

Examen

Tema 1 CMTC, Probabilidades y Estadística II

Viernes 25 de Octubre de 2013, Tiempo: 110 minutos.

Realizar cada problema en hojas diferentes.

Problema-1 En un sistema de control de una planta industrial se producen incidencias que deben ser tratadas inmediatamente. El tiempo entre incidencias es una variable aleatoria exponencial de media una hora. El tramiento de cada incidencia la resuelve y termina con ella, pero de forma independiente se pueden producir otras incidencias derivadas de las que están abiertas y siendo aún tratadas. Para el tratamiento de cada incidencia se crea y dedica un equipo específico de trabajo. Es decir, hay tantos equipos como incidencias abiertas y cada uno trata de resolver una incidencia. El tiempo de tratamiento de una incidencia se distribuye exponencialmente con media un hora.

Modelizar el número de incidencias según un proceso de Markov y responder a los siguientes apartados:

- Dibujar el diagrama de transición del proceso.
- Calcular las probabilidades de transición entre estados, p_{ij} y las tasas de permanencia en cada estado, v_i , $i, j = 0, 1, 2, \dots$
- Escribir las Ecuaciones de Kolmogorov para obtener las funciones de probabilidad de transición, $p_{ij}(t)$, $t \geq 0$, $i, j = 0, 1, 2, \dots$ (Sugerencia: $P_0(t) = G * P(t)$)
- Calcular la esperanza del tiempo de transición desde el estado en el que no hay incidencias abiertas al estado con 4 incidencias abiertas.
- Calcular el número medio de incidencias con la hipótesis de que la probabilidad, a largo plazo, de un número de incidencias mayor que 4 es 0.
- Supongamos en este apartado que cuando se alcanza el número de 4 incidencias abiertas la planta industrial se detiene, y como consecuencia no se producen incidencias, hasta que se se resuelven todas las incidencias pendientes. Calcular la esperanza del tiempo de transición desde el estado en el hay 4 incidencias abiertas al estado sin incidencias abiertas.

Problema-2 Un centro de urgencias consta de dos especialistas. Al especialista 1 y 2 le llegan pacientes según procesos de Poisson de tasa 5 y 4 pacientes por hora, respectivamente. El tiempo medio que tarda el especialista 1 y 2 en atender a sus pacientes se distribuye exponencialmente de media 10 y 12 minutos, respectivamente. Los pacientes que llegan cuando sus especialistas están ocupados son derivados a otro centro de urgencias.

- a) Dibujar el diagrama de transición que representa el problema.
- b) Si cada paciente que es atendido por el especialista 1 paga 100 euros y cada paciente atendido por el especialista 2 paga 200 euros, ¿Cuánto ganará, de media por día, el centro de urgencia si permanece abierto durante cinco horas cada día?
- c) ¿Cuántas horas al día, de media, estará cada uno de los especialistas esperando a que venga un paciente?
- d) ¿Cuál es el número medio por día de pacientes de cada especialista que es derivado a otros centros de urgencia?
- e) ¿Cuál es la probabilidad de que el especialista 1 empiece a trabajar antes que el 2?
- f) ¿Cuál es la tasa de permanencia en el estado en el que ambos especialistas están ocupados atendiendo pacientes?
- g) ¿Cuál es la probabilidad de pasar del estado vacío al estado de que haya un único cliente atendido por el especialista 1?
- h) ¿Cuál es el número medio de pacientes en el centro de urgencias?