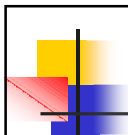




Departamento de Automática  Universidad de Alcalá 

Ingeniería de Control I
Tema 6
Diagramas de flujo

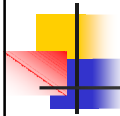
1



6. Diagramas de flujo.

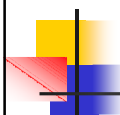
- Representación en DF
- Simplificaciones
- Fórmula de Mason
- Formas de Kalman
- Sistemas MIMO

Diagramas de Flujo 2



Bibliografía

- Señales y Sistemas. OCW-UC3M
- Apuntes Automática Básica. J. M. Bañón, UAH.
- Ingeniería de Control Moderna. K. Ogata.
- Automática. OCW-UPV
- Sistemas realimentados de control. J.J. D'azzo
- Feedback control systems. J.V. de Vegte.




Objetivos

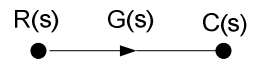
- Representación externa de los sistemas mediante diagramas de flujo
- Operaciones con diagramas de flujo

DF

- Es una representación gráfica de las ecuaciones algebraicas que relacionan las señales y sistemas que describen un sistema físico
- Tienen gran capacidad de representación: puede representar las ecuaciones de Laplace de un sistema o un DB
- Se basa en dos elementos simples:
 - Nodos: representan las variables
 - Arcos o ramas orientadas: representan las FT (transmitancias)



Diagramas de Flujo



5

Definiciones

- Nodo: punto que representa una variable
- Rama: arco dirigido que une dos nodos
- Transmitancia: ganancia o FT entre dos nodos
- Nodo fuente o de entrada: del que solo salen ramas, corresponde con entradas al sistema
- Nodo sumidero: al que solo llegan ramas, corresponde con salidas del sistema
- Nodo mixto: al que entran y salen ramas, representan las variables intermedias.

Diagramas de Flujo

6

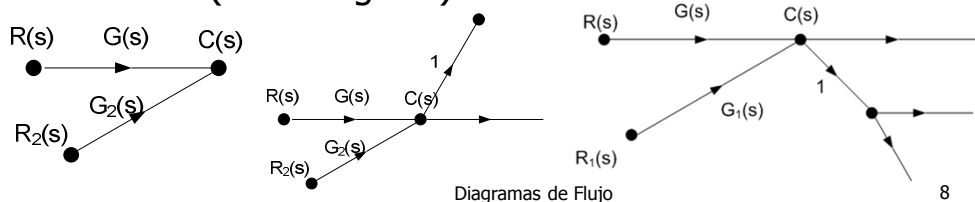
- Camino o trayecto: es un recorrido de ramas en la dirección de los arcos
- Camino directo: es un trayecto de una fuente a un destino sin pasar 2 veces por el mismo nodo
- Ganancia de un camino: producto de las ganancias que se presentan en un trayecto
- Lazo o bucle: trayecto que parte y termina en el mismo nodo sin pasar dos veces por ningún otro nodo.
- Autobucle: es una rama que sale y llega al mismo nodo.

Diagramas de Flujo

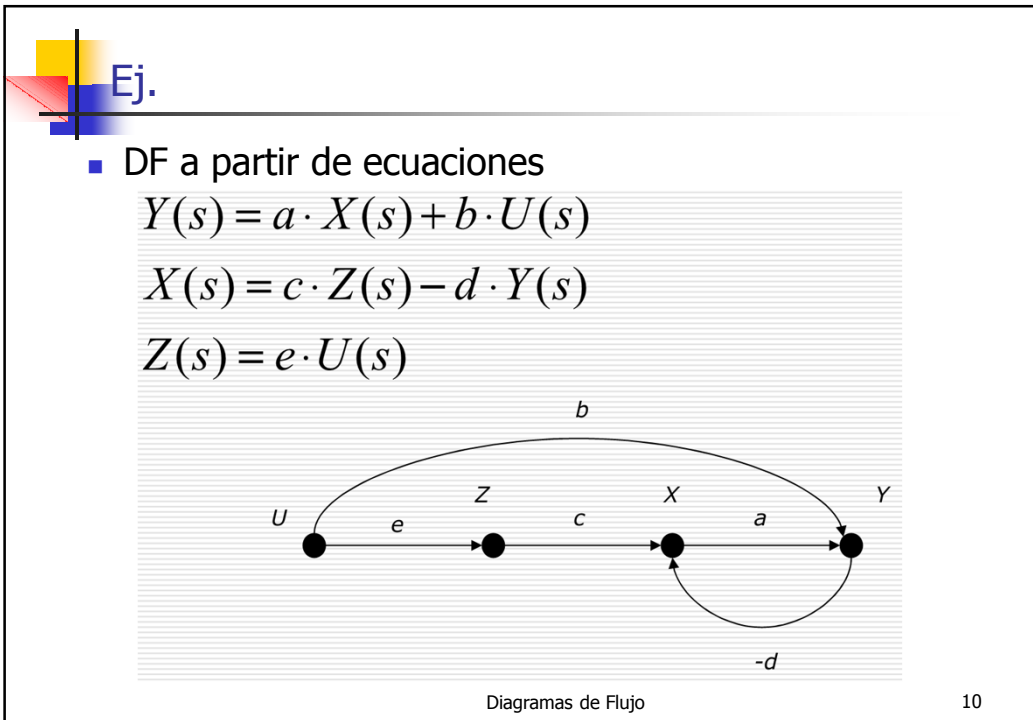
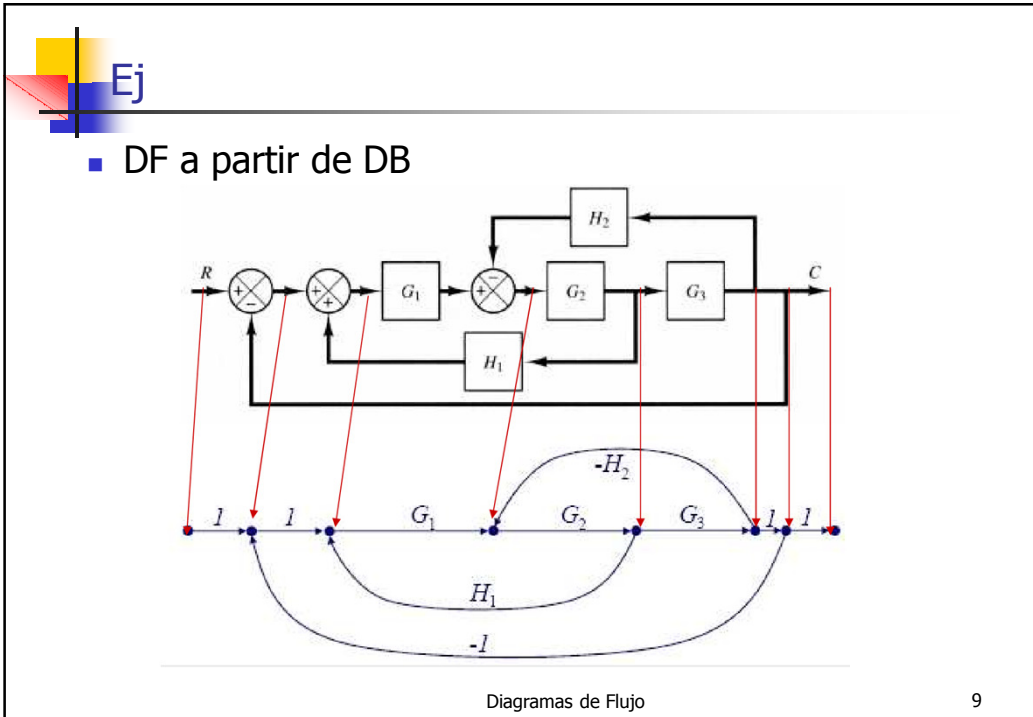
7

Propiedades de DF

- Transmisión: cualquier nodo transmite su valor a las ramas que parten de él
- Adición: el valor de la variable de un nodo es la suma de los productos de ganancias por variables de los nodos de las ramas que llegan a él
- Convertibilidad de un nodo mixto: cualquier variable de un nodo mixto se puede convertir en sumidero o fuente (de otro grafo) con una rama de valor 1



8



Ej.

- Dado DF:

The diagram shows a sequence of nodes connected by arrows. The main path consists of nodes 1 through 7 with transfer functions $G_1(s)$, $G_2(s)$, $G_3(s)$, $G_4(s)$, $G_5(s)$, and $G_6(s)$ respectively. There are three feedback loops: a loop from node 5 to node 4 with transfer function $G_{10}(s)$, a loop from node 6 to node 4 with transfer function $G_{12}(s)$, and a loop from node 7 to node 3 with transfer function $G_{13}(s)$. There are also two feedforward paths: one from node 4 to node 5 with transfer function $G_9(s)$, and another from node 5 to node 6 with transfer function $G_8(s)$.

Diagramas de Flujo

11

Caminos directos

The diagram shows the same flow diagram as above, but with dashed lines indicating direct paths. The main path from node 1 to node 7 is shown with solid arrows and transfer functions $G_1(s)$ through $G_6(s)$. The direct paths are: a dashed arrow from node 1 to node 5 with transfer function $G_{12}(s)$, a dashed arrow from node 1 to node 3 with transfer function $G_{13}(s)$, a dashed arrow from node 4 to node 5 with transfer function $G_9(s)$, and a dashed arrow from node 5 to node 6 with transfer function $G_8(s)$. The feedback loops are also shown with dashed arrows: from node 5 to node 4 with $G_{10}(s)$, from node 6 to node 4 with $G_{12}(s)$, and from node 7 to node 3 with $G_{13}(s)$.

Diagramas de Flujo

12

Lazos

- Hay más?

Diagramas de Flujo

13

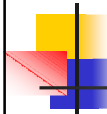
Simplificación por distensión de nudos

- Ramas en serie: se sustituyen por una sola cuyo valor sea el producto de todas

- Ramas en paralelo: se sustituyen por una sola cuyo valor sea la suma de todas

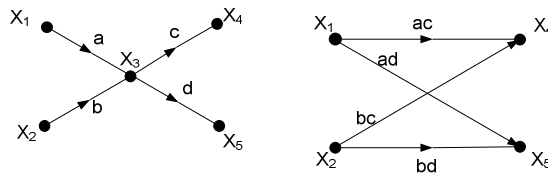
Diagramas de Flujo

14

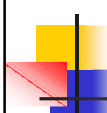


Simplificación

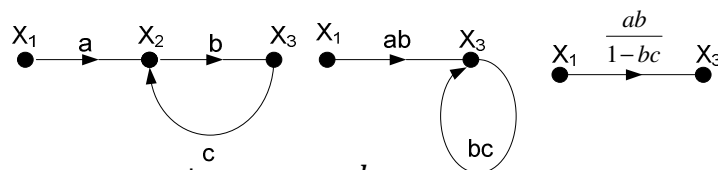
- Nodos mixtos serie-paralelo: se puede suprimir un nodo utilizando las ecuaciones



- $x_3 = ax_1 + bx_2; x_4 = cx_3; x_5 = dx_3$
- $x_4 = cax_1 + cbx_2; x_5 = dax_1 + dbx_2$



- Ramas en bucle cerrado: se sustituye por una rama con la fórmula de realimentación



- $x_2 = ax_1 + cx_3; x_3 = bx_2$
- $x_3 = abx_1 + bcx_3 \Rightarrow (1 - bc)x_3 = abx_1$

■ Ramas en autobucle: se puede eliminar dividiendo cada rama que entra en el nodo con autobucle por $(1-G_{\text{auto}})$

- $x_4 = ax_1 + bx_2 + cx_3 + dx_4$
- $x_4 = \frac{ax_1 + bx_2 + cx_3}{1-d} = \frac{a}{1-d}x_1 + \frac{b}{1-d}x_2 + \frac{c}{1-d}x_3$

Diagramas de Flujo 17

■ Ej. R \rightarrow A \rightarrow a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow d \rightarrow 1 \rightarrow C

■ Simplificar

Diagramas de Flujo 18

Regla de Mason

- $G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\sum_i T_i \Delta_i}{\Delta}$
 - T_i es la ganancia del trayecto directo i-ésimo
 - Δ es el determinante o ecuación característica del sistema:
 - $\Delta = 1 - \sum_a L_a + \sum_{bc} L_b L_c - \sum_{efg} L_e L_f L_g + \dots$
 - $\sum_a L_a$ es la suma de todos los lazos o bucles del diagrama de flujo
 - $\sum_{bc} L_b L_c$ es la suma del producto de las ganancias de los lazos disjuntos 2 a 2 (sin nodos comunes).
 - $\sum_{efg} L_e L_f L_g$ es la suma del producto de las ganancias de los lazos disjuntos 3 a 3
 - Δ_i es el cofactor del trayecto i-ésimo, el determinante con los lazos que no pertenecen a ese trayecto (de Δ se eliminan los términos correspondientes a nodos de T_i)

Diagramas de Flujo 19

Ej.

El diagrama muestra un sistema de control en lazo cerrado. El camino directo de lazo abierto está formado por los bloques $G_1(s)$, $G_2(s)$, $G_3(s)$, $G_4(s)$ y $G_5(s)$ en serie. Hay cinco lazos de retroalimentación: $H_1(s)$ (entre G_1 y G_2), $H_2(s)$ (entre G_4 y G_5), $H_3(s)$ (entre G_3 y G_5), $H_4(s)$ (entre G_5 y un punto antes de G_1), y $H_5(s)$ (entre G_5 y un punto antes de G_2). El lazo $H_3(s)$ incluye un bloque $G_6(s)$ en su camino de retroalimentación.

- Localización de lazos y cálculo de Δ .
 - $L_1 = G_2 H_1; L_2 = G_4 H_2; L_3 = G_6 H_3; L_4 = G_2 G_3 G_4 G_5 H_4 G_6 H_5$
 - $\Delta = \begin{Bmatrix} 1 \\ -(L_1 + L_2 + L_3 + L_4) \\ +(L_1 L_2 + L_1 L_3 + L_2 L_3) \\ -(L_1 L_2 L_3) \end{Bmatrix}$

Diagramas de Flujo 20

- Término $\sum_i T_i \Delta_i$
 - $T_1 = G_1 G_2 G_3 G_4 G_5$
 - $\Delta_1 = 1 - (G_6 H_3)$

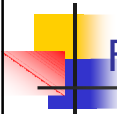
- Por tanto: $G = \frac{T_1 \Delta_1}{\Delta}$

Diagramas de Flujo
21

Ej.

- Aplicar Mason para obtener la relación de mando:

Diagramas de Flujo
22



Formas de Kalman

- Dada la FT obtener un DF equivalente.
- Se utilizaba para obtener una simulación de FT en el calculador analógico a base de integradores y amplificadores.
- 1ª forma: todos los trayectos y lazos pasan por el primer nodo:
 - Todos los $\Delta_i = 1$;
 - No hay lazos disjuntos
- Entonces:

$$\blacksquare G(s) = \frac{Q(s)}{P(s)} = \frac{\sum_i T_i \Delta_i}{\Delta} = \frac{\sum_i T_i}{1 - \sum_a L_a}$$

Diagramas de Flujo

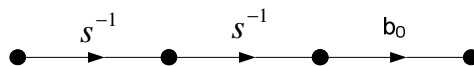
23



- En el numerador viene dada la expresión de los trayectos directos y en el denominador de los lazos.
- Para poder simular integradores se divide num y denominador por la mayor potencia de s

$$\blacksquare \text{Ej: } G(s) = \frac{b_1 s + b_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0} = \frac{\frac{b_1}{s} + \frac{b_0}{s^2}}{a_2 + \frac{a_1}{s} + \frac{a_0}{s^2}} = \frac{1}{a_2} \frac{b_1 s^{-1} + b_0 s^{-2}}{1 - \left(-\frac{a_1}{a_2} s^{-1} - \frac{a_0}{a_2} s^{-2} \right)}$$

- Cada integrador es una rama directa del DF



Diagramas de Flujo

24

■ El numerador de la FT son ramas hacia adelante:

■ El denominador completa el DF:

■ ¿Y el factor $1/a_2$?

Diagramas de Flujo 25

2ª forma de Kalman

■ Se hace pasar los trayectos directos y los lazos por el último nodo (y $1/a_2$?).

Diagramas de Flujo 26

Ej.

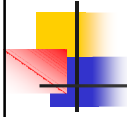
- Hallar 1ª y 2ª forma de Kalman de la siguiente FT:
 - $G(s) = \frac{b_3s^3 + b_2s^2 + b_1s + b_0}{s^4 + a_3s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0}$

Diagramas de Flujo 27

Sistemas MIMO

- Varias entradas (m) y salidas (n).
- Se representa por matrices de transferencia
- Aplicando el principio de superposición (LTI), habría $n \cdot m$ FT: todas con el mismo denominador (ec. característica)
- Producto de matrices: $\bar{C}(s) = \bar{G}(s)\bar{R}(s)$

Diagramas de Flujo 28



- $C(s) [nx1]; R(s) [mx1]; G(s) [nxm]$
- Por el principio de superposición podemos calcular cada ganancia:
 - $G_{ij} = \left. \frac{C_i}{R_j} \right|_{R_{m \neq j} = 0}$
- El valor de la salida i para el conjunto de las m entradas (suma de las respuestas a cada entrada)
 - $C_i(s) = \sum_{j=1}^m G_{ij}(s)R_j(s) = \overline{G}_i(s) \cdot \overline{R}(s)$