15. VOLANTE

1. INTRODUCCION.

El movimiento más frecuente e importante en máquinas herramientas es el de rotación. En muchos casos la potencia de entrada y el trabajo de salida son constantes y el momento de giro o las variaciones de carga son despreciables para períodos de tiempo relativamente grandes. Ejemplo de esta forma de funcionamiento podría ser una turbina moviendo a un generador, o un motor eléctrico moviendo una bomba centrífuga, etc.

En otros casos la potencia de entrada o de salida, o ambos, pueden variar bastante y con frecuencia durante cada ciclo de trabajo. Este es el caso de las máquinas de combustión interna y también aquellas que transforma el movimiento de rotación en alternativo como bombas alternativas, compresores, punzonadoras, etc. En el funcionamiento de estas máquinas debe dotárseles de un método para acumular energía y cederla en proporciones elevadas cuando se requiera. Este problema se resuelve agregando una inercia rotacional o volante que esté en consonancia con el ciclo de trabajo de la máquina.

En los motores de combustión interna, especialmente en los de un solo cilindro, de no existir una inercia rotatoria en un punto determinado del cigüeñal, el cilindro no pasaría de los puntos muertos, pudiendo llegar a detenerse después de haber realizado el primer movimiento. En la práctica, no solo es deseable pasar del punto muerto, sino que necesitamos disponer de una potencia útil de salida en cualquier parte del ciclo de trabajo. Podemos decir que, el efecto de la inercia rotacional, o del volante, es actuar en forma similar a una batería de reserva, en la que la utilizada es energía cinética en lugar de la energía química.

2. CALCULO DEL VOLANTE. METODO APROXIMADO.

Si se conoce la curva para el momento de giro o motor transmitido a través del cigüeñal en un motor de combustión, el área de esta curva representa el trabajo útil producido en una vuelta completa y su representación en unos ejes de coordenadas puede ser de la forma que se indica en la fig.1.

Veamos ahora cómo puede usarse esta curva para calcular las dimensiones adecuadas del volante, a fin de asegurar un grado deseado de regularidad en la marcha.

En dicha fig.,

El par de rotación M_u representa el momento de torsión transmitido al cigüeñal capaz de producir trabajo útil. El área entre esta curva y el eje, representa la cantidad de trabajo útil producido durante dos revoluciones de la máquina. Dividiendo este trabajo por 4π, obtenemos el valor medio, M_m , representado en la figura por una recta horizontal.

Supongamos ahora que se monta un volante sobre el eje del cigüeñal, a fin de que éste garantice el par medio M_m determinado. El par de rotación procedente del motor es transmitido al eje del volante y este se acelera o desacelera según sea el valor de M_u con respecto a M_m; Es decir, si

1° $M_u = M_m$ se produce un estado estacionario.

2°. Si $M_u > M_m$ el volante se acelera. → el volante Absorbe la energía del motor

3. Si $M_u < M_m$ el volante se desacelera. → Cede el volante la energía para utilizarla

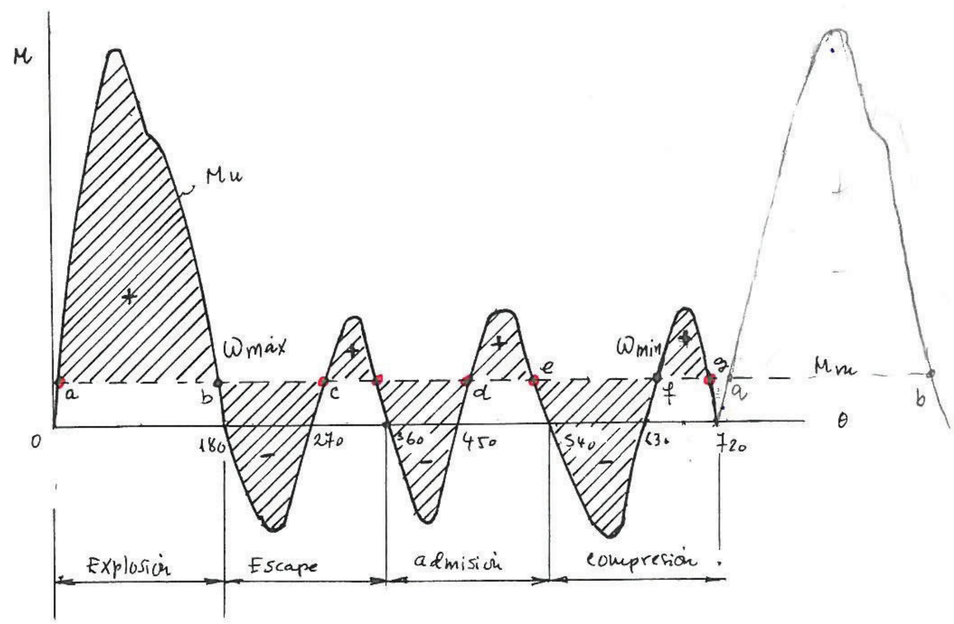


fig.1

Así pues, si llamamos I_v a la inercia del volante, y suponiendo que ésta es constante, (no se incluye la inercia reducida), la ecuación para el momento de giro, será:

$$I_v \ddot{\theta} = M_u - M_m \tag{1}$$

en la que $\ddot{\theta}$ representa la aceleración del volante.

Debe observarse que, (según la ecuación anterior) si $\ddot{\theta} = \varepsilon = 0$, entonces $M_u - M_m = 0$ y la velocidad angular en estos puntos, puede ser máxima o mínima. Es decir, la velocidad angular pasa por unos valores más o menos elevados en aquellos puntos en los que la curva M_u corta la línea M_m. En dos de estos puntos, definidos en un intervalo, se encontrarán los valores en los que la velocidad angular tendrá su máximo y mínimo absoluto, según el valor del signo de la diferencia M_u-M_m.

Para determinar el momento de inercia que debe tener el volante, procedemos como se indica, partiendo de la ec. (1).

Multiplicamos los dos términos de esta ecuación por $d\theta$,

$$I_v \frac{d\dot{\theta}}{dt} d\theta = (M_u - M_m)\, d\theta \tag{2}$$

o que

$$I_v\, d\dot{\theta} \frac{d\theta}{dt} = (M_u - M_m)\, d\theta \tag{3}$$

o que $\dot{\theta} . d\dot{\theta} = (M_u - M_m) . d\theta$

o lo que es lo mismo

$$I_v\, \dot{\theta}\, d\dot{\theta} = (M_u - M_m)\, d\theta \tag{4}$$

Los sucesivos valores de $\dot{\theta}$: $\dot{\theta}_1$, $\dot{\theta}_2$,...$\dot{\theta}_n$, se obtienen integrando la ecuación (4) para los intervalos correspondientes, por lo que aplicando esta integración al intervalo θ_i, θ_{i+1}, obtenemos

$$I_v \left[\frac{\dot{\theta}^2}{2} \right]_{\theta_i}^{\theta_{i+1}} = \int_i^{i+1} (M_u - M_m)\, d\theta = A_i, A_{i+1} \tag{5}$$

$$I_v(\dot{\theta}^2_{i+1} - \dot{\theta}^2_i)/2 = \int_i^{i+1} (M_u - M_m)\, d\theta = A_i,\ A_{i+1} \tag{6}$$

En la que A_i y A_{i+1} corresponde al área comprendida entre el intervalo i, i+1.

Si por un proceso de integración determinamos las áreas correspondientes A_1, $A_2, \ldots$, y seleccionamos entre ellas el área máxima, que corresponde al intervalo para el que la diferencia de áreas positivas y negativas es mayor, tendremos el intervalo en el que se entrega la máxima energía al volante, y su punto de inicio y final, en este caso los puntos f y b respectivamente, corresponderán a la mínima y máxima velocidad con que se cargará el volante. Teniendo en cuenta esto, la ecuación anterior se podrá escribir:

$$I_v(\dot{\theta}^2_{max} - \dot{\theta}^2_{min})/2 = A_{max} - A_{min} \tag{7}$$

Esta ecuación también puede ponerse en la forma:

$$I_v \frac{(\omega_{max} + \omega_{min})(\omega_{max} - \omega_{min})}{2} = A_{max} - A_{min} \tag{8}$$

en la que se define la velocidad angular media del volante como

$$\frac{(\omega_{max} + \omega_{min})}{2} = \omega_m \tag{9}$$

Sustituyendo este valor en la ec. (8), y multiplicando y dividiendo por ω_m, nos queda:

$$I_v \frac{\omega_m^2 (\omega_{max} - \omega_{min})}{\omega_m} = A_{max} - A_{min} \tag{10}$$

En esta ecuación el término:

$$\frac{(\omega_{max} - \omega_{min})}{\omega_m} = \cancel{\varepsilon}\ \delta \tag{11}$$

se conoce como grado de irregularidad del volante y se encuentra tabulado para los diferentes tipos de máquinas, como se indica en la página siguiente. Si se especifica éste, la ecuación anterior queda:

$$\boxed{I_v = \frac{A_{máx} - A_{mín}}{\omega_m^2} \frac{1}{\cancel{\varepsilon}}\ \delta} \tag{12}$$

Poniendo ω_m en función del r.p.m y sustituyendo, obtenemos esta expresión más conocida:

$$I_v = \frac{91.1}{n_m^2} \, \frac{(A_{máx} - A_{mín})}{\delta} \qquad (13)$$

Ecuación que nos determina el momento de inercia para el volante.

El valor que nos dé de aplicar esta ecuación puede ser algo elevado, dado que en la ecuación anterior no se ha tenido en cuenta el término que corresponde a la variación del momento de inercia reducido con el tiempo, Ir, lo que nos daría una inercia adicional. Si se tiene en cuenta esta cantidad que representa una cierta inercia, habrá que restársela a la anterior. Se aconseja utilizar esta fórmula en los casos en que $< 1/35$.

A partir de las ecuaciones (10) y (11), se pueden obtener otras expresiones que nos dan los valores de $\omega_{máx}$ y $\omega_{mín}$, en función de la velocidad angular media y del grado de irregularidad, y que reproducimos por su utilidad.

$$\omega_{máx} = \frac{\omega_m}{2} (\varepsilon + 2) \qquad (14)$$

$$\omega_{min} = \frac{\omega_m}{2} (2 - \varepsilon) \qquad (15)$$

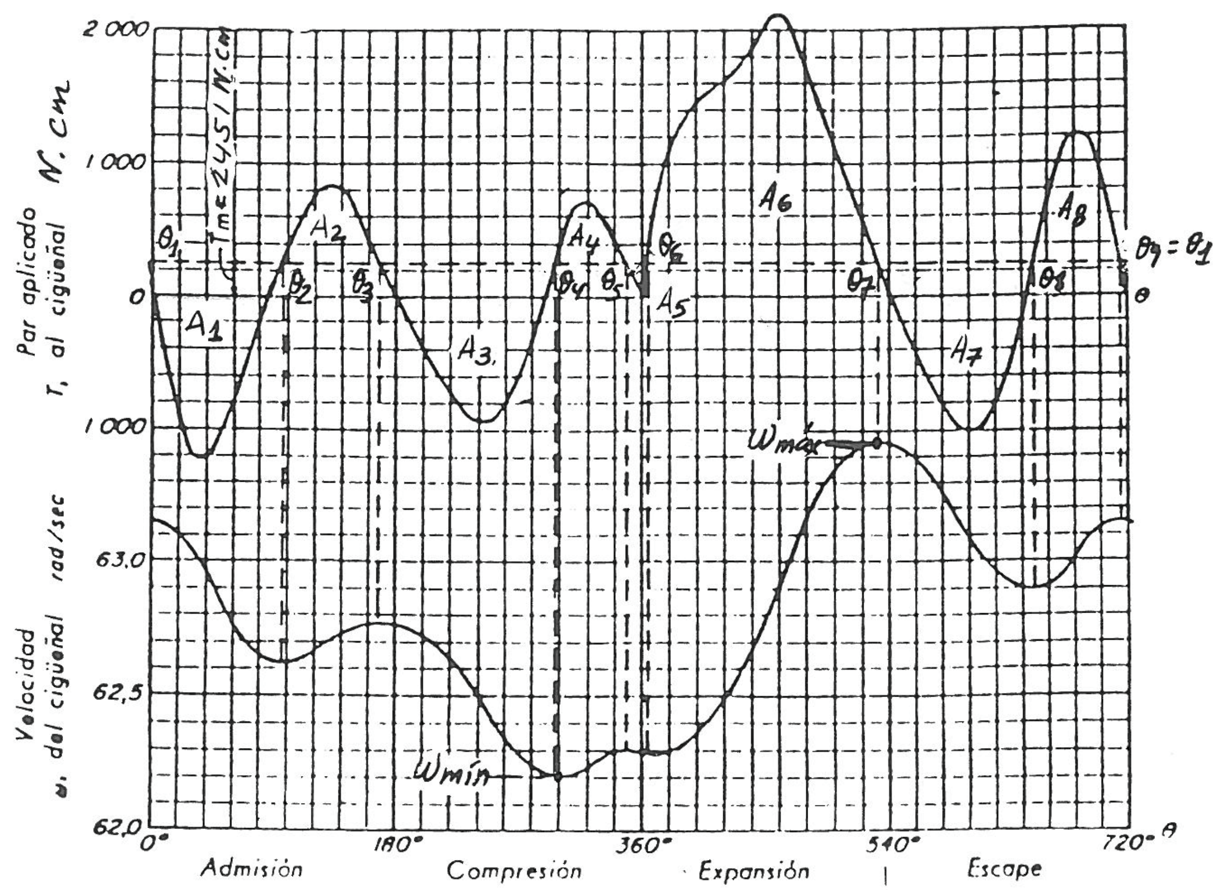
Los valores de ε, grado de irregularidad, se encuentran tabulados de la forma que se indica a continuación

Bombas	1/5 a 1/30
Máquinas agrícolas	1/10 a 1/50
Estampadoras, trituradoras	1/5
Máquinas herramientas para mecanizado	1/20 a 1/50
Máquinas de punzonar,cizallar y prensar	1/20 a 1/10
Máquinas de tejer, molinos	1/20 a 1/50
Motores marinos	1/20 a 1/100
Motores de combustión interna, compresores	1/80 a 1/150
Generadores de corriente alterna	1/300
Generadores de corriente contínua	1/150

Este método de cálculo puede ser extendido a motores con varios cilindros. En este caso debe construirse un diagrama en el que se combinen las acciones de cada uno de los cilindros, teniendo en cuenta las posiciones angulares de cada una de las manivelas.

APLICACIÓN. II

Encontrar el momento de inercia, Iv, que debe tener el volante de un motor con la curva de par de la fig. La velocidad media es de 600 r.p.m. y $\varepsilon = 0.02$. Encontrar el radio medio si el volante se compone de un anillo de 8x8 cm de sección. El volante es de hierro fundido y pesa 6.9 kg/dm^3. Completar el valor de ω para cada máximo y mínimo y dibujar el gráfico de velocidades para un ciclo completo.



Escala horizontal: cada división pequeña = 20° o 20π/180 rad.
Escala vertical: cada división = 2000 N.cm
Por lo tanto, cada cuadrado representa 2000.20.π/180 = 698 N.cm.

1. Medidas de áreas.

$A_1 = -11200$ N.cm $\quad$ $A_5 = 0$ N.cm
$A_2 = 8160$ „ $\quad$ $A_6 = 40700$ „
$A_3 = -11000$ „ $\quad$ $A_7 = -11400$ „
$A_4 = 5300$ „ $\quad$ $A_8 = 10300$ „

$A_t = A_1 + A_2 + \ldots + A_8 = 30800$ N.cm

2. Área media.

$$A_m = \frac{A_t}{4\pi} = \frac{30800}{4\pi} = 2451 \text{ N.cm}$$

3. Obtención de las áreas a partir del área media.

Se toma en el gráfico como línea media A_m; por lo que al regular nuevamente las áreas a partir del valor medio (ver gráfico), se obtiene:

$A_I = -15200$ N.cm $\quad$ $A_v = -300$ N.cm
$A_{II} = 4600$ „ $\quad$ $A_{VI} = 33300$ „
$A_{III} = -16100$ „ $\quad$ $A_{VII} = -16100$ „
$A_{IV} = 2600$ „ $\quad$ $A_{VIII} = 7200$ „

La suma de estas superficies debe ser cero, pues al sumar el trabajo positivo y el negativo con respecto de A_m debe ser nulo.

4. Obtención de $A_{max} - A_{min}$. (Máxima acumulación de energía).

Observando el diagrama vemos que la máxima aportación de energía corresponde al área que se obtiene al sumar las superficies

$A^*_{max} = A_{max} - A_{mín} = A_{IV} + A_V + A_{VI} = 2600 - 300 + 33300 = 35600$ N.cm

A^*_{max} = Área resultante máxima que se obtiene al restar para un intervalo las áreas máximas y mínimas (estas últimas, si las hay).

Nota: Aquí se ve que el intervalo máximo está entre θ_4 y θ_7, pues a partir de estos valores quitaríamos más valor negativo si nos desplazamos en el gráfico hacia la derecha o hacia la izquierda de este intervalo, y A_{max}^* dejaría de tomar el valor mayor.

5. <u>Determinación de la inercia del volante</u>.

Aplicando la ecuación (13):

$$I_v = \frac{91.1}{n^2} \; \frac{(A_{max} - A_{min})}{\varepsilon}$$

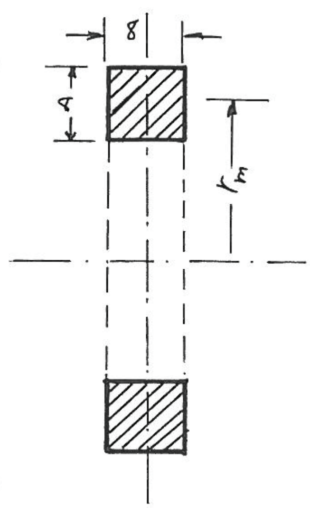
en la que:

$$\omega_m = \frac{2\pi.600}{60} = 20\pi \;\; \text{rad/s}$$

$$I_v = \frac{91.1}{600^2} \; \frac{35600}{0.02} = 450 \text{ N.cm. s}^2 = 4.5 \;\; \text{N.m.s}^2 = 4.5 \text{ kg.m}^2$$

Como se va a hacer de sección anular, la inercia será:

$$I_v = M.r_m^2 \quad \Rightarrow \quad M = \frac{4.5}{r_m^2} \;\; \text{kg} \quad (*)$$



(*)

Por otro lado: $\delta = M/V$

en la que:

$$V = \frac{8}{10^2} \frac{8}{10^2} 2\,\pi\, r_m = 0.04\, r_m \text{ m}^3$$

δ, es dato.

$m = V.\delta = 0{,}04\, r_m \cdot 6900$

$0{,}04\, r_m \cdot 6900 = \frac{4{,}5}{r_m^2} \rightarrow r_m =$

Sustituyendo en (*), tenemos:

$P = m g$

$9{,}8\, N = 1\, kg \cdot m$

$$0.04\, r_m = \frac{4.5}{r_m^2 \,.6900} \quad \Rightarrow \quad r_m = 0.25 \text{ m} = 25.3 \text{ cm.}$$

6. <u>Determinación de los restantes valores de ω hasta completar el gráfico.</u>

Aplicando las ecuaciones (14) y (15), obtenemos:

$$\omega_{max} = \frac{\omega_m}{2}(\varepsilon + 2) = \frac{20.\pi}{2}(0.02 + 2) = 63.46 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{min} = \frac{\omega_m}{2}(2 - \varepsilon) = \frac{20.\pi}{2}(2 - 0.02\ ) = 62.20 \text{ rad/s}$$

Valores que corresponden en el gráfico a

$\omega_{max} = \omega_7 = 63.46$ rad/s
$\omega_{min} = \omega_4 = 62.20$ rad/s

Aplicando la ecuación (6), a los intervalos correspondientes, comenzando por el punto 8-7, en el que se conoce ω_7, tenemos:

$$\frac{I_v}{2}(\dot{\theta}_{i+1}^2 - \dot{\theta}_i^2) = A_i\, , A_{i+1}$$

$$\frac{I_v}{2}(\omega_8^2 - \omega_7^2) = A_{VII}$$

; $I_v \cdot \omega_8^2 - I_v \cdot \omega_7^2 = 2 \cdot A_{VII}$

$\omega_8 = \sqrt{\frac{2 A_{VII} + I_v \cdot \omega_7^2}{I_v}} = \sqrt{\frac{2 A_{VII}}{I_v} + \omega_7^2}$

4,5 kg m²

En la que: $Iv = 450$ N.cm.s², $\omega_7 = 63.46$ rad/s y $A_{VII} = -16100$ N.cm

Al sustituir en la ecuación anterior, y generalizando para los demás valores, obtenemos

$$\omega_8 = \sqrt{\frac{2(-16100)}{450} + 63.46^2} = 62.89 rad/s$$

Ec. general:

$$\omega_{i+1} = \sqrt{\frac{2 \cdot A_i}{I_v} + \omega_i^2}$$

A_{VII} -16100 N cm.

$$\omega_5 = \sqrt{\frac{2 \cdot 2600}{450} + 62.2^2} = 62.29 rad/s$$

$$\omega_6 = \sqrt{\frac{2(-300)}{450} + 62.29^2} = 62.28 rad/s$$

$$\omega_3 = \sqrt{\frac{2 \cdot 16100}{450} + 62.2^2} = 62.77 rad/s$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot 4600}{450} + 62.77^2} = 62.93 rad/s$$

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot 7200}{450} + 62.89^2} = 63.14 rad/s$$

Que son los resultados que se reflejan en el gráfico

BIBLIOGRAFIA.

PROYECTO DE ELEMENTOS DE MÁQUINAS
M.S. Spots
Edit. Reverté. Edi. 1966

ELEMENTOS DE MÁQUINAS
Spots y Shuop
Edit McGraw Hill. Edic 1999

CINEMÁTICA Y DINÁMICA DE MÁQUINAS
Adelardo Lamadrid
Comisión de Publicaciones E.T.S.I.industriales- Madrid