0; 981 \text{ N}(52 \text{ mm}) - T(48 \text{ mm}) = 0$$

$$T = 1063 \text{ N} = 1.06 \text{ kN} \quad \text{and} \quad \phi_s = \tan^{-1} 0.4 = 20.8^\circ$$



Solución

Parte (a)

Para el radio de círculo de fricción,

$$r_f = r \sin \phi_s = 5 \sin 21.8^\circ = 1.86 \text{ mm}$$

Por lo tanto,

$$\sum M_{P_2} = 0;$$

$$981 \text{ N} (50 \text{ mm} + 1.86 \text{ mm}) - T (50 \text{ mm} - 1.86 \text{ mm}) = 0$$

$$T = 1057 \text{ N} = 1.06 \text{ kN}$$

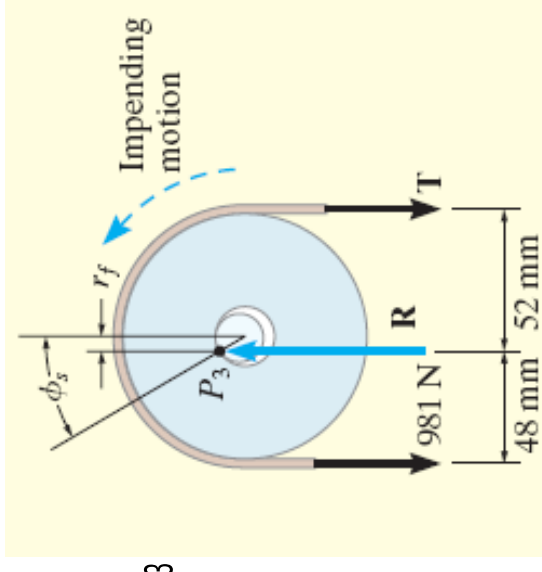
Solución

Parte (b)

Cuando el bloque, la fuerza resultante **R** que actúa sobre la barra para el punto P_3 .

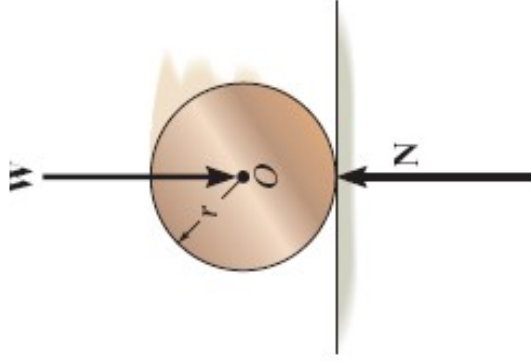
Sumando los momentos respecto a P_3

$$\begin{aligned}\sum M_{P_3} &= 0; \\ 981 \text{ N} (48 \text{ mm}) - T (52 \text{ mm}) &= 0 \\ T &= 906 \text{ N}\end{aligned}$$

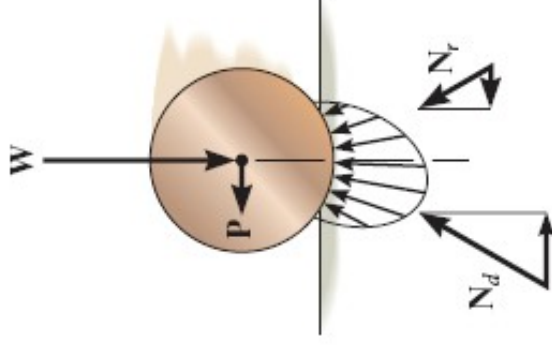


8.8 Resistencia de rodadura

- Para un cilindro rígido, de peso W rodando a velocidad constante sobre una superficie rígida, la fuerza normal es tangente al punto de contacto
- Sin embargo, un material duro (cilindro) comprimirá un o blando (superficie de apoyo)



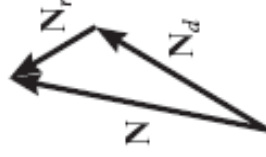
Rigid surface of contact



Soft surface of contact

8.8 Resistencia de rodadura

- Consideramos la fuerza resultante de la presión que actúa en el cilindro



$$\mathbf{N} = \mathbf{N}_d + \mathbf{N}_r$$

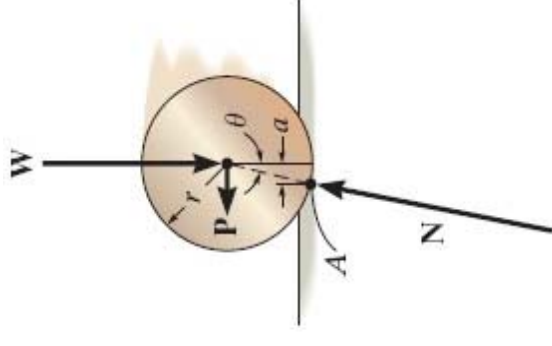
- Para mantener el cilindro en equilibrio, rodando de manera estacionaria, $\mathbf{N}$ debe de ser concurrente con la fuerza $\mathbf{P}$ y el peso $\mathbf{W}$

- Suma de los momentos respecto a A,

$$Wa = P (r \cos \theta)$$

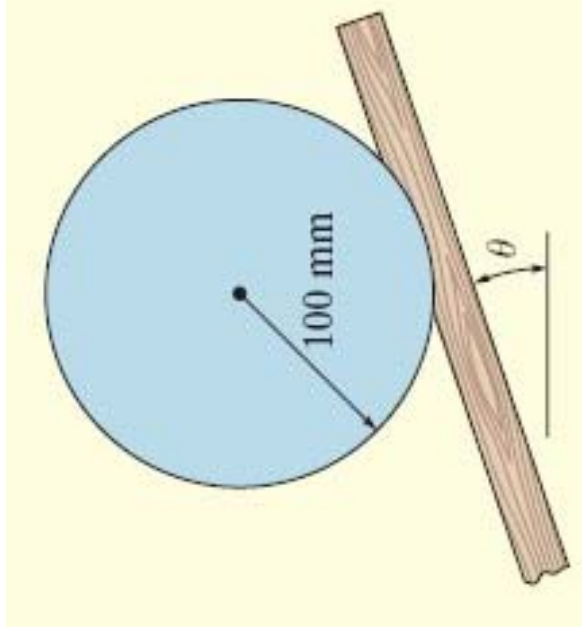
$$Wa \approx Pr$$

$$P \approx (Wa)/r$$



Ejemplo

Una rueda de acero, de 10 kg, tiene un radio de 100 mm y descansa sobre un plano inclinado hecho de madera. Si se aumenta θ , de manera que la rueda empieza a rodar con velocidad constante cuando $\theta = 1.2^\circ$, determine el coeficiente de resistencia de rodadura.



Solución

DCL de la rueda

Cuando la rueda está en movimiento inminente.

La reacción **N** actúa en el punto A definido por la distancia *a*.

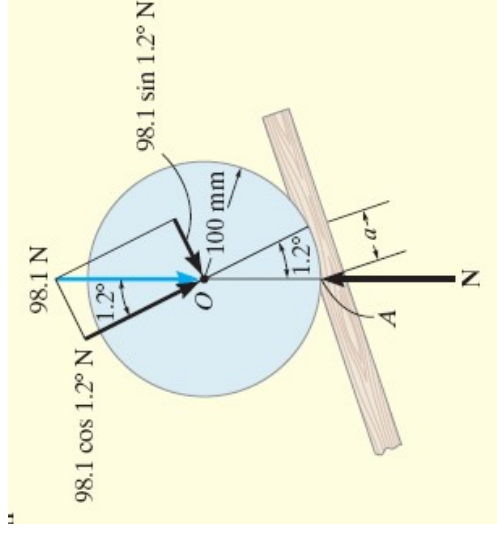
Suma de momentos respecto a A,

$$\sum M_A = 0;$$

$$9.81 \cos 1.2^\circ N(a) - 9.81 \sin 1.2^\circ N(100 \text{ mm}) = 0$$

Resolviendo,

$$a = 2.09 \text{ mm}$$



QUIZ

1. La fuerza de fricción siempre actúa _____ a la superficie de contacto.
A) Normal B) A 45°
C) Paralela D) con el ángulo de fricción estática
2. Si un bloque está estacionario, entonces la fuerza de fricción que actúa sobre él es _____.
A) $\leq \mu_s N$ B) $= \mu_s N$
C) $\geq \mu_s N$ D) $= \mu_k N$

QUIZ

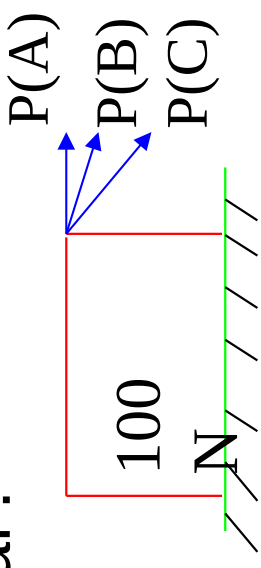
3. Un bloque de peso 100 N, se empuja con una fuerza P siendo $\mu_s = 0.4$. ¿Qué orientación de la fuerza requiere menos magnitud para que empiece a deslizar?

A) $P(A)$

B) $P(B)$

C) $P(C)$

D) Not determined



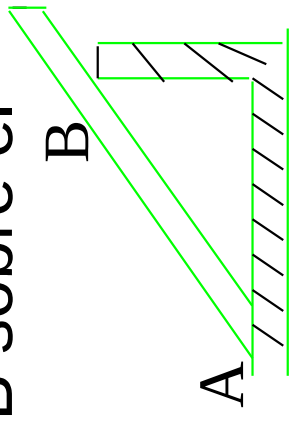
4. Un listón está apoyado como se muestra. Indique la dirección de la fuerza de fricción en el punto B sobre el mismo.

A)

B)

C)

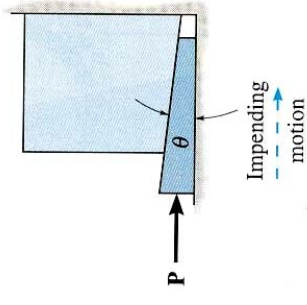
D)



QUIZ

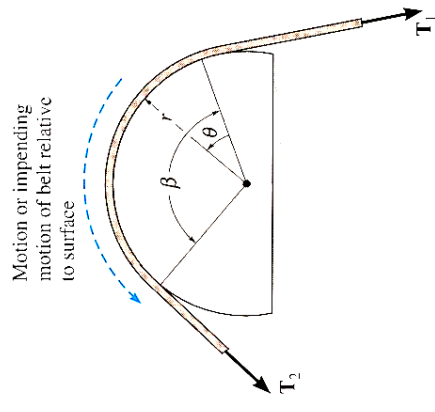
5. Una cuña permite a una fuerza _____ P levantar un _____ peso W .

- A) (grande, gran) B) (pequeña, pequeño)
C) (pequeña, gran) D) (grande, pequeño)



6. Considerando las fuerzas de fricción y el movimiento de la cinta indicado, ¿cómo son las tensiones de la T_1 y T_2 ?

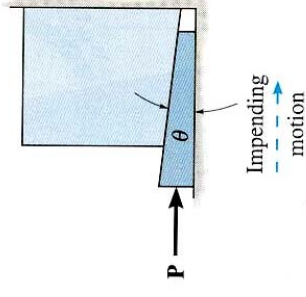
- A) $T_1 > T_2$ B) $T_1 = T_2$
C) $T_1 < T_2$ D) $T_1 = T_2 e^{\mu}$



QUIZ

7. Para determinar la fuerza P necesaria para levantar el bloque de peso W , es mejor dibujar el DCL de _____ primero.

- A) la cuña
- B) el bloque
- C) El suelo horizontal
- D) la pared vertical



8. Para las fuerzas de fricción en una cinta, $T_2 = T_1 e^{\mu\beta}$. En esta ecuación, β es _____.

- A) el ángulo de contacto en deg
- B) el ángulo de contacto en rad
- C) el coeficiente de fricción estática
- D) el coeficiente de fricción cinética