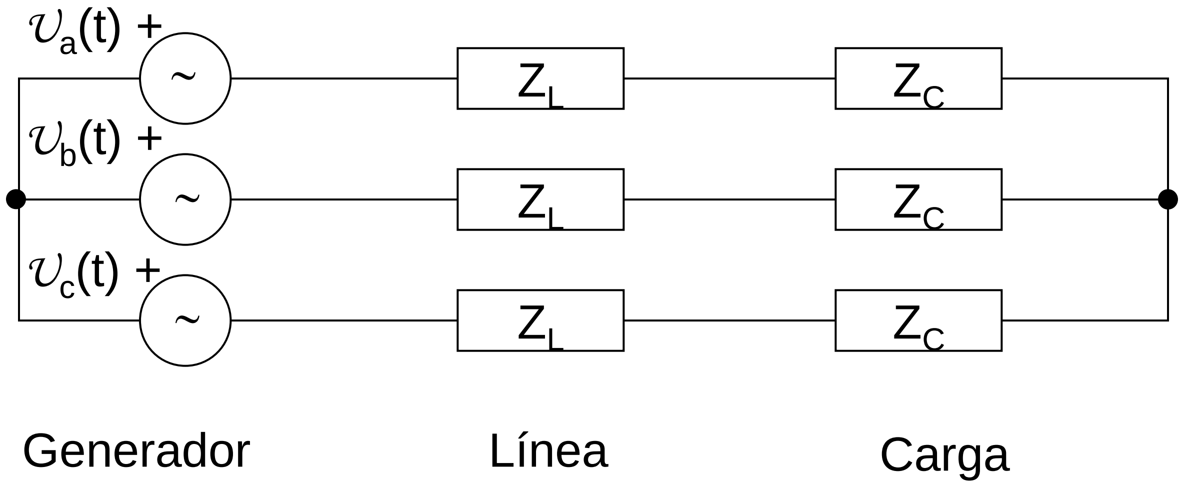
Bloque 3
Sistemas trifásicos

Fundamentos de Ingeniería Eléctrica

3.1 Tensiones y corrientes en los sistemas trifásicos. Equivalente monofásico

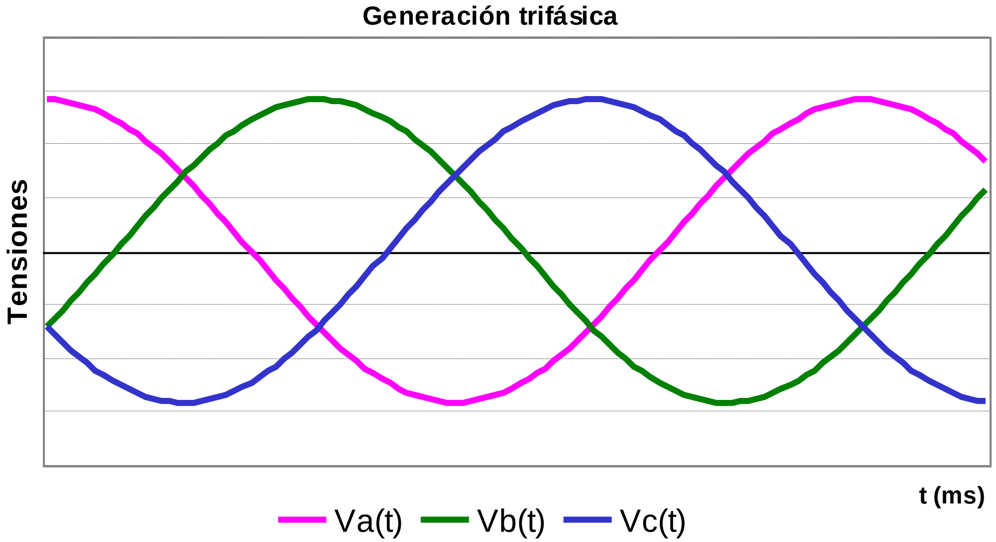
Sistemas trifásicos

Configuración habitual de un sistema eléctrico



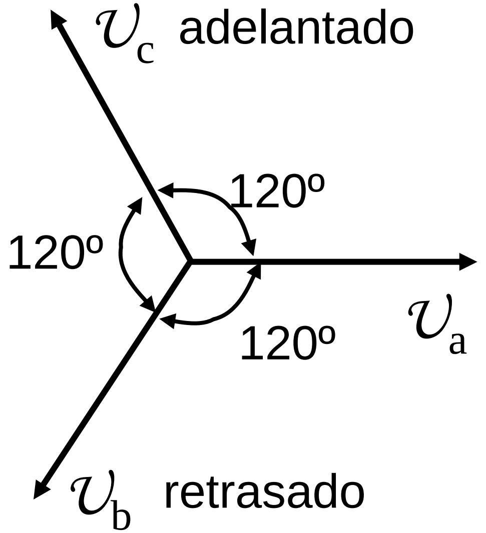
Fase: cada una de las partes de un circuito en que se genera, transmite o utiliza una de las tensiones del sistema

Sistema trifásico equilibrado de tensiones



$$\left.\begin{aligned} u_a(t) &= \sqrt{2}\cdot U\cdot\cos\omega t \\ u_b(t) &= \sqrt{2}\cdot U\cdot\cos\left(\omega t - 120^{o}\right) \\ u_c(t) &= \sqrt{2}\cdot U\cdot\cos\left(\omega t - 240\right) = \sqrt{2}\cdot U\cdot\cos\left(\omega t + 120\right) \end{aligned}\right\} \quad \boxed{u_a(t)+u_b(t)+u_c(t)=0}$$

Representación fasorial



$$\mathcal{V}a = U\angle 0º$$

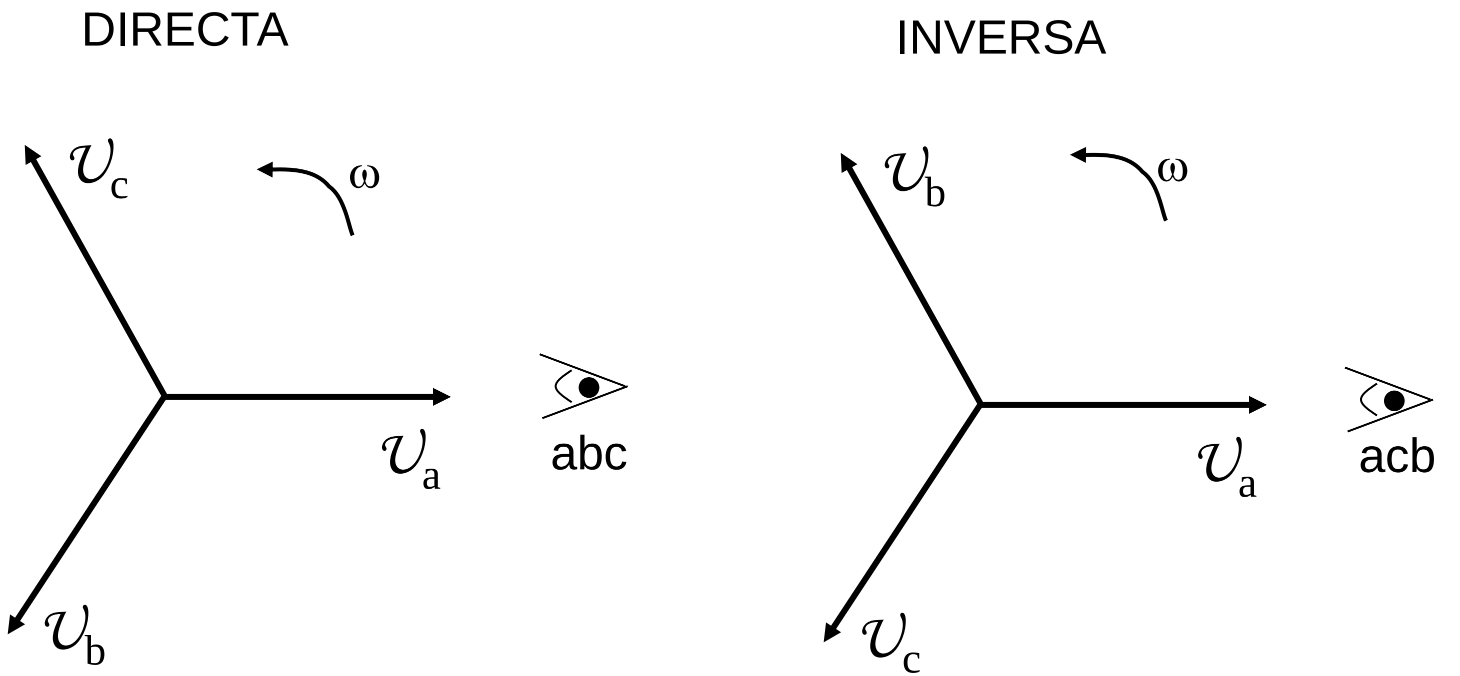
$$\mathcal{V}b = U\angle -120º$$

$$\mathcal{V}c = U\angle 120$$

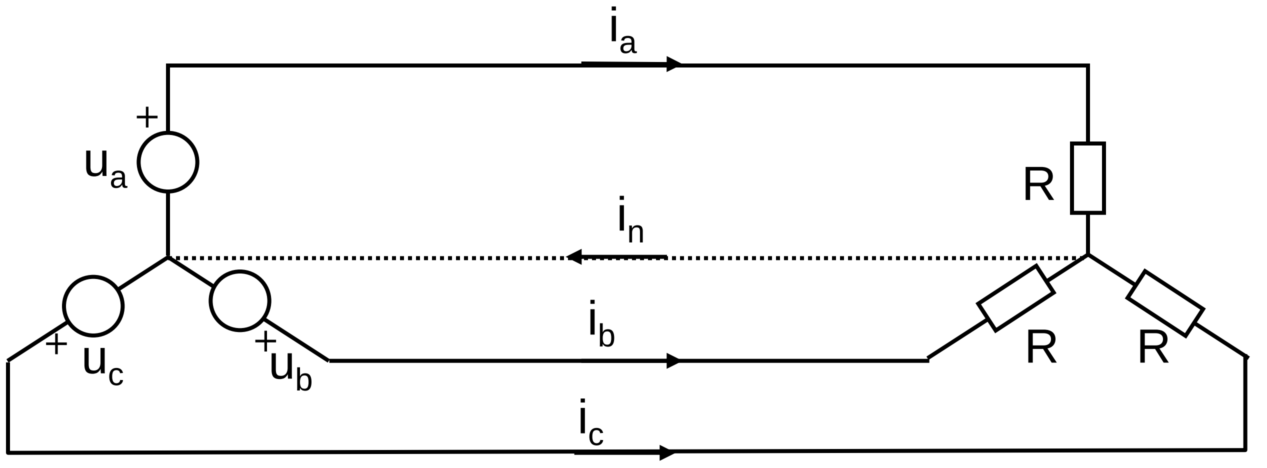
$$\boxed{\mathcal{V}a + \mathcal{V}b + \mathcal{V}c = 0}$$

Secuencia de fases

Orden en que se suceden los máximos de las tensiones



Supresión del hilo de neutro



Al conectar un sistema trifásico de tensiones a una carga trifásica equilibrada (p.e. una carga resistiva pura) se produce i en cada fase

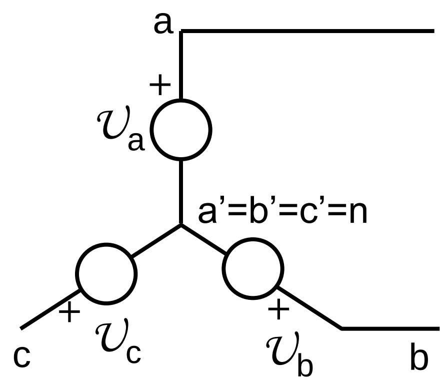
$$i_a(t) = \frac{u_a(t)}{R} \; ; \; i_b(t) = \frac{u_b(t)}{R} \; ; \; i_c(t) = \frac{u_c(t)}{R} \Rightarrow \boxed{i_n = i_a + i_b + i_c = 0}$$

¡Se puede prescindir del hilo de neutro!

Posibles configuraciones generación -carga

- Y-Y
- Y-Δ
- Δ –Y
- Δ - Δ

Generador en estrella: Tensión de fase o tensión simple



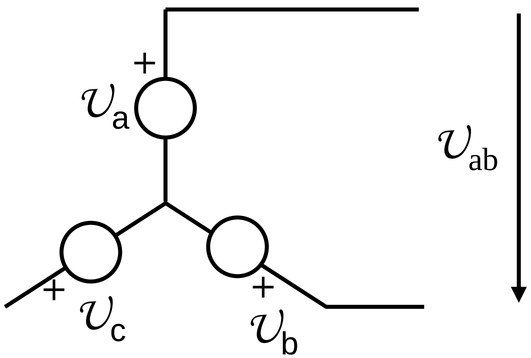
Tensión que aparece entre cada conductor de fase y el punto neutro de la fuente

$$\mathcal{V}_a = \mathcal{V}_{aa'} = U\angle 0^{\text{o}} = Ue^{j0} = U$$

$$\mathcal{V}_b = \mathcal{V}_{bb'} = U\angle -120^{\text{o}} = Ue^{-j120} = U\left(-\frac{1}{2} - j\,\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$\mathcal{V}_c = \mathcal{V}_{cc'} = U\angle 120^{\text{o}} = Ue^{j120} = U\left(-\frac{1}{2} + j\,\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

Tensión de línea



Tensión que aparece entre dos conductores de fase

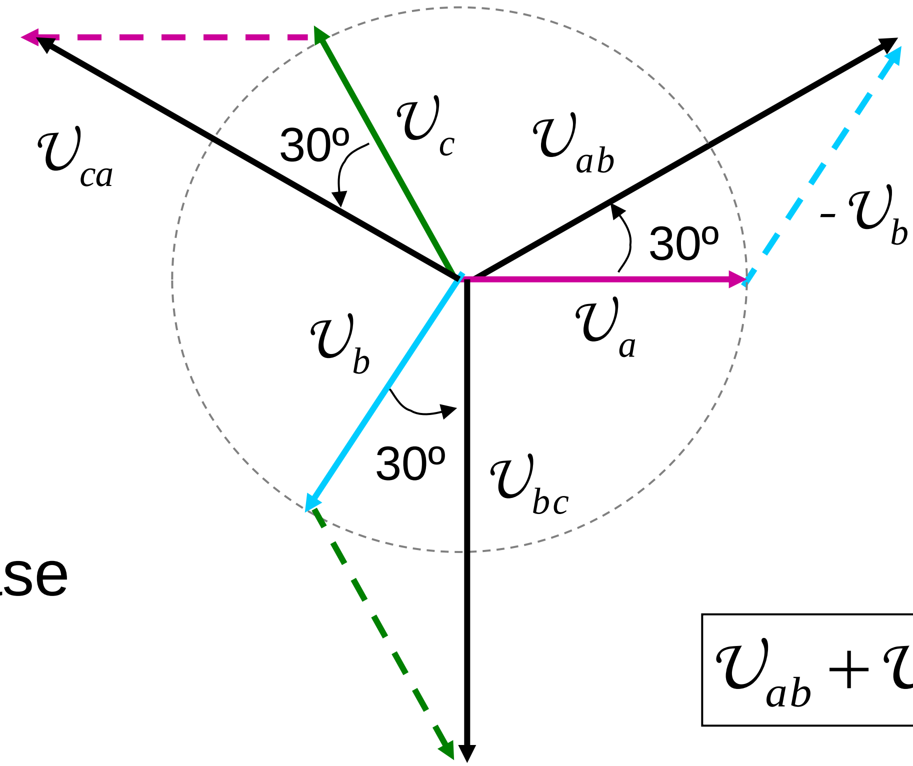
$$\mathcal{V}_{ab} = \mathcal{V}_a - \mathcal{V}_b = U - U\left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \sqrt{3}U\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + j\frac{1}{2}\right) = \sqrt{3}Ue^{j30} = \sqrt{3}U\angle 30^{\circ}$$

$$\mathcal{V}_{bc} = \mathcal{V}_b - \mathcal{V}_c = \sqrt{3}U\angle -90^{\circ}$$

$$\mathcal{V}_{ca} = \mathcal{V}_c - \mathcal{V}_a = \sqrt{3}U\angle 150^{\circ}$$

Tensiones de línea y de fase

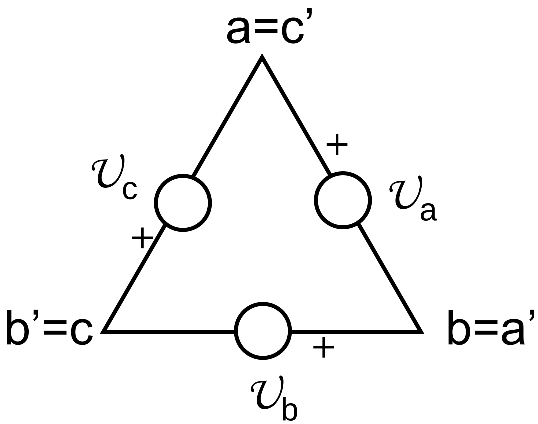
$$\mathcal{V}_{ab} = \mathcal{V}_a - \mathcal{V}_b$$



Las tensiones de línea están adelantadas 30º respecto las de fase

$$\boxed{\mathcal{V}_{ab} + \mathcal{V}_{bc} + \mathcal{V}_{ca} = 0}$$

Generador en Δ



Las tensiones de línea y las tensiones de fase coinciden

Tensiones de fase

$$\mathcal{V}_a = \mathcal{V}_{aa'} = U\angle 0^o$$

$$\mathcal{V}_b = \mathcal{V}_{bb'} = U\angle -120^o$$

$$\mathcal{V}_c = \mathcal{V}_{cc'} = U\angle 120^o$$

Tensiones de línea

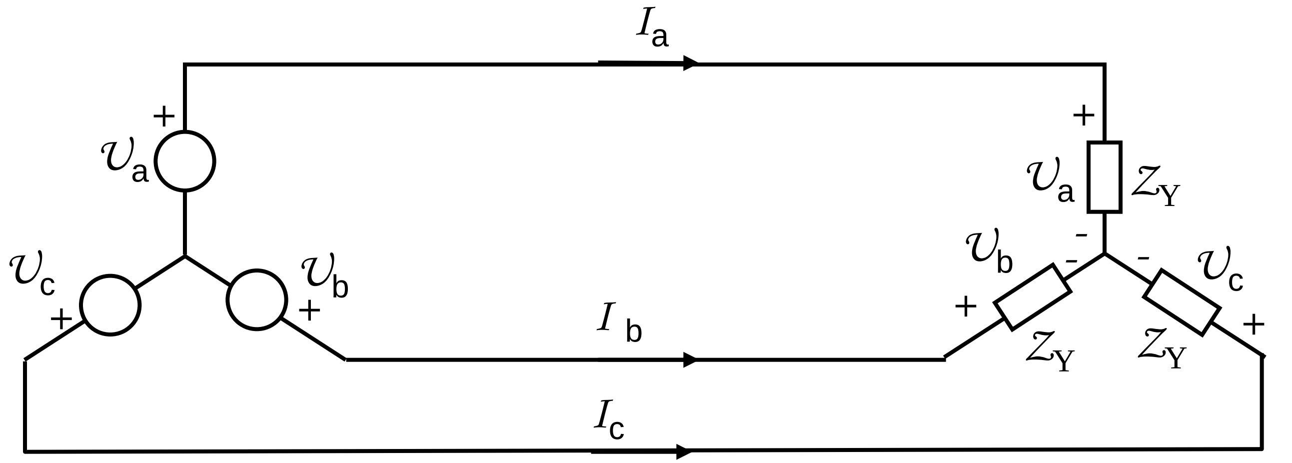
$$\mathcal{V}_{ab} = \mathcal{V}_{aa'} = \mathcal{V}_a$$

$$\mathcal{V}_{bc} = \mathcal{V}_{bb'} = \mathcal{V}_b$$

$$\mathcal{V}_{ca} = \mathcal{V}_{cc'} = \mathcal{V}_c$$

Corriente en un sistema trifásico equilibrado

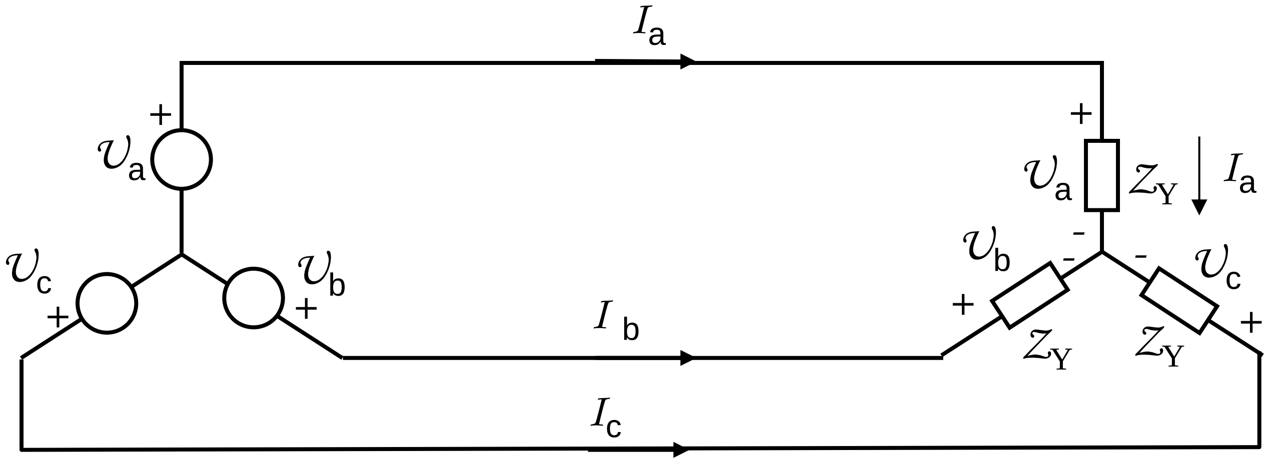
Generador en Y y carga equilibrada en Y



$$\mathcal{Z}_Y = Z_Y \angle \varphi$$

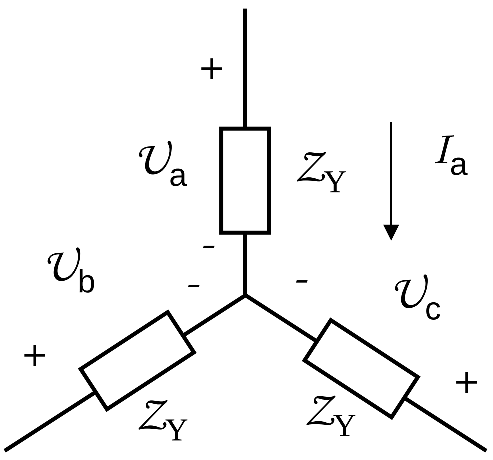
Corriente de fase y corriente de línea

- Corriente de fase: Corriente que circula por cada fase de la carga
- Corriente de línea: Corriente que circula por las líneas que conectan las fases del generador con las fases de la carga trifásica



En el caso Y-Y las corrientes de línea y de fase coinciden

Corriente en el caso YY



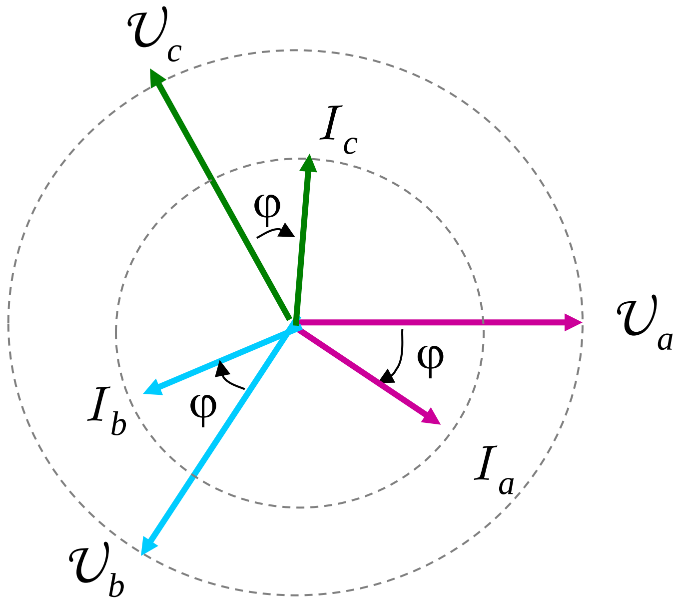
$$I_a = \frac{\mathcal{V}_a}{\mathcal{Z}_Y} = \frac{U}{Z_Y}\angle -\varphi = I\angle -\varphi$$

$$I_b = \frac{\mathcal{V}_b}{\mathcal{Z}_Y} = \frac{U}{Z_Y}\angle -120-\varphi = I\angle -120-\varphi$$

$$I_c = \frac{\mathcal{V}_c}{\mathcal{Z}_Y} = \frac{U}{Z_Y}\angle 120-\varphi = I\angle 120-\varphi$$

Las corrientes de línea y de fase coinciden

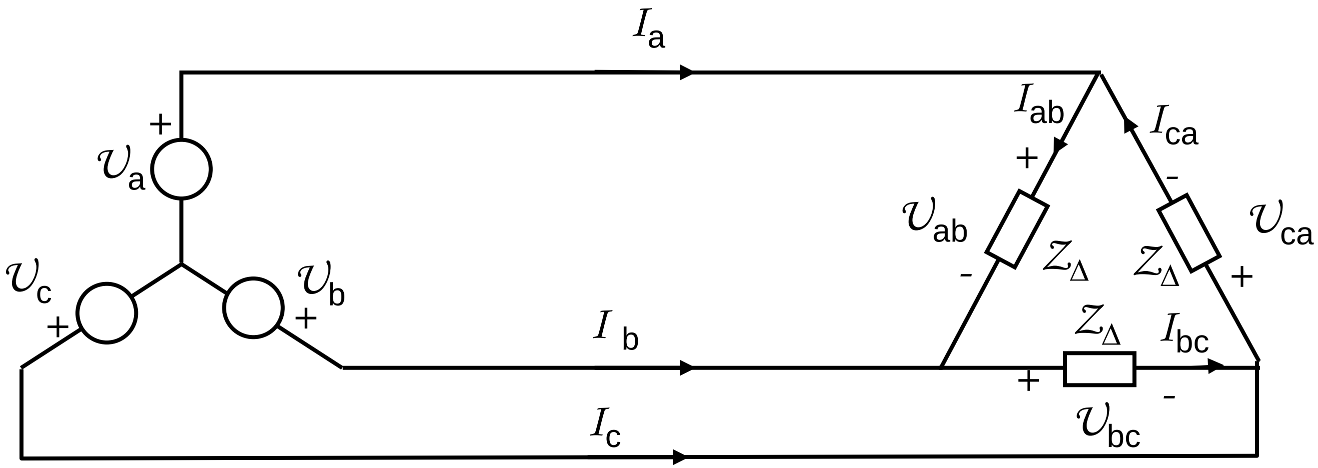
Diagrama fasorial (caso Y-Y)



Las corrientes están retrasadas φ respecto a las tensiones

Si el sistema de tensiones es equilibrado y las 3 impedancias son idénticas (carga equilibrada), las corrientes serán un sistema trifásico equilibrado (módulo I , desfasadas 120 º entre sí).

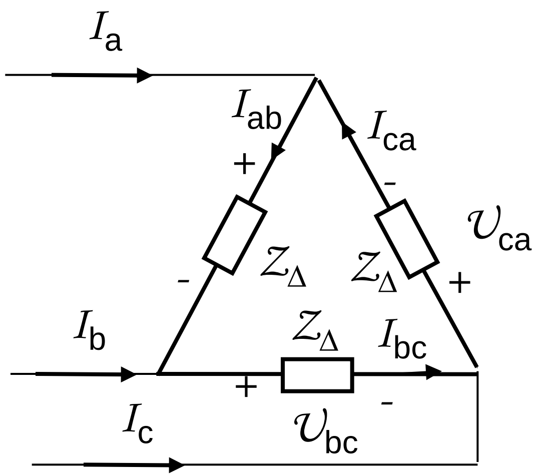
Carga en Δ



La carga en Δ es equivalente a la carga en Y anterior si se cumple:

$$Z_\Delta = 3Z_Y$$

Corrientes de fase y de línea



Corrientes de línea (calculadas antes)

$$I_a = I\angle -\varphi$$

$$I_b = I\angle -120-\varphi$$

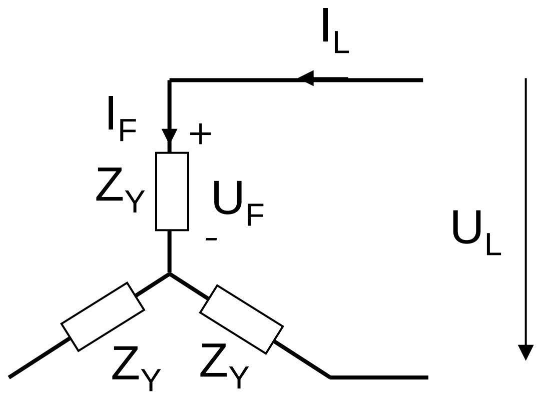
$$I_c = I\angle 120-\varphi$$

Corrientes de fase:

$$I_{ab} = \frac{\mathcal{V}_{ab}}{\mathcal{Z}_\Delta} = \frac{\sqrt{3}U}{\mathcal{Z}_\Delta}\angle 30º = \frac{\sqrt{3}U}{Z_\Delta}\angle 30º-\varphi = \frac{\sqrt{3}U}{3Z_Y}\angle 30º-\varphi = \frac{I}{\sqrt{3}}\angle 30º-\varphi$$

$$I_{bc} = \frac{\mathcal{V}_{bc}}{\mathcal{Z}_\Delta} = \frac{I}{\sqrt{3}}\angle -90º-\varphi \qquad I_{ca} = \frac{\mathcal{V}_{ca}}{\mathcal{Z}_\Delta} = \frac{I}{\sqrt{3}}\angle 150º-\varphi$$

Resumen magnitudes de fase y línea



ESTRELLA

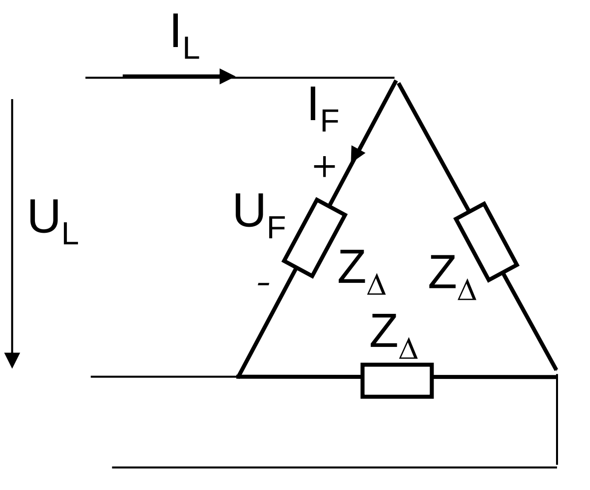
$$U_L = \sqrt{3} U_F$$

$$I_L = I_F$$

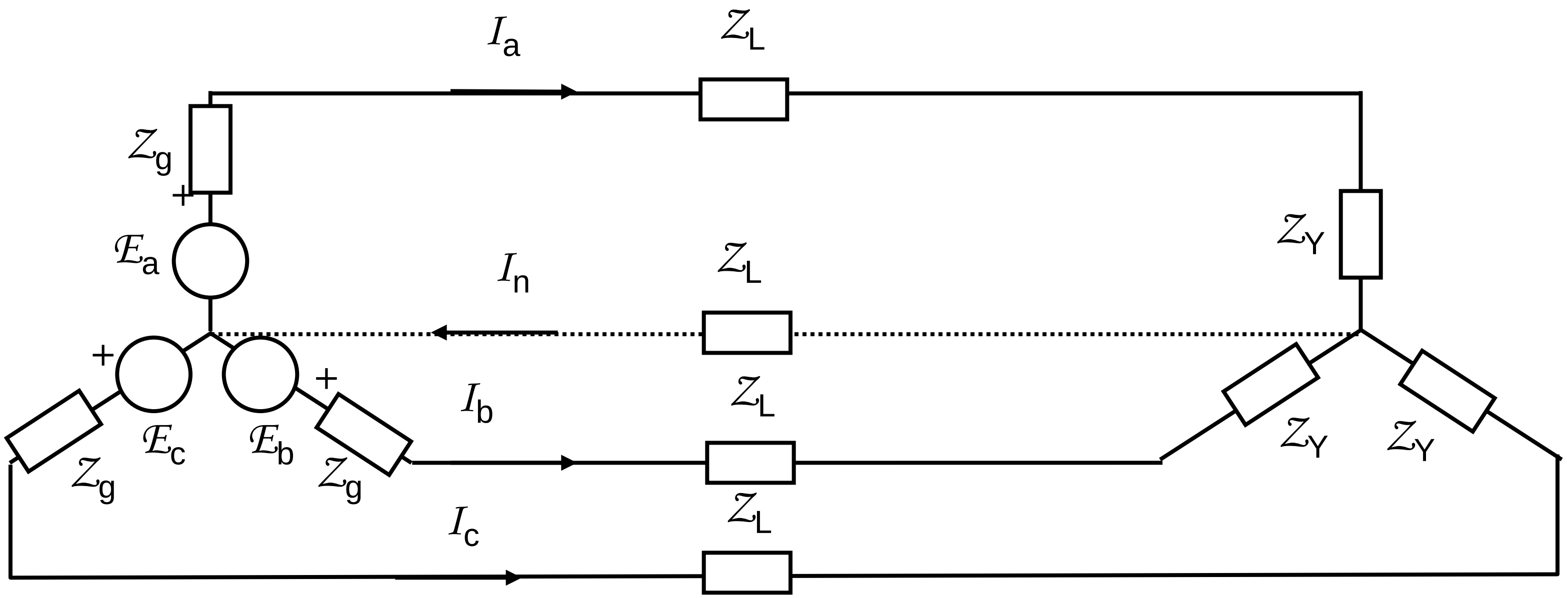
TRIÁNGULO

$$U_L = U_F$$

$$I_L = \sqrt{3} I_F$$

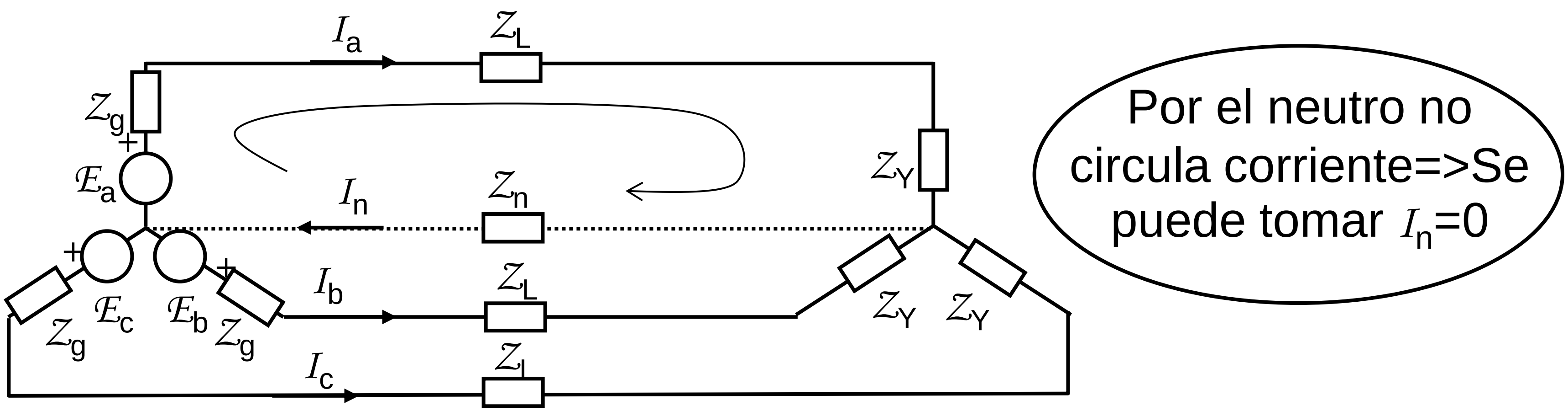


Circuito monofásico equivalente



$$I_n = I_a + I_b + I_c = 0$$

Circuito monofásico equivalente

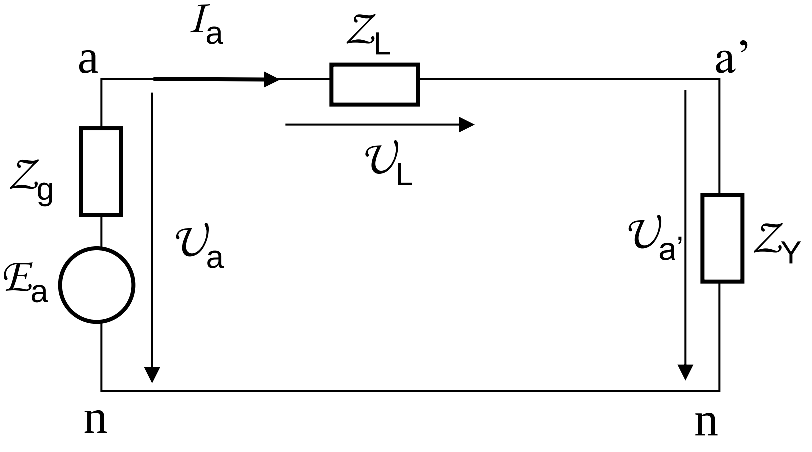


$$\mathcal{E}_a = (Z_g + Z_L + Z_Y)I_a + Z_n(I_a + I_b + I_c) = (Z_g + Z_L + Z_Y)I_a$$

$$\mathcal{E}_b = (Z_g + Z_L + Z_Y)I_b + Z_n(I_a + I_b + I_c) = (Z_g + Z_L + Z_Y)I_b$$

$$\mathcal{E}_c = (Z_g + Z_L + Z_Y)I_c + Z_n(I_a + I_b + I_c) = (Z_g + Z_L + Z_Y)I_c$$

Circuito monofásico equivalente



Podemos analizar lo que ocurre en una sola fase mediante un circuito equivalente monofásico

$$E_a = (Z_g + Z_L + Z_Y)I_a$$

$$V_a = E_a - Z_g I_a$$

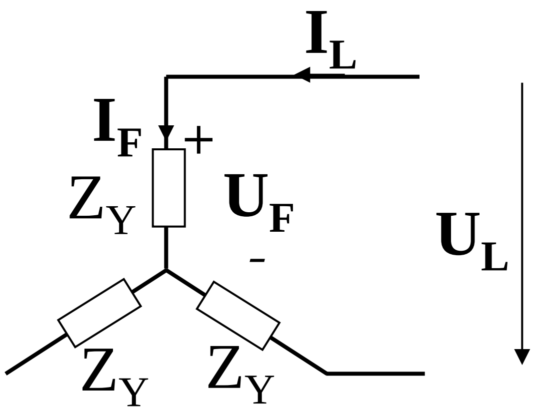
$$V_{a'} = Z_Y I_a$$

$$V_L = Z_L I_a$$

En las otras fases aparecerán las mismas corrientes y tensiones desfasadas ±120º entre sí.

3.2 Potencia en los sistemas trifásicos

Revisión de conceptos previos.



ESTRELLA

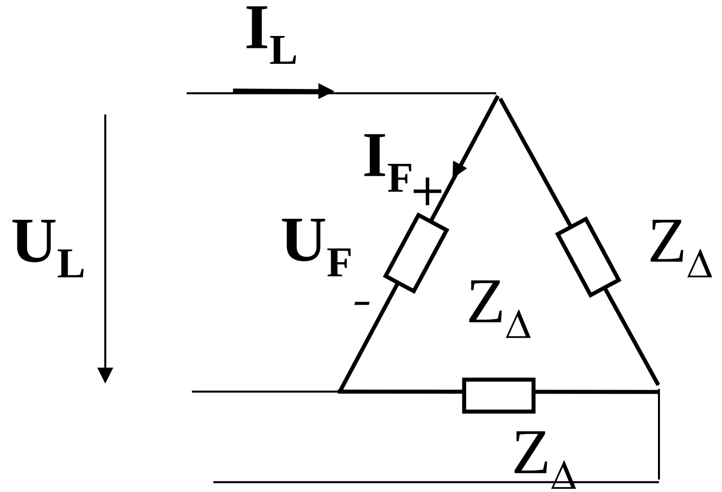
$$U_L = \sqrt{3} U_F$$

$$I_L = I_F$$

TRIÁNGULO

$$U_L = U_F$$

$$I_L = \sqrt{3} I_F$$



Revisión de conceptos previos.

- Potencia activa $P = U \cdot I \cdot \cos\varphi$ [W]
- Potencia reactiva $Q = U \cdot I \cdot sen\varphi$ [VAr]
- Potencia aparente $S = U \cdot I = \sqrt{P^2 + Q^2}$ [VA]
- Factor de potencia $f.p. = \dfrac{P}{S} = \cos\varphi$ $0 < f.p. \leq 1$

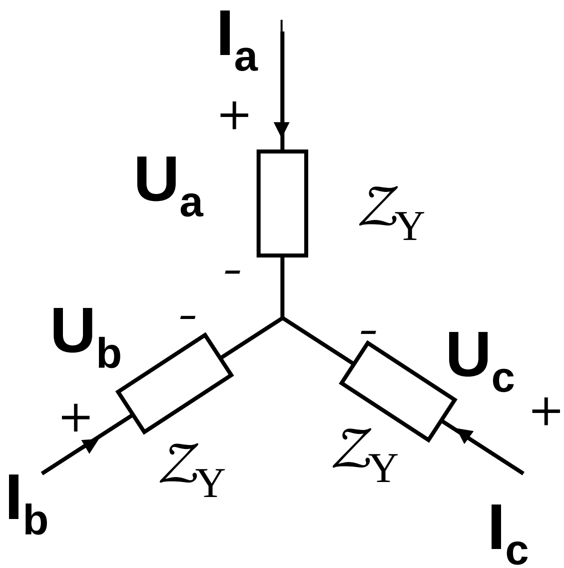
φ= argumento impedancia compleja

- –Cargas inductivas φ>0
- –Cargas capacitivas φ<0

Potencia consumida por una carga trifásica

$$\mathbf{S} = \mathbf{U_a} \cdot \mathbf{I_a}^* + \mathbf{U_b} \cdot \mathbf{I_b}^* + \mathbf{U_c} \cdot \mathbf{I_c}^*$$

$$\left\{ \begin{array}{l} P = P_a + P_b + P_c \\ \\ Q = Q_a + Q_b + Q_c \end{array} \right.$$



Potencia consumida en la fase *a:*

$$P_a = U_a I_a \cos\varphi$$

$$Q_a = U_a I_a sen\varphi$$

$$\varphi = \mathbf{U_a} \hat{\ } \mathbf{I_a}$$

Potencia consumida por una carga trifásica

En un sistema trifásico equilibrado:

$$U_a = U_b = U_c = U_F; \quad I_a = I_b = I_c = I_F; \quad \mathbf{U_a} \hat{\ } \mathbf{I_a} = \mathbf{U_b} \hat{\ } \mathbf{I_b} = \mathbf{U_c} \hat{\ } \mathbf{I_c} = \varphi$$

$$P = U_a I_a \cos\varphi_a + U_b I_b \cos\varphi_b + U_c I_c \cos\varphi_c = 3U_F I_F \cos\varphi$$

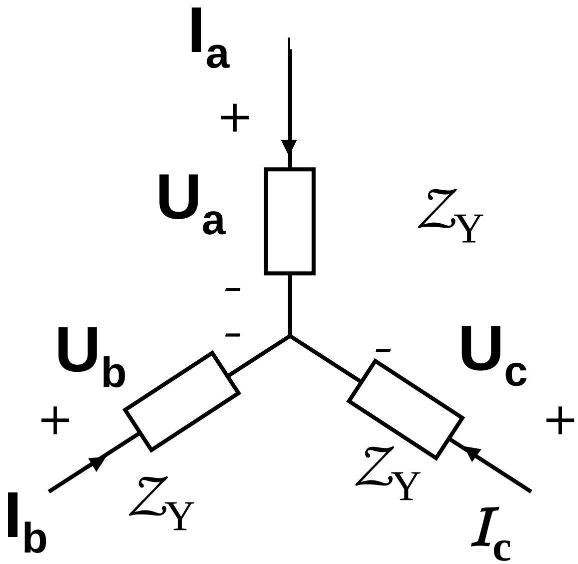
$$Q = 3U_F I_F sen\varphi$$

$$\cos\varphi = \frac{P}{S}$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 3U_F I_F$$

$$\mathbf{S} = \mathbf{U_a I_a}^* + \mathbf{U_b I_b}^* + \mathbf{U_c I_c}^* = 3\mathbf{U_a I_a}^*$$

Potencia consumida por una carga trifásica conectada en Y.



$$\boxed{P = 3U_F I_F \cos\varphi = \sqrt{3}U_L I_L \cos\varphi}$$

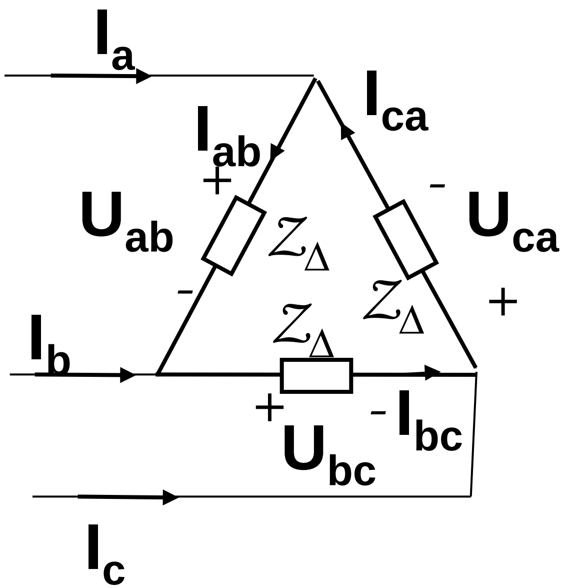
$$\boxed{Q = 3U_F I_F sen\varphi = \sqrt{3}U_L I_L sen\varphi}$$

$$\boxed{S = 3U_F I_F = \sqrt{3}U_L I_L}$$

$$U_L = \sqrt{3}U_F$$

$$I_L = I_F$$

Potencia consumida por una carga trifásica conectada en Δ



$$U_L = U_F$$

$$I_L = \sqrt{3} I_F$$

$$\boxed{P = 3U_F I_F \cos\varphi = \sqrt{3} U_L I_L \cos\varphi}$$

$$\boxed{Q = 3U_F I_F sen\varphi = \sqrt{3} U_L I_L sen\varphi}$$

$$\boxed{S = 3U_F I_F = \sqrt{3} U_L I_L}$$

Iguales fórmulas para el cálculo de

P, Q y S en carga en Δ y Y

Potencia instantánea en sistemas trifásicos.

Sistema equilibrado.

$$i_a(t) = \sqrt{2} I_F \cos(\omega t - \varphi) \qquad u_a(t) = \sqrt{2} U_F \cos \omega t$$

$$i_b(t) = \sqrt{2} I_F \cos(\omega t - 2\pi/3 - \varphi) \qquad u_b(t) = \sqrt{2} U_F \cos(\omega t - 2\pi/3)$$

$$i_c(t) = \sqrt{2} I_F \cos(\omega t + 2\pi/3 - \varphi) \qquad u_c(t) = \sqrt{2} U_F \cos(\omega t + 2\pi/3)$$

$$p(t) = u_a(t) i_a(t) + u_b(t) i_b(t) + u_c(t) i_c(t)$$

$$p(t) = 2 U_F I_F \cdot \begin{bmatrix} \cos \omega \cdot t \cos(\omega \cdot t - \varphi) + \\ + \cos(\omega \cdot t - 2\pi/3) \cos(\omega \cdot t - \varphi - 2\pi/3) + \\ + \cos(\omega \cdot t + 2\pi/3) \cos(\omega \cdot t - \varphi + 2\pi/3) \end{bmatrix}$$

Potencia instantánea en sistemas trifásicos.

Sistema equilibrado.

$$p(t) = u_a(t) i_a(t) + u_b(t) i_b(t) + u_c(t) i_c(t)$$

$$p(t) = 2 U_F I_F \cdot \begin{bmatrix} \cos \omega{\cdot}t \cos(\omega{\cdot}t - \varphi) + \\ \cos(\omega{\cdot}t - 2\pi/3) \cos(\omega{\cdot}t - \varphi - 2\pi/3) + \\ \cos(\omega{\cdot}t + 2\pi/3) \cos(\omega{\cdot}t - \varphi + 2\pi/3) \end{bmatrix}$$

$$\cos\alpha \cos\beta = \frac{1}{2}\left(\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)\right)$$

$$p(t) = U_F \cdot I_F \cdot \begin{bmatrix} \cos\varphi + \boxed{\cos(2\omega{\cdot}t - \varphi) + } \\ \cos\varphi + \boxed{\cos(2\omega{\cdot}t - \varphi - 4\pi/3) +} \\ \cos\varphi + \boxed{\cos(2\omega{\cdot}t - \varphi + 4\pi/3)} \end{bmatrix} = 3 U_F I_F \cos\varphi$$

Superposición de 3 fasores (pulsación 2·ω) de amplitud 1, desfasados ±120º entre sí.

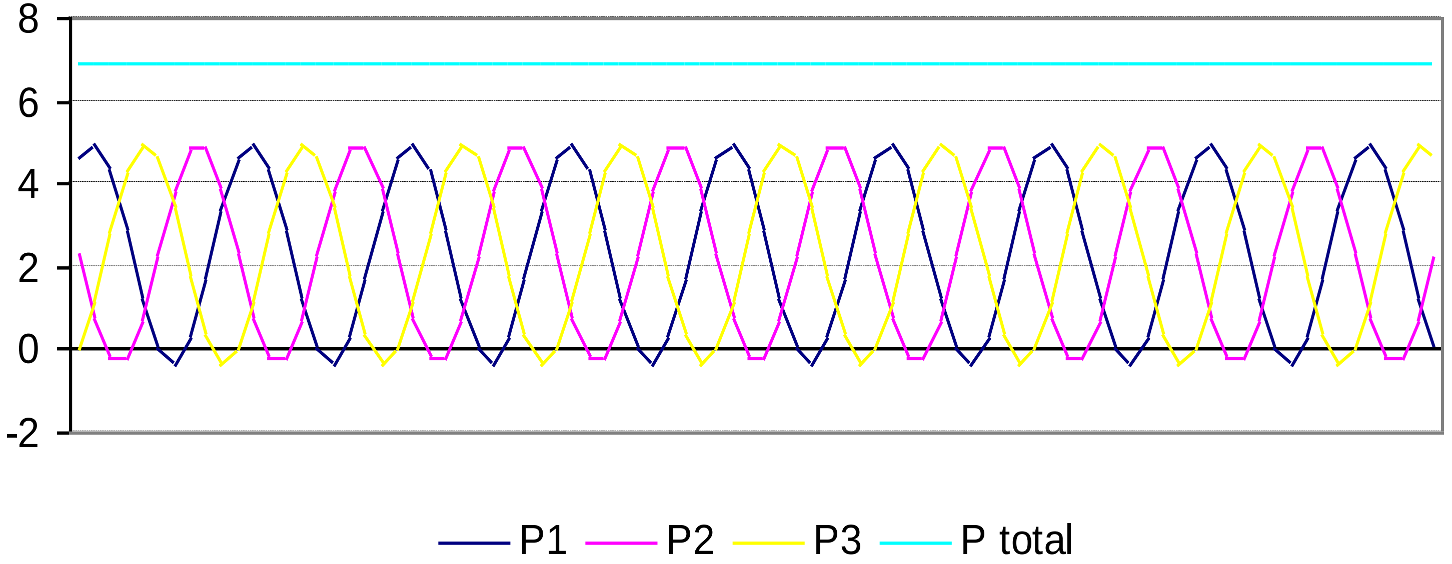
Potencia instantánea en sistemas trifásicos.

$$\boxed{p(t) = P = 3U_F I_F \cos\varphi = \sqrt{3} U_L I_L \cos\varphi}$$

La potencia instantánea en un sistema trifásico equilibrado es constante aunque la potencia en cada fase sea oscilante.

Potencia instantánea

$$\boxed{p(t) = 3U_F I_F \cos\varphi}$$

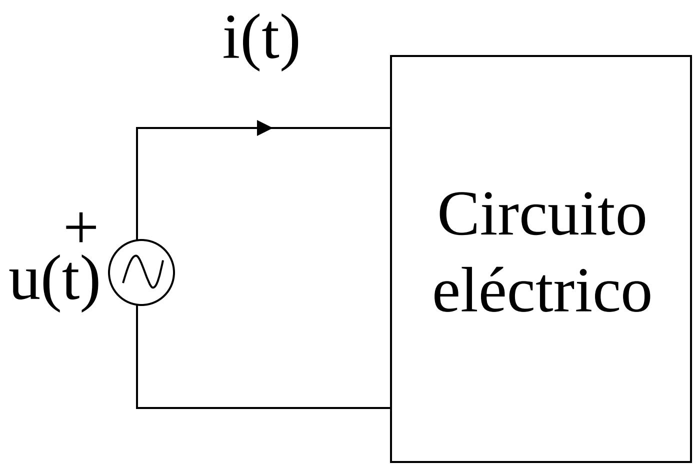


Las potencia instantánea en un sistema trifásico equilibrado es constante aunque la potencia en cada fase sea oscilante

Potencia instantánea en sistemas trifásicos.

$$\boxed{p(t) = 3U_F I_F \cos\varphi}$$

Importancia del valor constante de p(t): Comparación con el caso monofásico.



$$u(t) = \sqrt{2} \cdot U \cdot \cos \omega t$$

$$i(t) = \sqrt{2} \cdot I \cdot \cos(\omega t - \varphi)$$

Tomaremos la tensión como origen de fases

- Si φ>0 (i retrasada respecto a u): Carga inductiva
- Si φ<0 (i adelantada respecto a u): Carga capacitiva

Potencia instantánea en sistemas trifásicos.

Importancia del valor constante de p(t): Comparación con el caso monofásico.

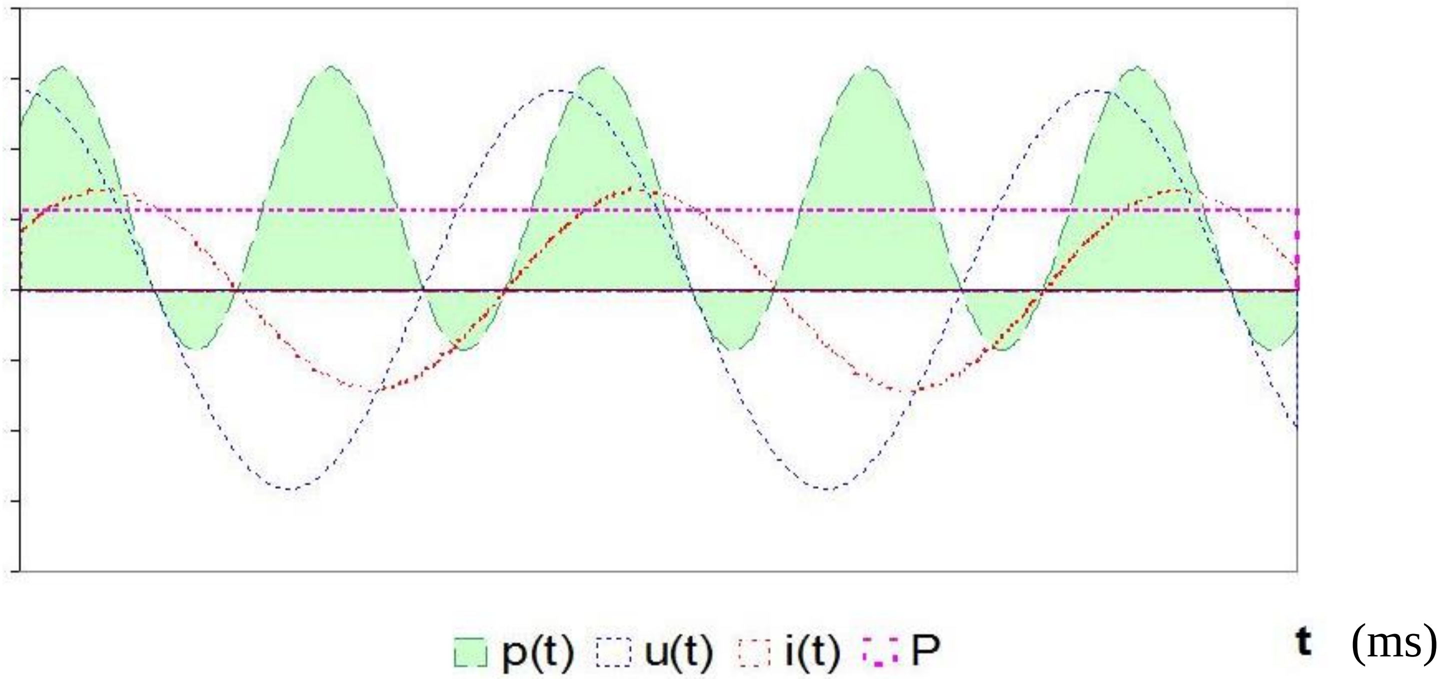
$$p(t) = u(t)i(t) = 2UI\cos\omega\cdot t\cos\left(\omega\cdot t-\varphi\right) = \underbrace{UI\cos\varphi}_{\text{Término constante.}} + \underbrace{UI\cos(2\omega\cdot t-\varphi)}_{\text{Término fluctuante de frecuencia doble que } u(t) \text{ e } i(t).}$$

En sistemas monofásicos, la potencia instantánea es la superposición de una potencia media (activa, *P*) y una potencia fluctuante:

$$p(t) = P + UI\cos(2\omega\cdot t-\varphi)$$

Potencia instantánea en sistemas trifásicos.

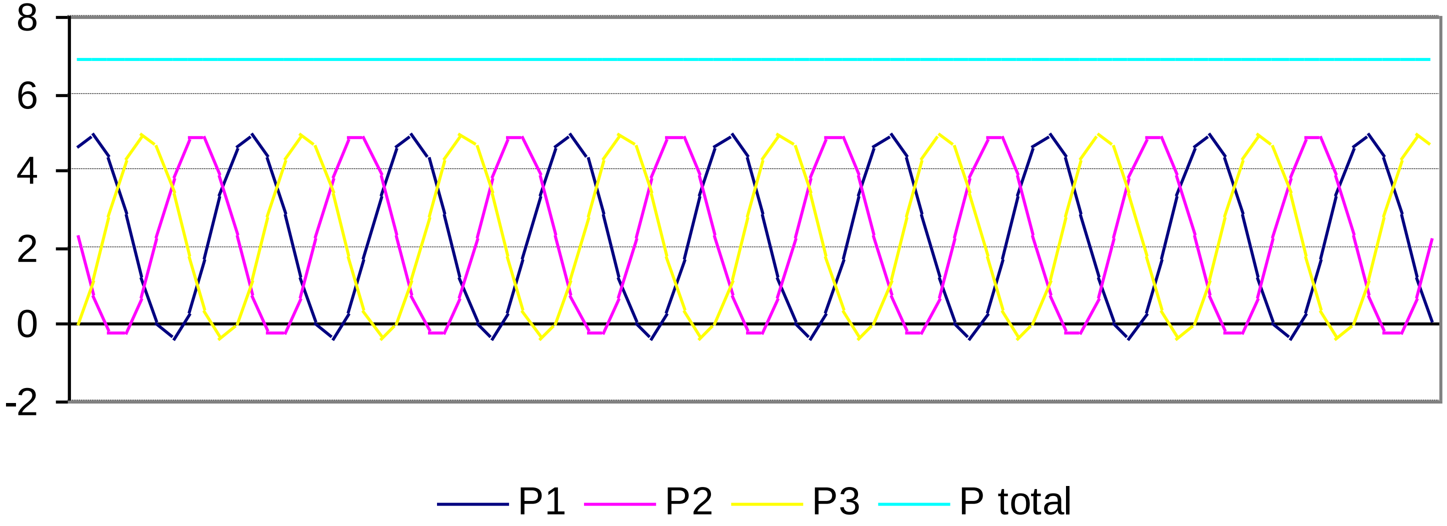
Importancia del valor constante de p(t): Comparación con el caso monofásico.



En sistemas monofásicos, la potencia instantánea es la superposición de una potencia media (activa) y una potencia fluctuante.

Potencia instantánea en sistema trifásico equilibrado

$$\boxed{p(t) = 3U_F I_F \cos\varphi}$$

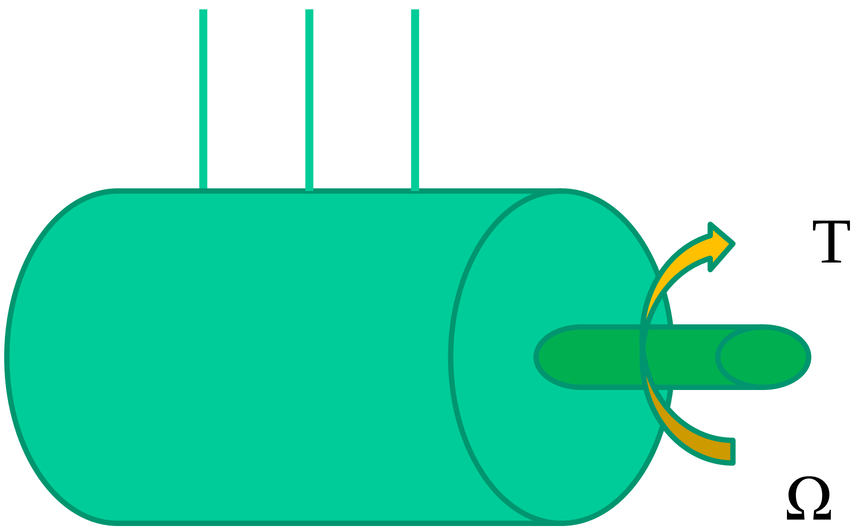


Las potencia instantánea en un sistema trifásico equilibrado es constante aunque la potencia en cada fase sea oscilante

Potencia instantánea en sistemas trifásicos.

- En una máquina rotativa, el par está directamente relacionado con la potencia:

$$Pe = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L \cdot cos\varphi$$



$$P_{mec} = T \cdot \Omega$$

Para $\Omega \approx$cte, si p(t) no fluctúa, T $\approx$cte

Potencia instantánea en sistemas trifásicos.

- En una máquina rotativa, el par está directamente relacionado con la potencia:

$$P_{mec} = T \cdot \Omega$$

- En sistemas trifásicos equilibrados, como p(t)=P, un motor/generador funciona sin fluctuaciones de par.
- Menos vibraciones=>menos fatiga de los materiales.
- Mejora de las prestaciones mecánicas.
- Esta es una de las razones de emplear sistemas trifásicos en producción de electricidad y motores eléctricos.

Compensación de potencia reactiva

- La mayoría de las cargas eléctricas son de carácter inductivo.
- Requieren de consumo de Q para su funcionamiento.
- P es la potencia útil que consumen las cargas.
- Q incrementa S y la corriente de alimentación necesaria:

$$P = 3U_F I_F \cos\varphi$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 3U_F I_F = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L$$

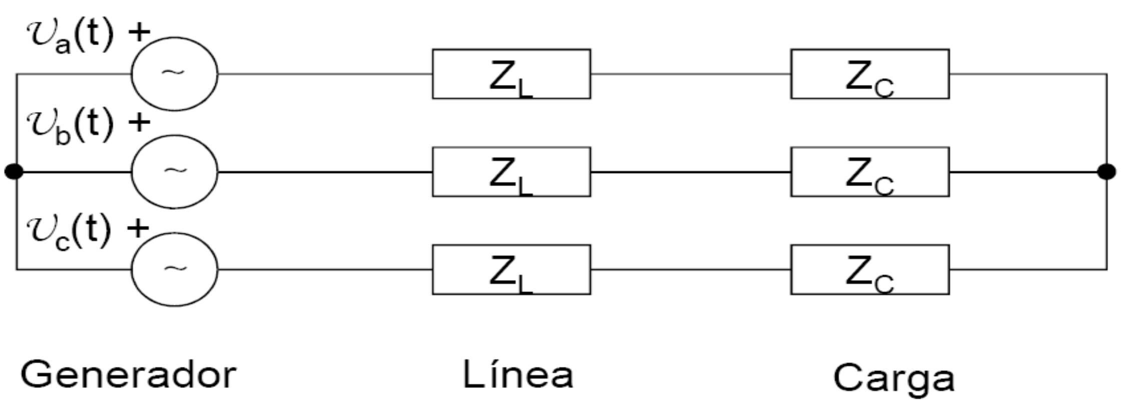
$$Q = 3U_F I_F \operatorname{sen}\varphi$$

Compensación de potencia reactiva

- Q incrementa S y la corriente de alimentación necesaria:

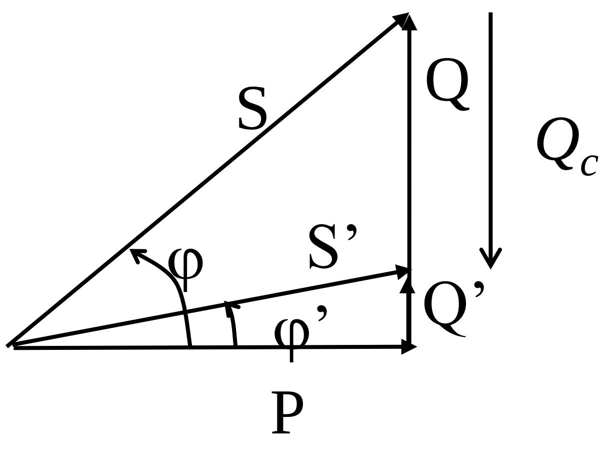
$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 3U_F I_F = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L$$

- En sistemas trifásicos reales, las distancias entre fuentes y cargas son grandes => $Z_L \neq 0$.
- Consecuencias de Q elevada:
  - Pérdidas en líneas ($R_L \cdot I_L^2$).
  - Caída de tensión en líneas ($\Delta U_L = R_L \cdot I_L$).
  - Bajo rendimiento.



Compensación de potencia reactiva

- Objetivo: reducir *Q* para aumentar *cosφ*.
- Para ello, se compensa la *Q* consumida conectando a la carga elementos que ceden *Q*: Condensadores.



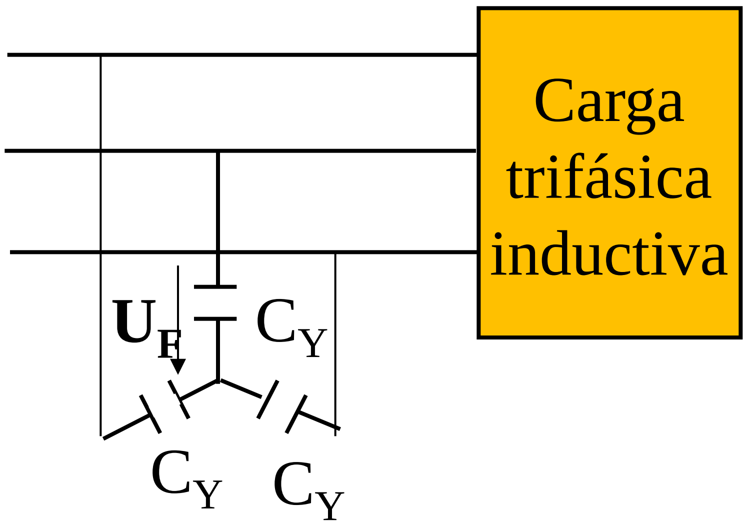
$$Q = Ptg\varphi \qquad Q' = Ptg\varphi'$$

Potencia cedida por los condensadores:

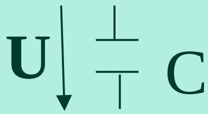
$$Q_C = Q - Q' = Ptg\varphi - Ptg\varphi'$$

Compensación de potencia reactiva.

Conexión de condensadores en Y.



Potencia reactiva cedida por un condensador

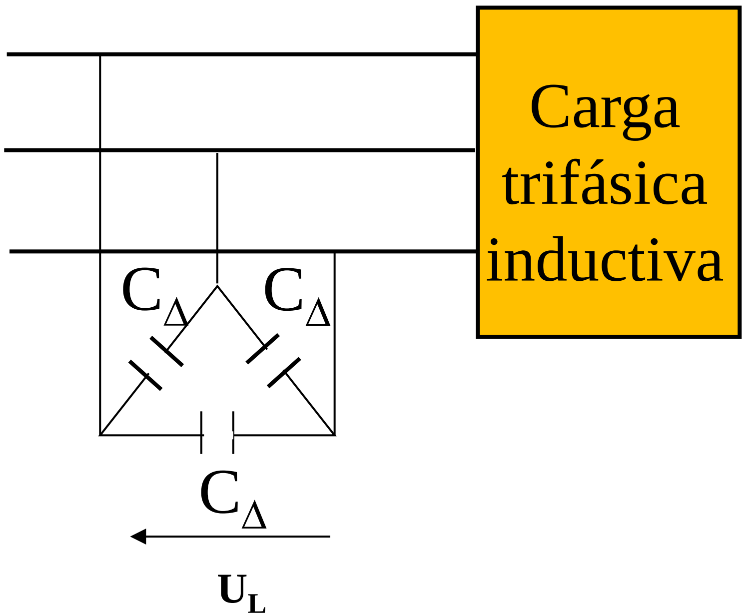


$$Q = \omega C U^2$$

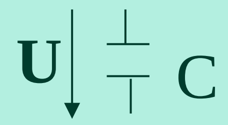
$$Q_{CY} = 3\omega C_Y \underbrace{U_F}_{\frac{U_L}{\sqrt{3}}}{}^2 = 3\omega C_Y \left(\frac{U_L}{\sqrt{3}}\right)^2 = \omega C_Y U_L^2$$

Compensación de potencia reactiva.

Conexión de condensadores en Δ.



Potencia reactiva cedida por un condensador



$$Q = \omega C U^2$$

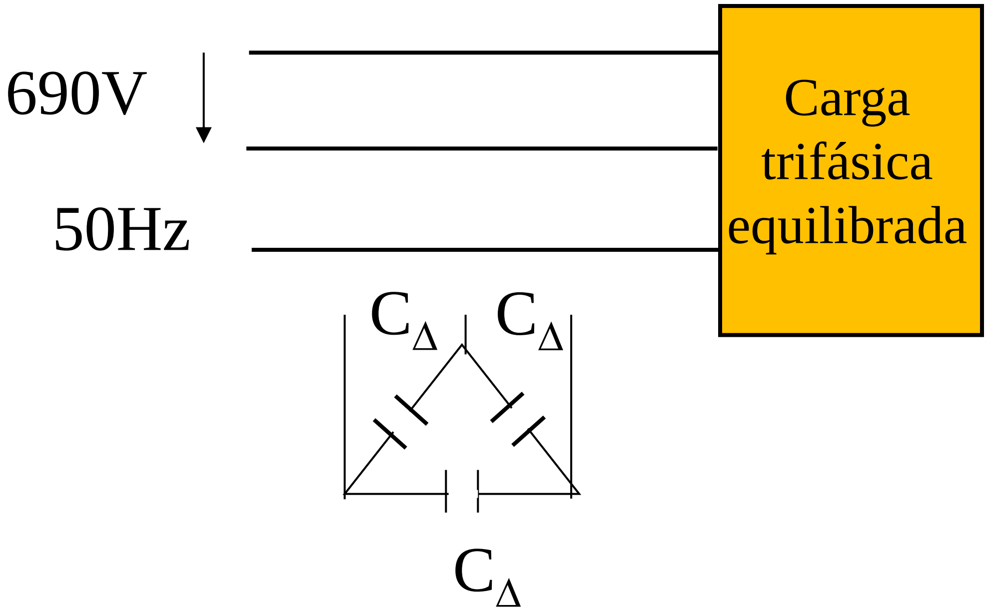
$$Q_{C\Delta} = 3\omega C_\Delta U_L{}^2$$

1) Conectando los condensadores en Δ se cede el triple de *Q* que conectándolos en Y.

2) Una conexión en Y soporta más tensión.

Compensación de potencia reactiva.

Ejemplo de cálculo.



La carga trifásica consume *P=370kW* con un *cosφ=0.75* inductivo.

Calcular:

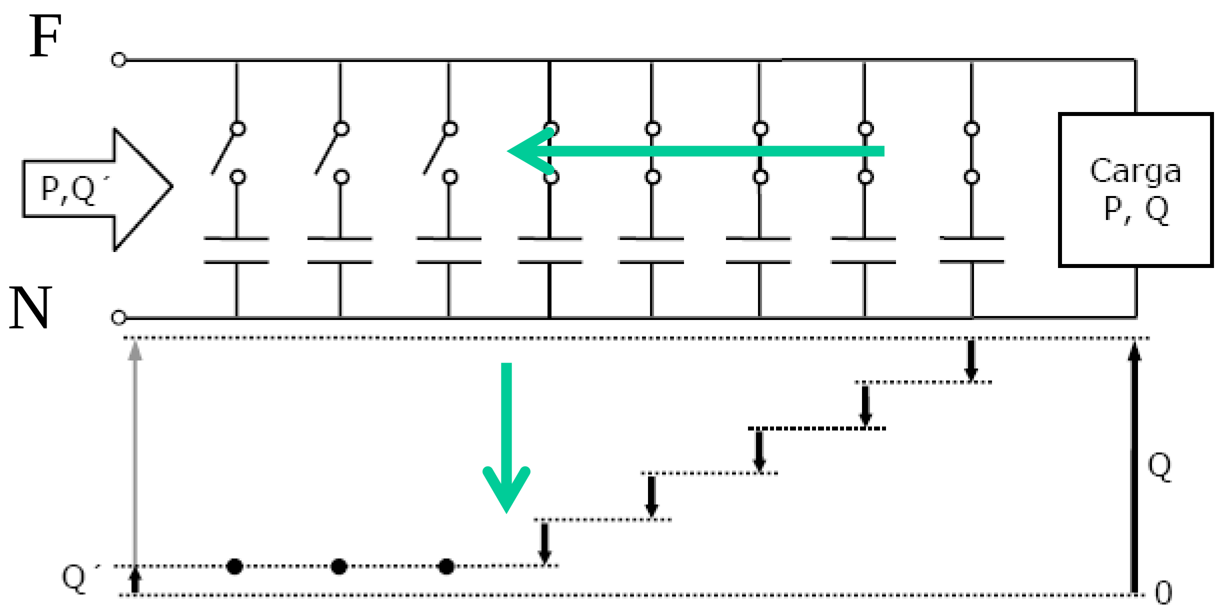
a) Potencia aparente, reactiva y corriente de línea consumida por la carga.

b) Calcular el valor de la capacidad por fase de una batería de condensadores conectados en triángulo para que *cosφ'=0.92*.

c) Calcular potencia aparente y corriente de línea consumida por la carga para el nuevo factor de potencia.

Compensación de potencia reactiva.

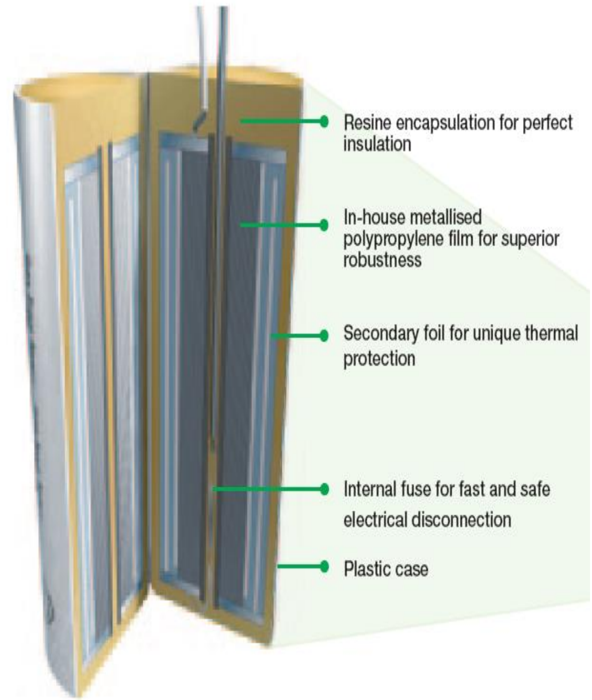
- En las cargas reales hay fluctuaciones de P y Q.
- Por ello se emplean de baterías automáticas de condensadores.



La compensación se puede adaptar a
las necesidades de la carga.

Compensación de potencia reactiva.

- Baterías automáticas de condensadores. Ejemplo.



Capacidad de compensación: 62.5-150kVAr a 400V.
Dimensiones: 1150x487x256.

Relevancia industrial.

- Tarifas vigentes de electricidad a partir del 1 de abril de 2012, publicadas en el BOE de 25 de abril de 2012 (IET/843/2012).
- Influencia de Q en tarifas de acceso a redes de transporte y distribución para suministro efectuado en BT con potencia contratada >10 kW y en AT.

cosφ	€/kVArh
0.8<cosφ<0.95	0,041554
cosφ<0.8	0,062332

Tarifa estándar para <1kV, P>10kW: 0,043627 €/kWh.

Relevancia industrial.

- http://www.schneiderelectric.es/sites/spain/es/solutions/energy_efficiency/quick-navigation/correccion-de-factor-de-potencia.page
- http://www.cydesa.com/esp/cydesa_video.asp?id_cydesa=1.
- https://www.swe.siemens.com/spain/web/es/ic/mvlv/low_voltage/Baterias_condensadores/Documents/Catalogo_PFC_Baterias_Condesadores_BT_LV%20Oct09.pdf.

Selección de módulos compensadores de *Q* con tablas

- Las baterías de condensadores se caracterizan por la potencia que pueden compensar.
- Valores normalizados:
- 0.5-1-1.5-2-2.5-3-4-5-6-8-10-12-15-20-25 (kVAr).
- La selección se suele hacer con tablas normalizadas en las que los datos de entrada son: P, $cos\varphi$, $cos\varphi'$.
- Para cada U_n, estas tablas devuelven el resultado del cálculo:

$$Q_C = Q - Q' = Ptg\varphi - Ptg\varphi'$$

Selección de módulos compensadores de *Q* con tablas

$$Q_C = Q - Q' = P tg\,\varphi - P tg\,\varphi'$$

	cos φ_n										
cos φ_0	0,9	0,91	0,92	0,93	0,94	0,95	0,96	0,97	0,98	0,99	1
0,50	1,248	1,276	1,306	1,337	1,369	1,403	1,440	1,481	1,529	1,590	1,732
0,51	1,202	1,231	1,261	1,291	1,324	1,358	1,395	1,436	1,484	1,544	1,687
0,52	1,158	1,187	1,217	1,247	1,280	1,314	1,351	1,392	1,440	1,500	1,643
0,53	1,116	1,144	1,174	1,205	1,237	1,271	1,308	1,349	1,397	1,458	1,600
0,54	1,074	1,103	1,133	1,163	1,196	1,230	1,267	1,308	1,356	1,416	1,559
0,55	1,034	1,063	1,092	1,123	1,156	1,190	1,227	1,268	1,315	1,376	1,518
0,56	0,995	1,024	1,053	1,084	1,116	1,151	1,188	1,229	1,276	1,337	1,479
0,57	0,957	0,986	1,015	1,046	1,079	1,113	1,150	1,191	1,238	1,299	1,441
0,58	0,920	0,949	0,979	1,009	1,042	1,076	1,113	1,154	1,201	1,262	1,405
0,59	0,884	0,913	0,942	0,973	1,006	1,040	1,077	1,118	1,165	1,226	1,368
0,60	0,849	0,878	0,907	0,938	0,970	1,005	1,042	1,083	1,130	1,191	1,333
0,61	0,815	0,843	0,873	0,904	0,936	0,970	1,007	1,048	1,096	1,157	1,299
0,62	0,781	0,810	0,839	0,870	0,903	0,937	0,974	1,015	1,062	1,123	1,265
0,63	0,748	0,777	0,807	0,837	0,870	0,904	0,941	0,982	1,030	1,090	1,233
0,64	0,716	0,745	0,775	0,805	0,838	0,872	0,909	0,950	0,998	1,058	1,201
0,65	0,685	0,714	0,743	0,774	0,806	0,840	0,877	0,919	0,966	1,027	1,169
0,66	0,654	0,683	0,712	0,743	0,775	0,810	0,847	0,888	0,935	0,996	1,138
0,67	0,624	0,652	0,682	0,713	0,745	0,779	0,816	0,857	0,905	0,966	1,108
0,68	0,594	0,623	0,652	0,683	0,715	0,750	0,787	0,828	0,875	0,936	1,078
0,69	0,565	0,593	0,623	0,654	0,686	0,720	0,757	0,798	0,846	0,907	1,049
0,70	0,536	0,565	0,594	0,625	0,657	0,692	0,729	0,770	0,817	0,878	1,020
0,71	0,508	0,536	0,566	0,597	0,629	0,663	0,700	0,741	0,789	0,849	0,992
0,72	0,480	0,508	0,538	0,569	0,601	0,635	0,672	0,713	0,761	0,821	0,964
0,73	0,452	0,481	0,510	0,541	0,573	0,608	0,645	0,686	0,733	0,794	0,936
0,74	0,425	0,453	0,483	0,514	0,546	0,580	0,617	0,658	0,706	0,766	0,909
0,75	0,398	0,426	0,456	0,487	0,519	0,553	0,590	0,631	0,679	0,739	0,882
0,76	0,371	0,400	0,429	0,460	0,492	0,526	0,563	0,605	0,652	0,713	0,855
0,77	0,344	0,373	0,403	0,433	0,466	0,500	0,537	0,578	0,626	0,686	0,829
0,78	0,318	0,347	0,376	0,407	0,439	0,474	0,511	0,552	0,599	0,660	0,802
0,79	0,292	0,320	0,350	0,381	0,413	0,447	0,484	0,525	0,573	0,634	0,776
0,80	0,266	0,294	0,324	0,355	0,387	0,421	0,458	0,499	0,547	0,608	0,750
0,81	0,240	0,268	0,298	0,329	0,361	0,395	0,432	0,473	0,521	0,581	0,724
0,82	0,214	0,242	0,272	0,303	0,335	0,369	0,406	0,447	0,495	0,556	0,698
0,83	0,188	0,216	0,246	0,277	0,309	0,343	0,380	0,421	0,469	0,530	0,672
0,84	0,162	0,190	0,220	0,251	0,283	0,317	0,354	0,395	0,443	0,503	0,646
0,85	0,135	0,164	0,194	0,225	0,257	0,291	0,328	0,369	0,417	0,477	0,620
0,86	0,109	0,138	0,167	0,198	0,230	0,265	0,302	0,343	0,390	0,451	0,593
0,87	0,082	0,111	0,141	0,172	0,204	0,238	0,275	0,316	0,364	0,424	0,567
0,88	0,055	0,084	0,114	0,145	0,177	0,211	0,248	0,289	0,337	0,397	0,540
0,89	0,028	0,057	0,086	0,117	0,149	0,184	0,221	0,262	0,309	0,370	0,512
0,90		0,029	0,058	0,089	0,121	0,156	0,193	0,234	0,281	0,342	0,484
0,91			0,030	0,060	0,093	0,127	0,164	0,205	0,253	0,313	0,456
0,92				0,031	0,063	0,097	0,134	0,175	0,223	0,284	0,426
0,93					0,032	0,067	0,104	0,145	0,192	0,253	0,395
0,94						0,034	0,071	0,112	0,160	0,220	0,363
0,95							0,037	0,078	0,126	0,186	0,329
0,96								0,041	0,089	0,149	0,292
0,97									0,048	0,108	0,251
0,98										0,061	0,203
0,99											0,142