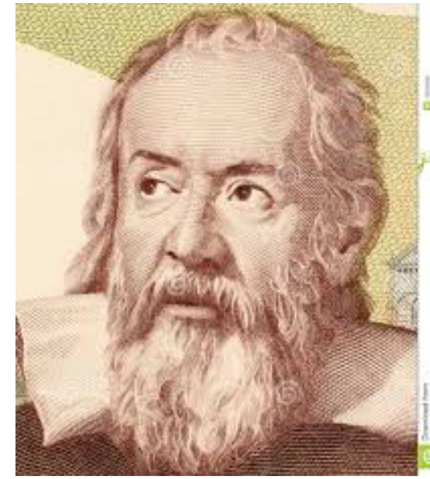
Tema 1: Cinemática

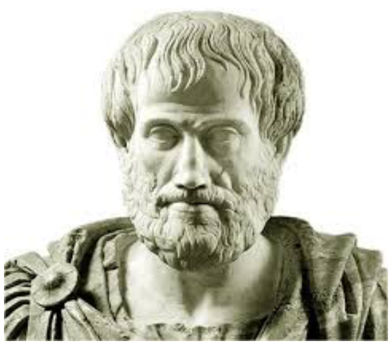
Capítulo 1: Introducción a la Cinemática



TEMA 1: CINEMÁTICA

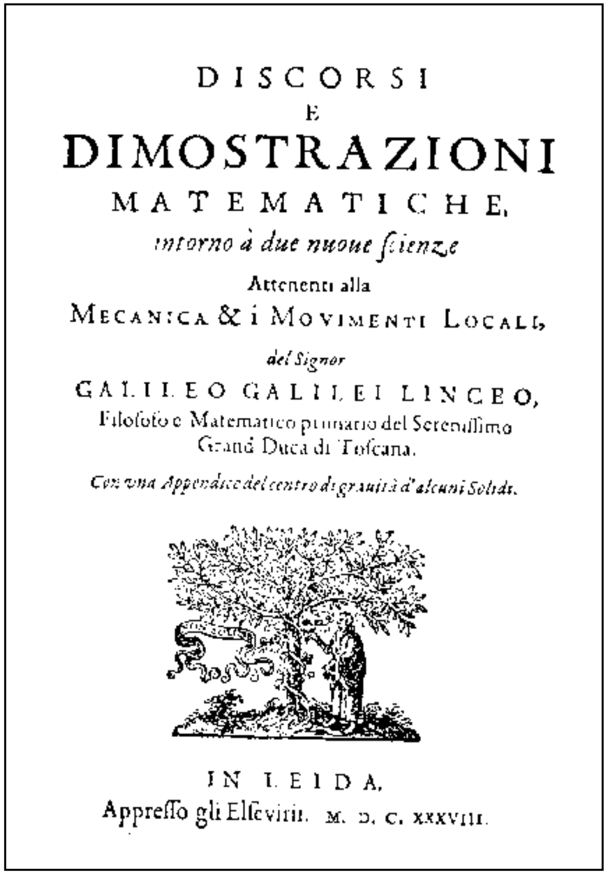
- Capítulo 1: Introducción a la cinemática

  - *Dos nuevas ciencias*
  - **Galileo Galilei** (1564 –1642)
  - El movimiento en el Renacimiento.
  - Ideas de Galileo sobre el movimiento.
  - Sistema de referencia. Velocidad y aceleración.
  - Experimentos de Galileo sobre el movimiento.
  - Movimiento rectilíneo
  - Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA).
  - ¿Estaba tan equivocado Aristóteles?



En la filosofía natural establecida por **Aristóteles** (324-322 a.C.) **las explicaciones de los fenómenos físicos se deducían de hipótesis sobre el mundo y no de la experimentación**. Por ejemplo, una hipótesis fundamental afirmaba que toda sustancia tenia un **"lugar natural"** en el universo. Se estableció que **el movimiento era el resultado del intento de una sustancia de alcanzar su lugar natural**.

Dos nuevas ciencias "Due nuove scienze"


DISCORSI
E
DIMOSTRAZIONI
MATEMATICHE,
intorno à due nuoue scienze
Attenenti alla
MECANICA & i MOVIMENTI LOCALI,
del Signor
GALILEO GALILEI LINCEO,
Filosofo e Matematico primario del Serenissimo
Grand Duca di Toscana.
Con una Appendice del centro di grauità d'alcuni Solidi.

IN LEIDA,
Appresso gli Elsevirii. M. D. C. XXXVIII.

Primera página de "Due nuove scienze"

- Nace la la **física moderna en 1638** con la publicación del libro "*Due nuove scienze*"
- El libro consta de cuatro jornadas, las dos primeras sobre **resistencia de materiales** y las dos últimas sobre **el movimiento**
- En la tercera jornada trata sobre el movimiento natural, presenta los conceptos de **velocidad, aceleración** y **caída de graves**
- En la cuarta jornada estudia el **movimiento de los proyectiles**

Ideas de Galileo

" En un medio totalmente desprovisto de resistencia, todos los cuerpos caerán a la misma velocidad ... y ... durante intervalos iguales de tiempo un cuerpo que cae recibe incrementos iguales de velocidad"

" ¿ No habéis observado que los cuerpos que caen en el agua, uno con una velocidad cien veces superior a la del otro, caen en el aire con velocidades tan parecidas que una no sobrepasará a la otra en una centésima parte?"

La ley de Galileo asevera que la velocidad aumenta con el tiempo de caída

Definiciones
Sistema de referencia, vector de posición
Velocidad y aceleración.

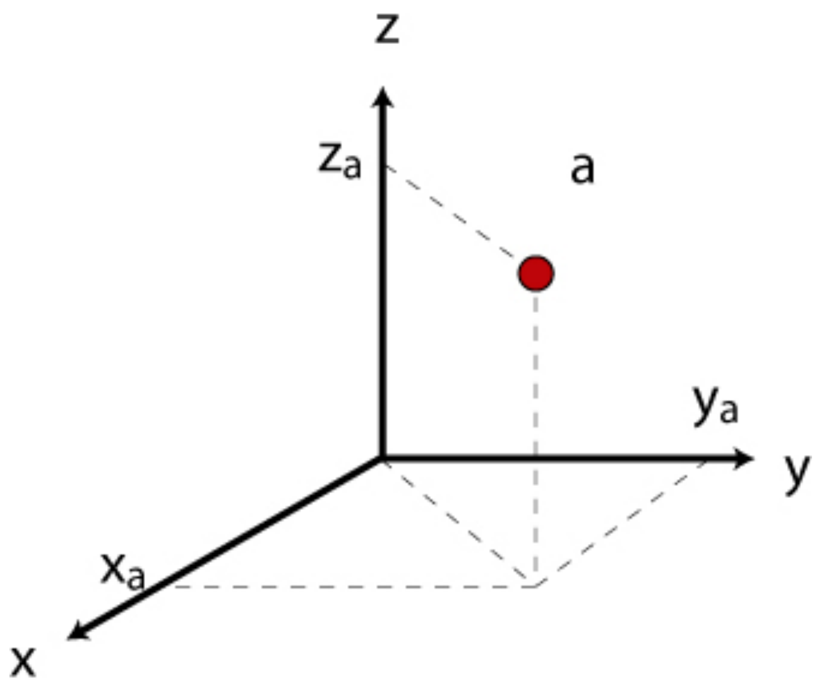
Sistemas de referencia

Siempre que se localiza **un punto** (**coordenadas**) lleva implícito un **sistema de referencia**. Cuando se trata de un movimiento, además del sistema de coordenadas espacial hay que añadir también un origen de tiempos.

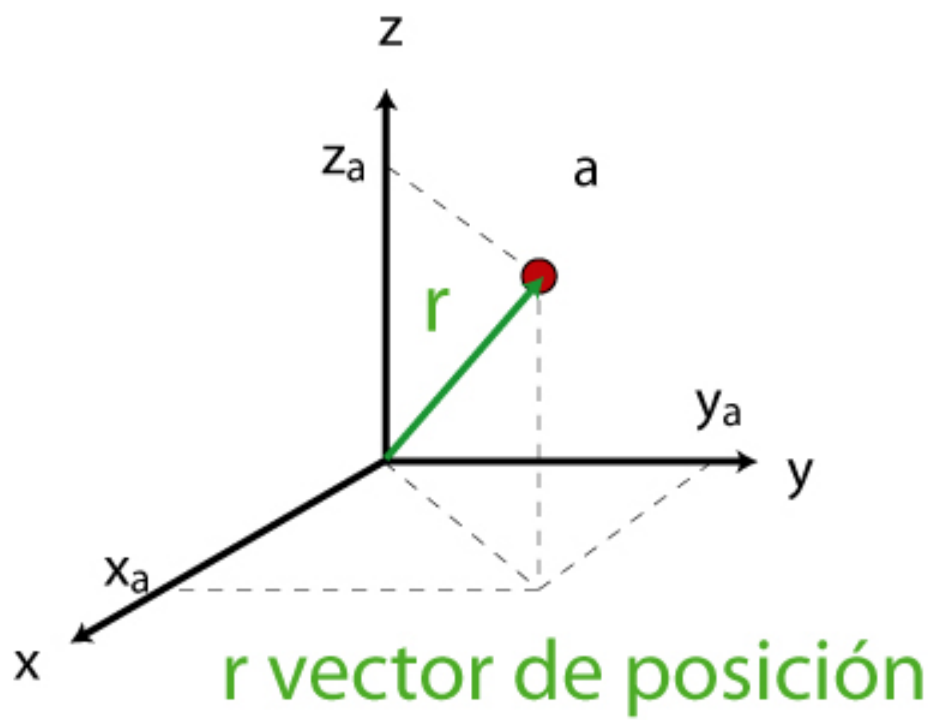
Un sistema de referencia se puede estar moviendo, a su vez, respecto a otro sistema de referencia ("**Sistema inercial de Galileo**").

Sistemas en el que valen las leyes fundamentales de la mecánica clásica y el principio de inercia

Sistema de referencia



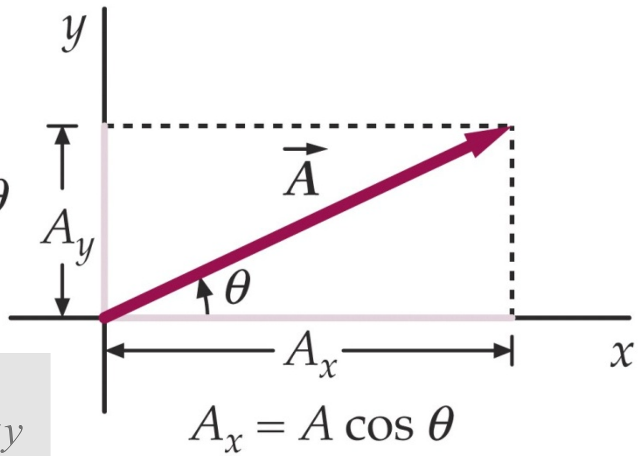
Vector de posición



Componentes de un vector

2D

$A_y = A \sin\theta$



$$tg\,\theta = \frac{A_y}{A_x}$$

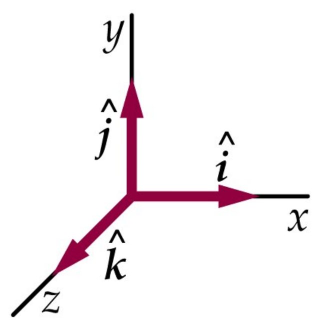
$$\hat{\mathbf{i}} = \frac{\vec{i}}{|i|}$$

$$\vec{\mathbf{A}} = A_x\hat{\mathbf{i}} + A_y\hat{\mathbf{j}}$$

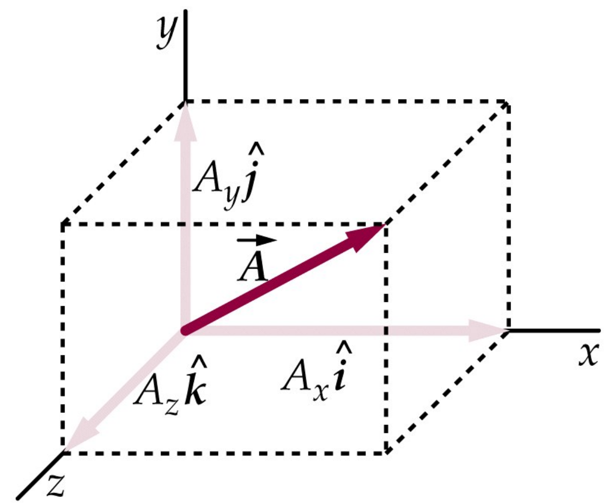
$$|A| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

3D

$$\vec{\mathbf{A}} = A_x\hat{\mathbf{i}} + A_y\hat{\mathbf{j}} + A_z\hat{\mathbf{k}}$$



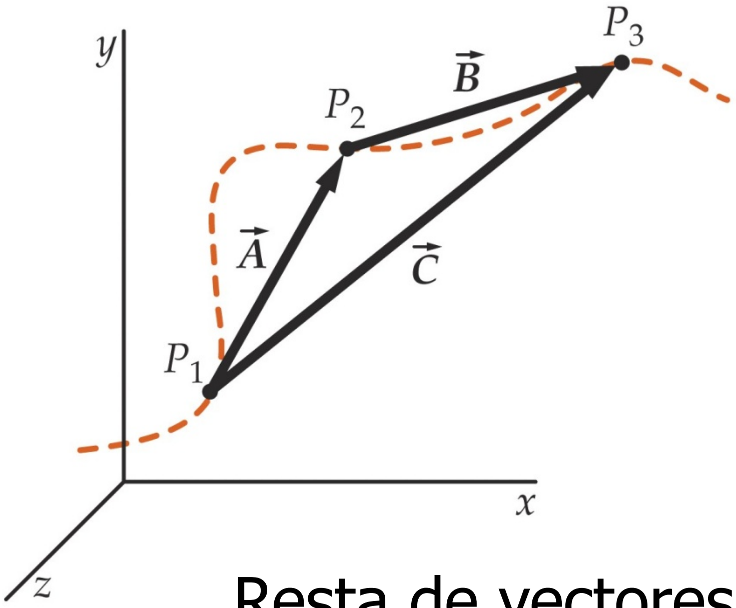
(a)



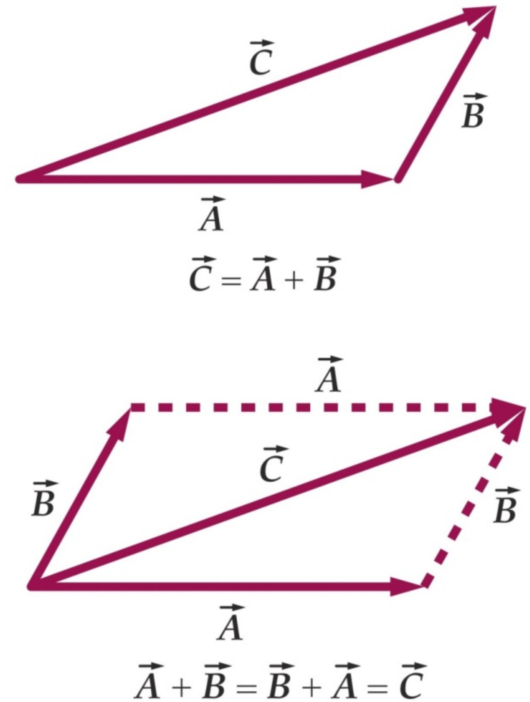
(b)

Propiedades de los vectores (1/2)

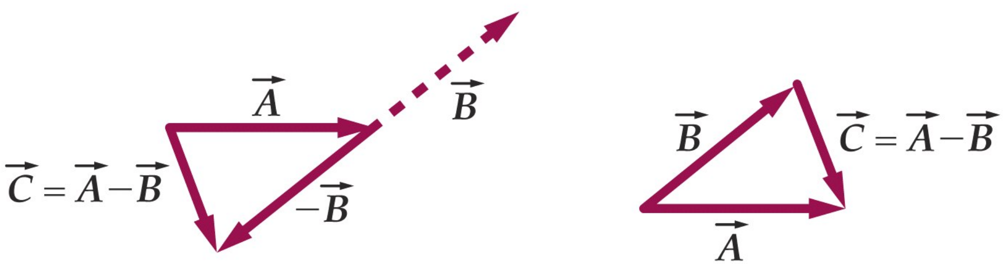
Vector desplazamiento



Suma de vectores



Resta de vectores

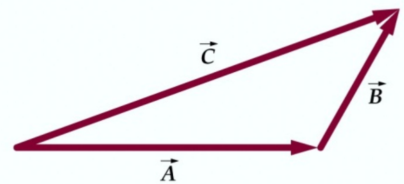
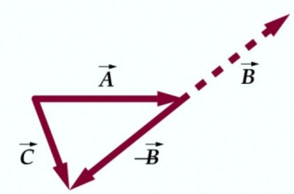


(a) (b)

Propiedades de los vectores (2/2)

TABLE 3-1

Properties of Vectors

Property	Explanation	Figure	Component representation
Equality	$\vec{A} = \vec{B}$ if $\lvert\vec{A}\rvert = \lvert\vec{B}\rvert$ and their directions are the same		$A_x = B_x$ $A_y = B_y$ $A_z = B_z$
Addition	$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$		$C_x = A_x + B_x$ $C_y = A_y + B_y$ $C_z = A_z + B_z$
Negative of a vector	$\vec{A} = -\vec{B}$ if $\lvert\vec{B}\rvert = \lvert\vec{A}\rvert$ and their directions are opposite		$A_x = -B_x$ $A_y = -B_y$ $A_z = -B_z$
Subtraction	$\vec{C} = \vec{A} - \vec{B}$		$C_x = A_x - B_x$ $C_y = A_y - B_y$ $C_z = A_z - B_z$
Multiplication by a scalar	$\vec{B} = s\vec{A}$ has magnitude $\lvert\vec{B}\rvert = \lvert s\rvert\lvert\vec{A}\rvert$ and has the same direction as $\vec{A}$ if s is positive or $-\vec{A}$ if s is negative		$B_x = sA_x$ $B_y = sA_y$ $B_z = sA_z$

Trayectoria y desplazamiento

Cuando un punto se está moviendo sus coordenadas (vector de posición) están cambiando con el tiempo.

$$\vec{r} = \vec{r}(t) \quad \Longleftrightarrow \quad \begin{aligned} x &= x(t) \\ y &= y(t) \\ z &= z(t) \end{aligned}$$

Trayectoria: conjunto de puntos del espacio por los que pasa el móvil

$$\left\{ \vec{r}(t_1), \vec{r}(t_2), \cdots, \vec{r}(t_n) \right\}$$

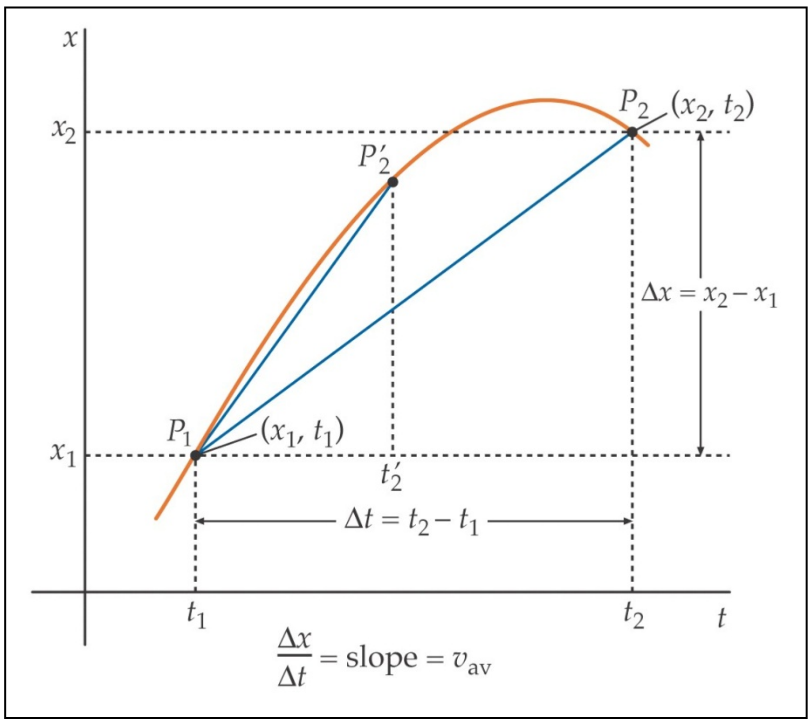
Desplazamiento: distancia recorrida por el móvil medida sobre la trayectoria (escalar)

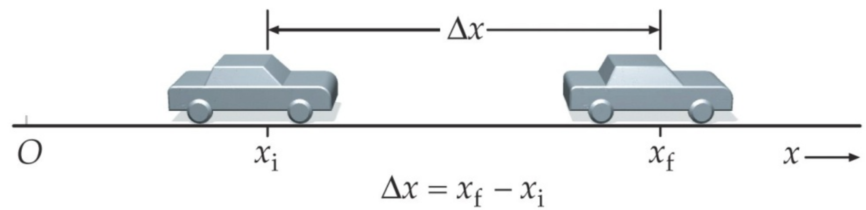
$$s(t) = \int_{t_0}^{t} \left| \overrightarrow{dr} \right|$$

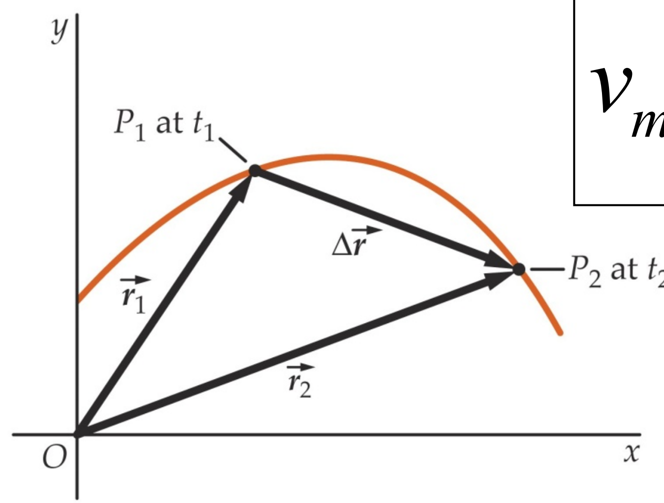
Definición de velocidad:

Velocidad media

La **velocidad media** se define como el cociente entre el incremento de desplazamiento entre el incremento de tiempo.
Gráficamente viene dada por **la pendiente de la línea recta** que conecta los dos puntos de estudio (puntos 1 y 2)



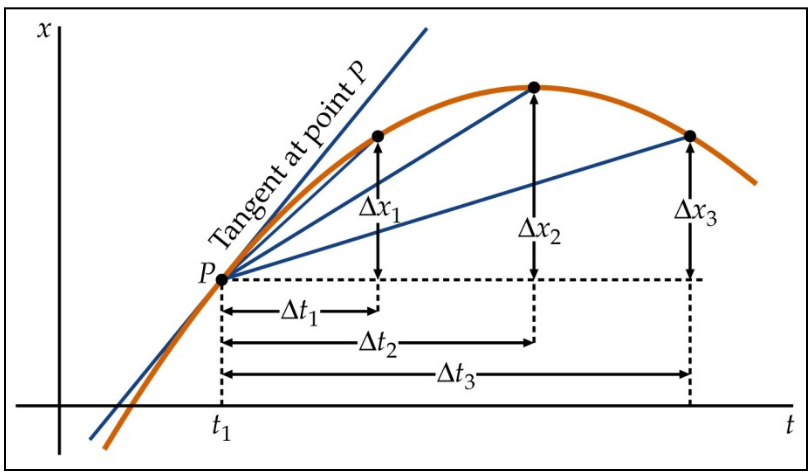




$$\boxed{v_m = \frac{\Delta r}{\Delta t}}$$

Definición de velocidad:
Velocidad instantanea

La **velocidad instantanea** se define como el **límite cuando el intervalo de tiempo tiende a cero** de un incremento de desplazamiento por incremento de tiempo.
Mátemáticamente se calcula como la **derivada** y **gráficamente** se trata de la **pendiente de la curva** desplazamento para un tiempo dado o línea tangente a la curva.



$$\boxed{v = \lim_{t \to 0} \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{dr}{dt}}$$

$$v_x = \frac{dx(t)}{dt}$$

$$v_y = \frac{dy(t)}{dt}$$

$$v_z = \frac{dz(t)}{dt}$$

Aceleración

Es la variación de la velocidad en un intervalo de tiempo. Análogamente a la velodidad se punden definir:

- Aceleración media

$$\boxed{a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}}$$

- Aceleración instantanea

$$\boxed{a = \lim_{t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 r}{dt^2}} \Rightarrow$$

$$a_x = \frac{dv_x(t)}{dt} = \frac{d^2 x(t)}{dt^2}$$

$$a_y = \frac{dv_y(t)}{dt} = \frac{d^2 y(t)}{dt^2}$$

$$a_z = \frac{dv_z(t)}{dt} = \frac{d^2 z(t)}{dt^2}$$

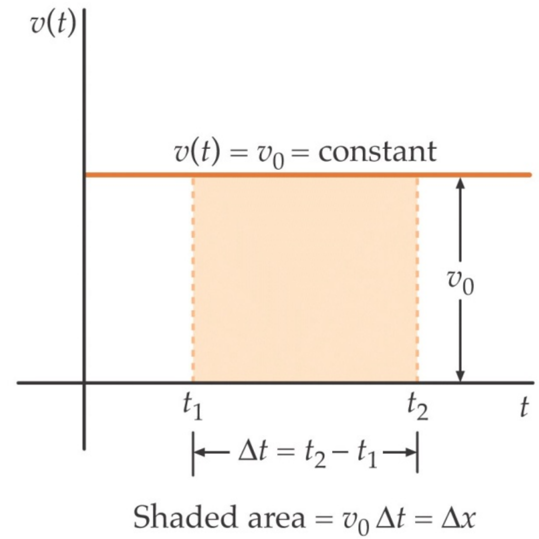
Deducción de las ecuaciones del
Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado
(MRUA)

Deducción de las ecuaciones del

Movimiento Rectilíneo en una dimensión

El caso más sencillo de movimento rectilíneo es aquel con velocidad constante (a=0)

$$v = \frac{dx}{dt} \Rightarrow dx = v\,dt$$



Integrando la expresión anterior

$$\int dx = \int v\,dt$$

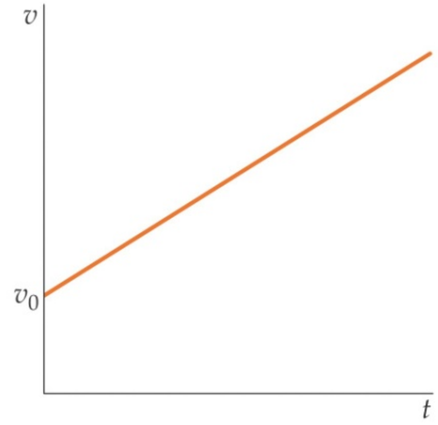
$$x_f - x_o = vt$$

$$\boxed{x_f = vt + x_o}$$

Deducción de las ecuaciones del **Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado** (MRUA)

El ejemplo más conocido de **MRUA** es la caida de objetos dentro del campo de gravedad de la Tierra. La **aceleración de la gravedad es constante** (despreciando el rozamiento del aire):

$$a = \frac{dv}{dt} \Rightarrow dv = a\ dt$$



Integrando la expresión anterior,

$$\int dv = \int a\ dt \quad \Rightarrow v_f - v_o = at$$

$$\boxed{v_f = at + v_o}$$

Sustituyendo velocidad por su expresión en función del desplazamiento,

$$\frac{dx}{dt} = v_f = v_o + at \quad x = x_0 + \int_0^t (v_0 + a \cdot t)dt$$

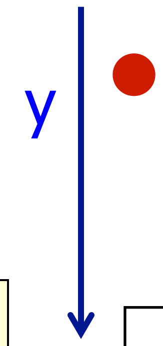
$$\boxed{x = x_0 + v \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2}$$

Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado

- Caída libre -

- Consideramos
  - **Dirección de caída como eje Y**
  - Sentido positivo hacia abajo (**a>0**)
  - **y_0=0**
  - **a = cte = g**

$$y = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} g \cdot t^2$$



$$v_f = at + v_o$$

- Casos
  - ***v_0=0***

$$y = \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

Tiempo de caída

$$t_{caída} = \sqrt{\frac{2 \cdot y}{g}}$$

  - ***v_0<0***

$$y = -|v_0| \cdot t + \frac{1}{2} g \cdot t^2 = 0$$

$$t_{caida} = \frac{2|v_0|}{g}$$

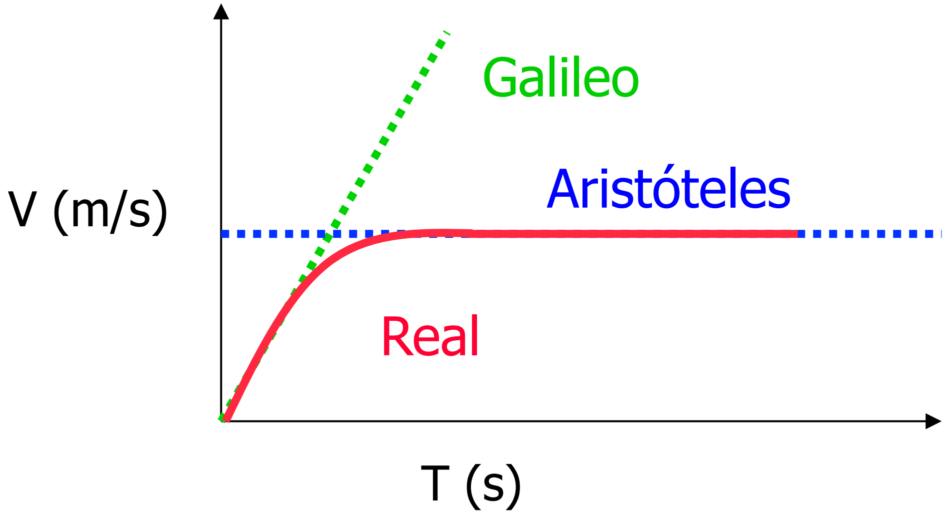
Tiempo para llegar a la altura máxima

$$t_{y\max} = \frac{t_{caida}}{2} = \frac{|v_0|}{g}$$

$$y_{\max} = \frac{-|v_0|^2}{2g}$$

Altura máxima

Comparación con Aristóteles
¿Estaba tan equivocado?



$$\boxed{v_{\mathrm{limite}} \propto peso}$$

Problema propuesto:

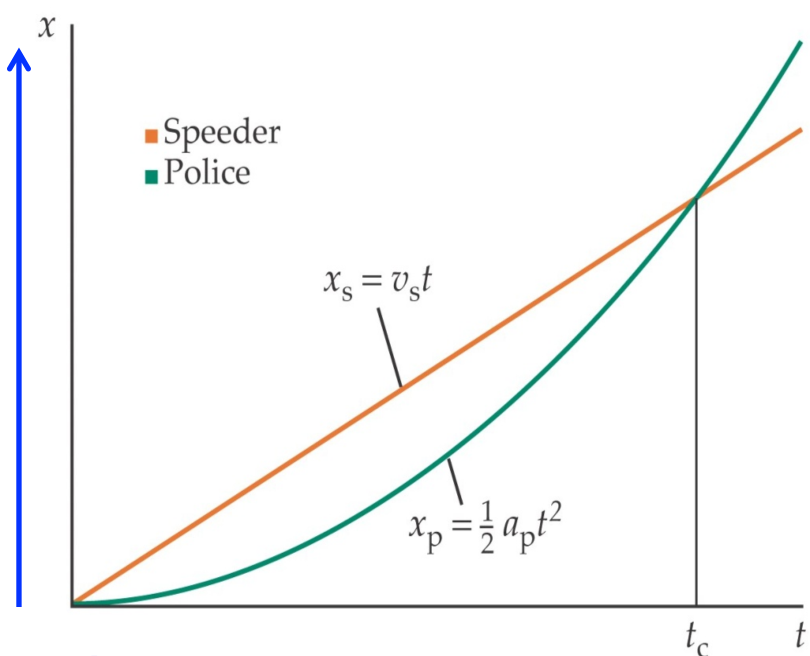
Por la A-6 viaja un Porche que tiene incorporado GPS con aviso de radares fijos. El primer radar se encuentra situado en el Km 16 a la altura de Las Rozas, pasando por allí a la velocidad máxima permitida en autovía. El segundo radar se encuentra situado en el Km 40, en Villalba, donde el conductor también frena para pasar a 120 Km/h. Sin embargo, poco después la Guardia Civil le para y comunica que habiendo tardado 6 minutos en el trayecto Las Rozas-Villalba procedían a la retirada de carné.

Explica la deducción de los agentes.

EJEMPLO 2.15 (Tippler & Mosca)

Un coche lleva una velocidad de 25 m/s (≈90 km/h) en una zona escolar. Un coche de policía que está parado, arranca cuando el infractor le adelanta y acelera con una velocidad constante de 5 m/s^2. (a) ¿Cuánto tiempo tarda el coche de policía en alcanzar al vehículo infractor? (b) ¿Qué velocidad lleva el coche de policía cuando le alcanza?

EJEMPLO 2.15 (Tippler & Mosca)
Un coche lleva una velocidad de 25 m/s (≈90 km/h) en una zona escolar. Un coche de policía que está parado, arranca cuando el infractor le adelanta y acelera con una velocidad constante de 5 m/s². (a) ¿Cuánto tiempo tarda el coche de policía en alcanzar al vehículo infractor? (b) ¿Qué velocidad lleva el coche de policía cuando le alcanza?



¿Qué distancia han recorrido los coches cuando la policía alcanza al infractor?

$$x_s = v_s t$$

$$x_p = \left(v_p t + \frac{1}{2} a_p t^2 \right) = \left(0 \cdot t + \frac{1}{2} a_p t^2 \right) = \frac{1}{2} a_p t^2$$

Hacer $x_s = x_p$ y resolver para el tiempo t_c:

$$v_s t_s = \frac{1}{2} a_p t_c^2$$

$$t_c = \frac{2 v_s}{a_p} = \left(\frac{2 \cdot (25\, m/s)}{5\, m/s^2} \right) = \boxed{10\, s}$$

La velocidad del coche de policía es:

$$v_f^p = v_o^p + a_p t_c = 0 + \left(5\, m/s^2 \cdot 10\, s \right) = \boxed{50\, m/s}$$