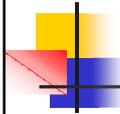


Ingeniería de Control I
Tema 11
Reguladores PID

1

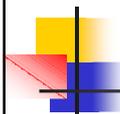
Tema 11. Reguladores PID

- Introducción
- Especificaciones de funcionamiento
- Acciones básicas de control
- Ajuste empírico de reguladores. Métodos de Ziegler-Nichols.
- Ajuste analítico: basado en el LR
- Metodologías de diseño



Bibliografía

- Señales y Sistemas. OCW-UC3M.
- Ingeniería de Control Moderna. K. Ogata.
- Automática. OCW-UPV.
- Sistemas realimentados de control. J.J. D'azzo.



Objetivos

- Identificar relación entre análisis en dominio s y dominio en el t .
- Identificar modificaciones en uno u otro dominio para conseguir comportamientos en el otro.

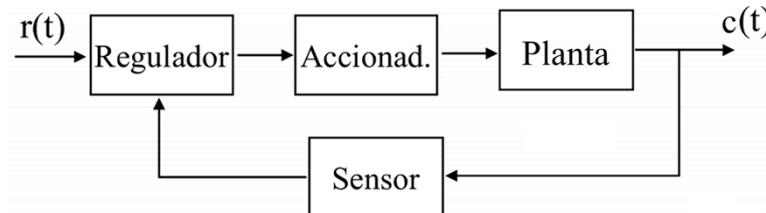
Introducción

- Para qué mejorar un sistema
 - Mejorar la estabilidad:
 - Estable a partir de inestable
 - Más estable
 - Precisión en régimen permanente
 - Seguimiento de señal de referencia sin error
 - Eliminar influencia de perturbaciones sobre salida
 - Respuesta transitoria adecuada
 - Transitorio suficientemente rápido
 - Amortiguamiento adecuado

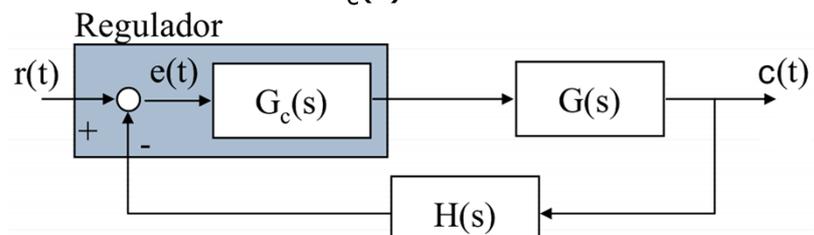
Reguladores PID 5

Introducción

- Dado un sistema de control en bucle cerrado:



- Buscamos diseñar $G_c(s)$



Reguladores PID 6

Especificaciones de funcionamiento

- RP:
 - e_{pr} , e_{vr} , $e_{a...}$ (errores de pos, v, ac.)

- RT:
 - M_p (sobrepulso)
 - t_s (tiempo de establecimiento)
 - t_p (tiempo de pico)
 - ...
- Relación con la posición de los polos

Reguladores PID 7

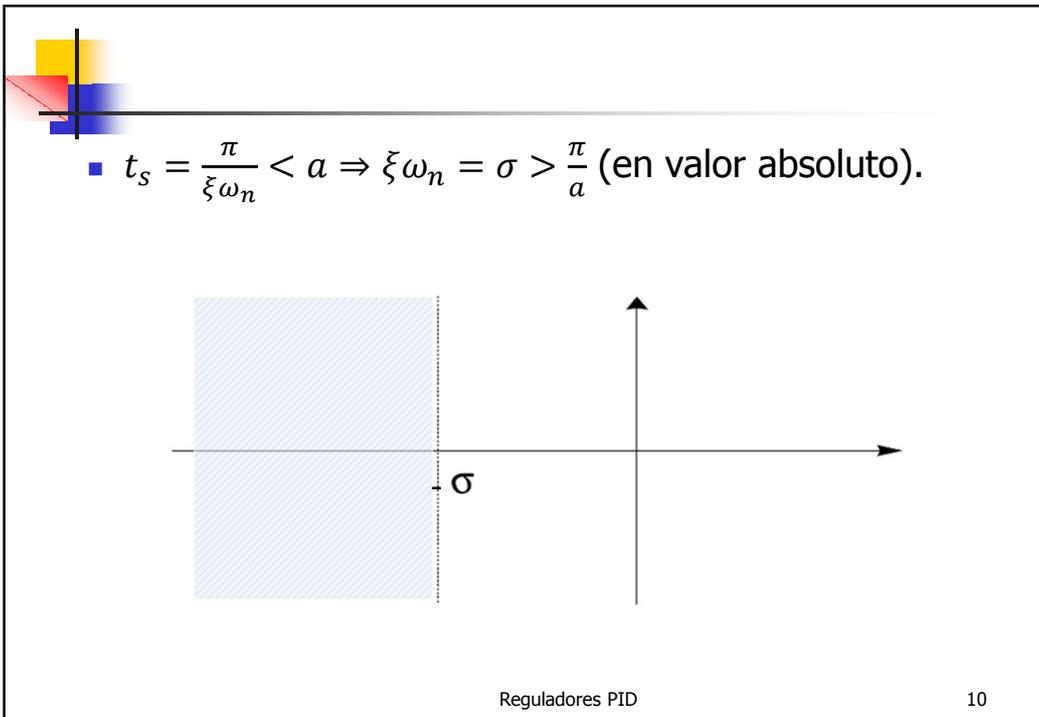
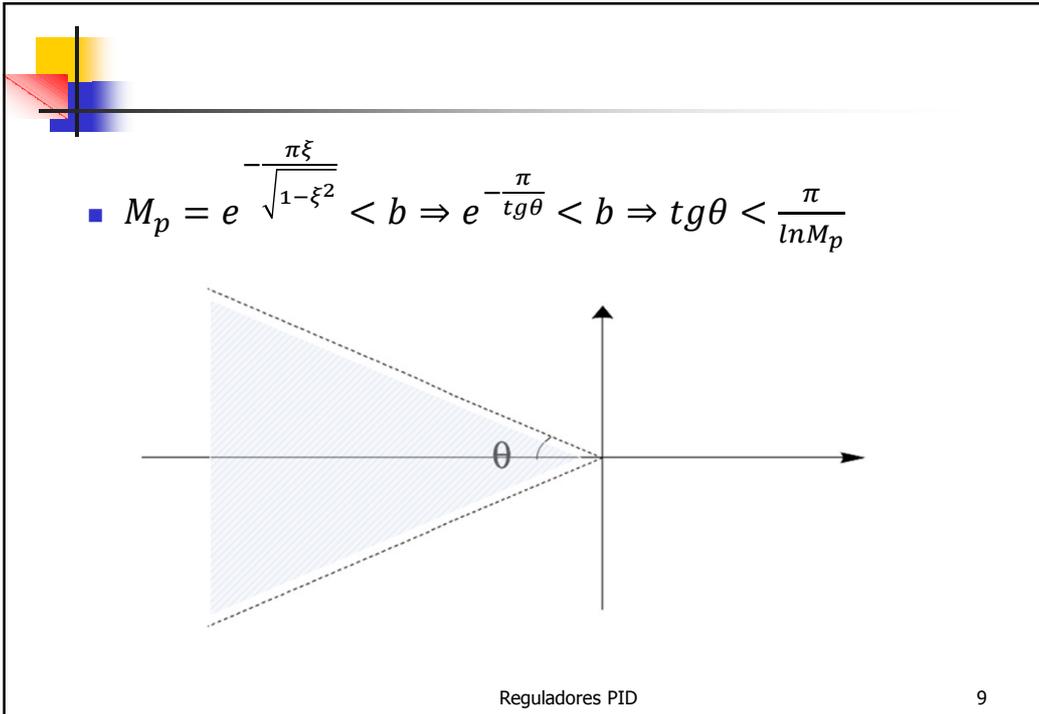
Recordar: sistemas de 2º orden

- $G(s) = \frac{k\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$

PLANO s

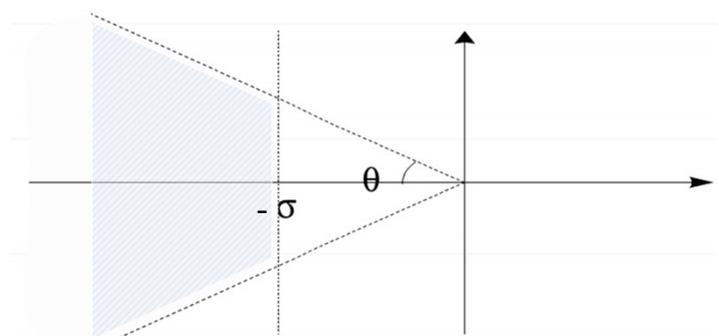
$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}$
 $-\sigma = -\xi \omega_n$
 $-\omega_d = -\omega_n \sqrt{1 - \xi^2}$

Reguladores PID 8



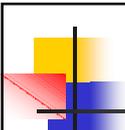


- Con ambas condiciones:

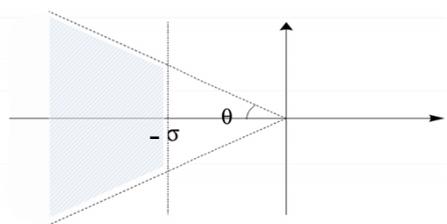


- Objetivo de regulación: situar polos dominantes ^(7.14) en esa zona.

Reguladores PID 11



- Especificaciones de RP:
- Tipo cero: $e_p = \frac{1}{1+k_p}$
 - CE de error de posición ^(7.29) $= k_p = \lim_{s \rightarrow 0} G(s)H(s) = k_0$
- Si $e_p < C \Rightarrow k_p > \frac{1-C}{C}$
- ¿Qué valor de k_0 nos saca o nos introduce en la zona válida de RT? (LR)



12

Acción proporcional (P)

- Señal de control proporcional al error

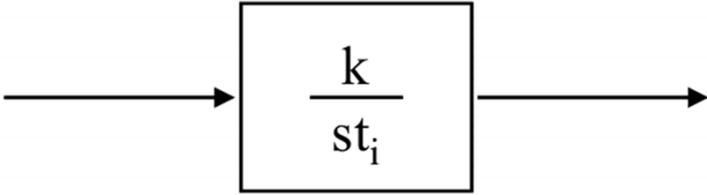


- $a(t) = k_p e(t) = k e(t) \Rightarrow \frac{A(s)}{E(s)} = k$

Reguladores PID 13

Acción integral (I)

- Señal de control proporcional a la integral del error



- $a(t) = k_i \int_0^t e(\tau) d\tau = \frac{k}{t_i} \int_0^t e(\tau) d\tau \Rightarrow \frac{A(s)}{E(s)} = \frac{k}{s t_i}$
- Aumenta el tipo del sistema

Reguladores PID 14

Acción derivativa (D)

- Señal de control proporcional a la variación de la señal de error

- $a(t) = k_d \frac{de(t)}{dt} = kt_d \frac{de(t)}{dt} \Rightarrow \frac{A(s)}{E(s)} = kt_d s$
- Acción de tipo anticipativo

Reguladores PID
15

Control derivativo suavizado

- El control D puro provoca una $\delta(t)$ ante un escalón
- Ante entrada ruidosa derivaría ruido (más ruidoso)
- Se pone un filtro paso bajo de 1^{er} orden en serie:
 - $\frac{1}{1+\gamma t_d s} \cdot kt_d s = \frac{kt_d s}{1+\gamma t_d s}$
 - El valor de γ se selecciona según la suavidad de salida

Reguladores PID
16



- Del tema 8, pag. 8.5-7:
- Respuesta de sistemas de 1^{er} orden ante escalón:
 - $C(s) = \frac{kt_d s}{1+\gamma t_d s} \frac{1}{s} = \frac{k}{\gamma(s+\frac{1}{\gamma t_d})} \Rightarrow c(t) = \frac{k}{\gamma} e^{-\frac{t}{\gamma t_d}}$
 - Si $\gamma=0.1$ el t en alcanzar el 63% del valor final se divide por 10 (la nueva cte. de tiempo es γt_d)

Reguladores PID 17



Reguladores P

- Proporcional: $a(t) = ke(t)$; $G_c(s) = k$
- Movemos los polos del sistema realimentado por las ramas de las raíces al variar k .
- $M(s) = \frac{kG(s)}{1+kG(s)H(s)} = \frac{kG(s)}{1+k k_{OL} \frac{\prod(s-z_i)}{\prod(s-p_i)}}$

Reguladores PID 18

Regulador PI

- Proporcional Integral:
 - $a(t) = ke(t) + \frac{k}{t_i} \int e(t)dt$
 - $G_c(s) = k + \frac{k}{t_i s}$

- El polo en el origen aumenta el tipo del sistema y anula el error de posición.

Reguladores PID 19

Regulador PD

- Proporcional derivativo:
 - $a(t) = ke(t) + kt_d \frac{de(t)}{dt}$
 - $G_c(s) = k + kt_d s$

- Predice linealmente el valor futuro
- Permite mejorar la respuesta del sistema en cuanto a sobreoscilación y tiempo de respuesta sin afectar al error en régimen permanente

Reguladores PID 20

Regulador PID

- Proporcional integral derivativo:
 - $a(t) = ke(t) + \frac{k}{t_i} \int e(t)dt + kt_d \frac{de(t)}{dt}$
 - $G_c(s) = k + \frac{k}{t_i s} + kt_d s$

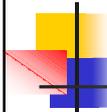
- Une efectos de PI y PD

Reguladores PID 21

Diseño de reguladores PID

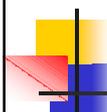
- Métodos empíricos
 - Permiten calcular un valor razonable para los parámetros PID cuando no se dispone de un modelo del sistema a controlar
 - Ziegler-Nichols en bucle abierto
 - Ziegler-Nichols en bucle cerrado
- Métodos analíticos o de asignación de polos
 - Se fijan los polos según los requisitos de funcionamiento y se despejan los parámetros del regulador. Requiere modelo.
 - Diseño basado en el lugar de las raíces
 - Diseño frecuencial (en Bode)

Reguladores PID 22



Métodos empíricos

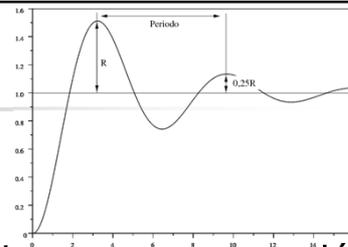
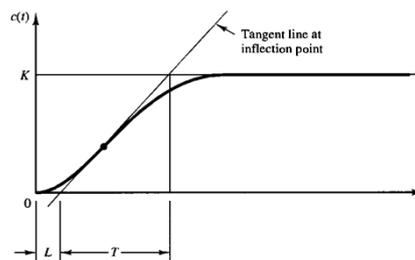
- En muchos sistemas industriales el proceso a controlar es no lineal o no fácil de controlar
- El método más simple se basa en ensayo y error
- En general se trata de:
 - Medir determinados parámetros relacionados con el comportamiento del sistema
 - A partir de ahí con fórmulas o tablas calcular regulador



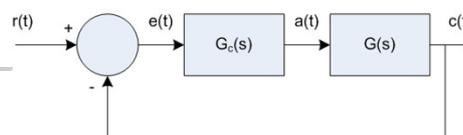
Z-N en bucle abierto

- Especificaciones:
 - Factor de decaimiento: 25%
- Se obtiene experimentalmente la respuesta a escalón del sistema en bucle abierto ($G(s)$).
- Se aproxima la respuesta a la de un sistema de primer orden con retardo puro, calculando sus 3 parámetros:

- L (retardo puro)
- T (cte. de tiempo)
- K (ganancia)



Z-N en bucle abierto

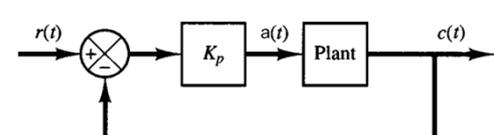
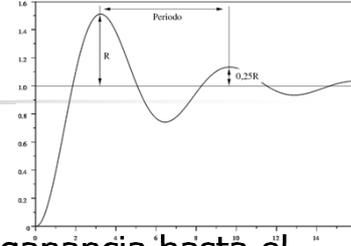
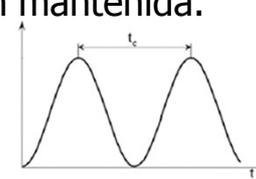


- La planta será: $\frac{C(S)}{A(S)} = \frac{ke^{-Ls}}{1+Ts}$
- Se ajusta el regulador de acuerdo con fórmulas:
 - $G_c(s) = k \left(1 + \frac{1}{t_i s} + t_d s \right)$

	k	t_i	t_d
P	$\frac{T}{L}$	∞	0
PI	$0.9 \frac{T}{L}$	$\frac{L}{0.3}$	0
PID	$1.2 \frac{T}{L}$	2L	0.5L

Reguladores PID 25

Z-N en bucle cerrado

- Especificaciones:
 - F. decaimiento: 25%
- Con un regulador P se varía la ganancia hasta el valor crítico en el que la respuesta del sistema en bucle cerrado sea una oscilación mantenida.
- Se mide la ganancia del regulador P que será k_c (k crítica) y el período de las oscilaciones (t_c)

Reguladores PID 26

Z-N en bucle cerrado

- Se ajusta el regulador con las fórmulas:
 - $G_c(s) = k(1 + \frac{1}{t_i s} + t_d s)$

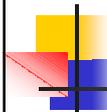
	k	t_i	t_d
P	$0,5k_c$	∞	0
PI	$0,45k_c$	$\frac{t_c}{1,2}$	0
PID	$0,6k_c$	$0,5t_c$	$\frac{t_c}{8}$

Reguladores PID 27

Diseño basado en el LR: requisitos RT y RP

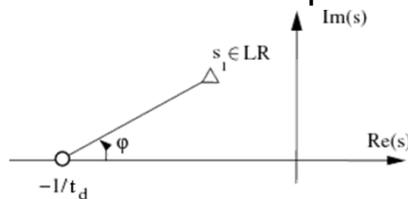
- RT: aceptable respuesta de sistema de orden 2 ante escalón con $0.3 < \xi < 0.8 \Rightarrow 35\% > M_p > 5\%$
 - Más de 35% hay que amortiguar salida por ser muy oscilante
 - Menos del 5% hay que acelerar por ser lenta
- RP: aumentar coeficientes estáticos de error
 - PD: mejora el RT
 - PI: mejora el RP
 - PID ambos
- Intentar lazo abierto tb estable.
- Primero ver si LR pasa por zona de requisitos

Reguladores PID 28



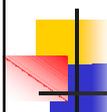
Sintonía PD

- Supongamos que s_1 debe ser un polo dominante de la FT en LC (condiciones de RT):
- Debe cumplir condición del argumento:
 - $\arg(G(s_1)H(s_1)) = (2q + 1)\pi$
- Si no lo cumple y le falta φ_I , hay que añadir φ_I radianes al arg. de la FT en LA en el punto s_1 : para ello se coloca un cero en una posición $s = \frac{-1}{t_d}$ tal que $\varphi = \varphi_I$.



Reguladores PID

29

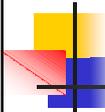


PD (2)

- Mediante la condición del módulo se obtiene la ganancia del controlador que hace que s_1 sea polo del sistema en LC.
- $G_c(s) = k(1 + t_d s)$
- $k = \frac{1}{|G(s_1)H(s_1)(1 + t_d s_1)|}$
- Si se va a hacer una sintonía I mejor no calcular la k que habrá que ajustar luego.

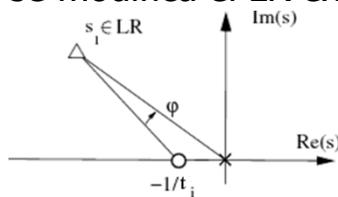
Reguladores PID

30



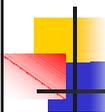
Sintonía PI

- Por ejemplo, una vez sintonizado PD
- RP adecuado: polo en origen para anular o reducir errores en RP: $G_c(s) = k(1 + \frac{1}{t_i s})$
- Para conseguir que el transitorio se modifique poco, se sitúa el cero muy cerca del eje $j\omega$, así φ (diferencia entre ángulo con polo y con cero) será pequeño y no se modifica el LR existente



Reguladores PID

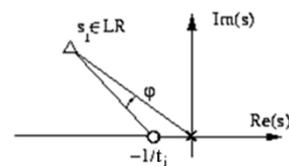
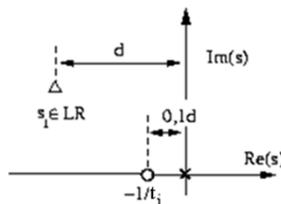
31



PI (2)

- La pareja polo-cero serán dominantes, pero al estar muy cerca, el residuo del polo será pequeño y la influencia en el transitorio pequeña.
- ¿Cómo de cerca del origen?
 - 0.1d

- $\varphi < 5^\circ$



Reguladores PID

32

PID

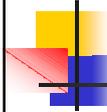
- Finalmente retocar la ganancia en lazo abierto para mantener el error en RP
- LA:
 - $G_c(s)G(s)H(s) = \frac{K}{t_i} \frac{1+t_i s}{s} (1+t_d s)G(s)H(s)$
- Si el sistema GH(s) era de tipo 0, ahora $G_cGH(s)$:
 - $K_p = \infty$
 - $K_v = \lim_{s \rightarrow 0} s G_c(s)G(s)H(s) = \frac{K}{t_i} G(0)H(0)$
 - $K_a = 0$
- Observar aparente contradicción: $\frac{1}{t_i} \downarrow; K_v \downarrow; e_v \uparrow$

Reguladores PID 33

Diseño basado en el LR

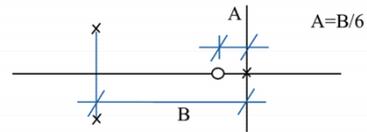
- ¿Pasa el LR por la zona de especificaciones de RT? (P)
- SI:
 - ¿Se cumplen especificaciones de RP? $e_p = \frac{1}{1+k_p}$
 - SI: P
 - NO: Añadir par polo (en origen)-cero (I): PI

Reguladores PID 34



Diseño basado en el LR

- ¿Pasa el LR por la zona de especificaciones de RT? (P)
- No:
 - Añadir un cero: (D)
 - Aplicar criterio del argumento del LR para que las raíces dominantes pasen por la zona de especificaciones del RT
 - ¿Se cumplen especificaciones de RP?
 - SI: PD
 - NO: Añadir par polo (en origen)-cero (I): PID



Reguladores PID

35