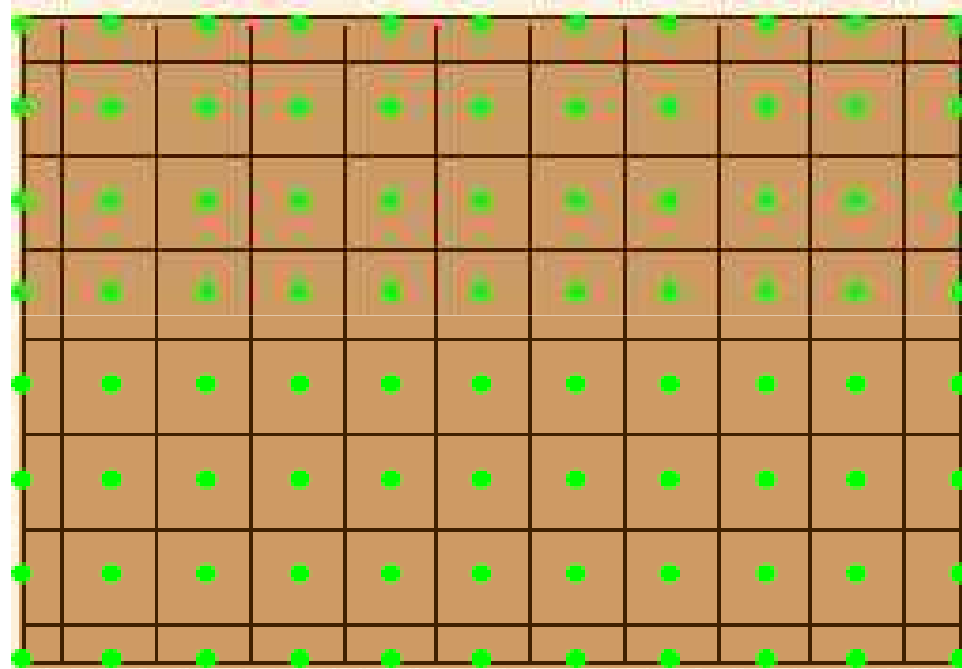


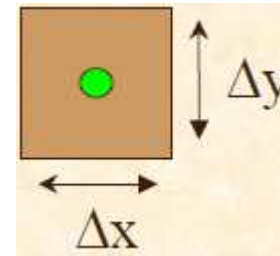
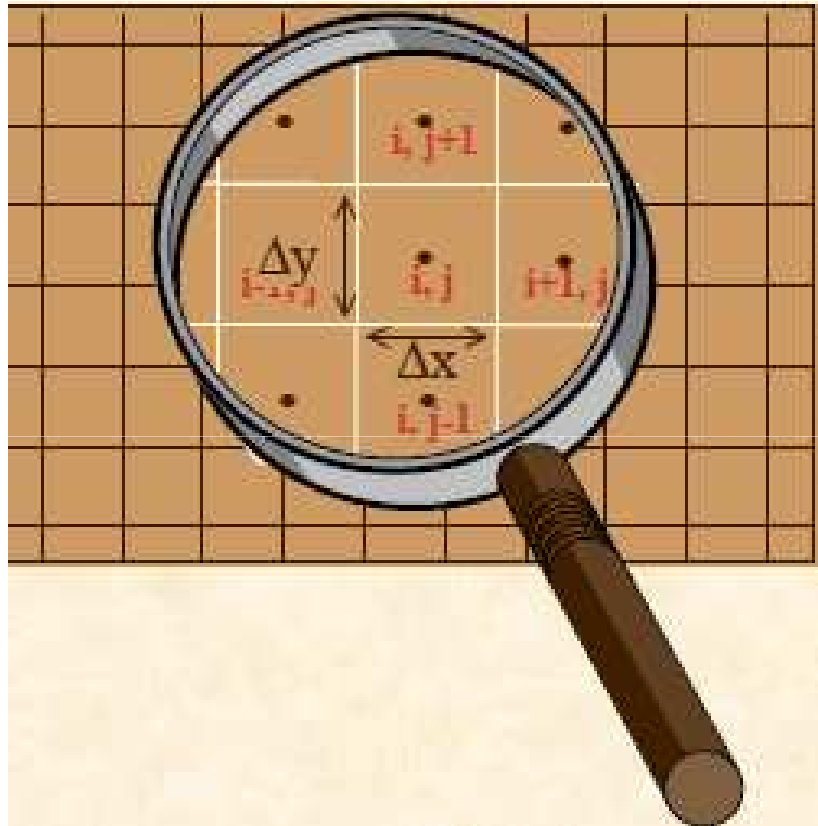
Ingeniería Térmica (801546)

TEMA 2. Conducción. Diferencias finitas

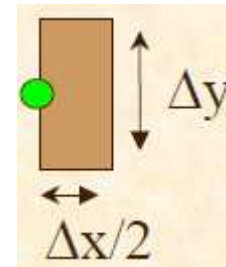
1. División del espacio considerado en una serie de elementos cuyas propiedades vienen representadas por un punto central (nodo).



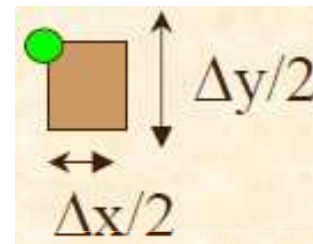
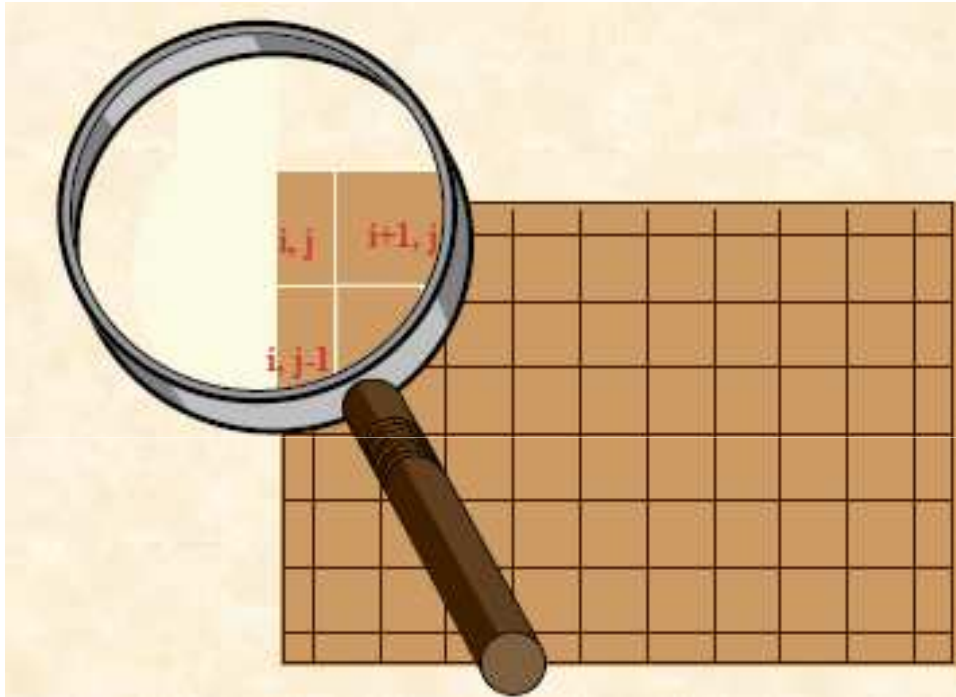
a) *Nodos en elementos centrales*



b) Nodos en elementos laterales



c) Nodos en elementos de esquina



2. Aplicación de balances de energía a cada elemento, obteniendo la ecuación característica para cada nodo.

$$E+G=S+Ac$$

Entrada-Salida

Conducción, convección...

Generación:

Acumulación: Régimen estacionario y Régimen no estacionario

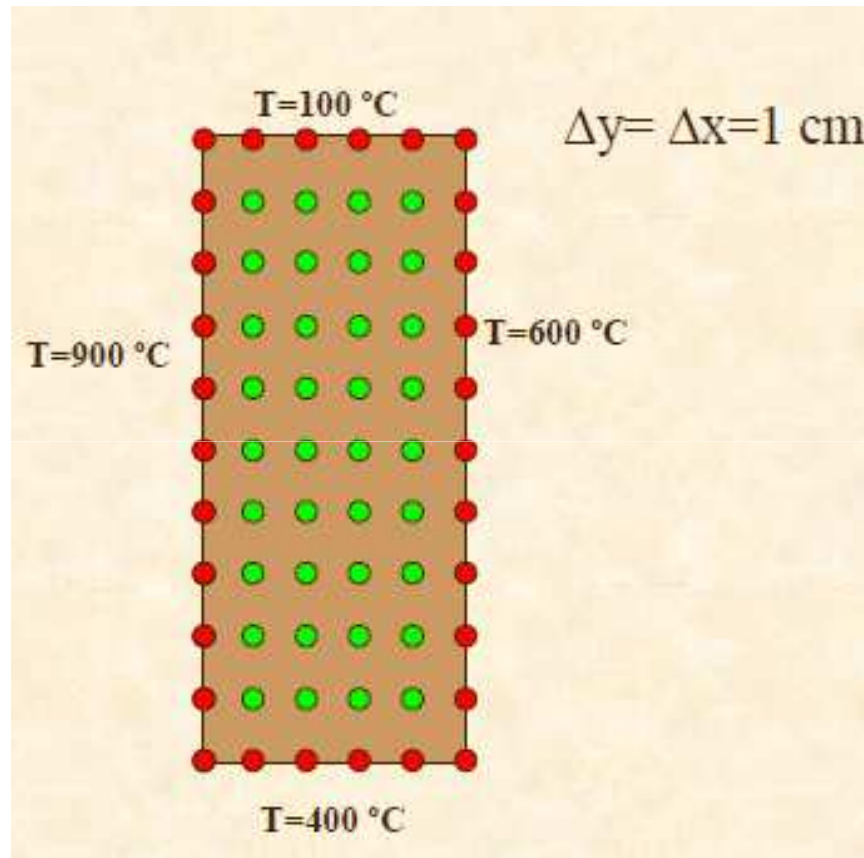
3. Resolución simultánea de todos los balances, para obtener el perfil de temperaturas.

4. Si el caso requiere el cálculo del flujo de calor con la ley de Fourier o la ley de Newton del enfriamiento y el perfil de temperaturas.

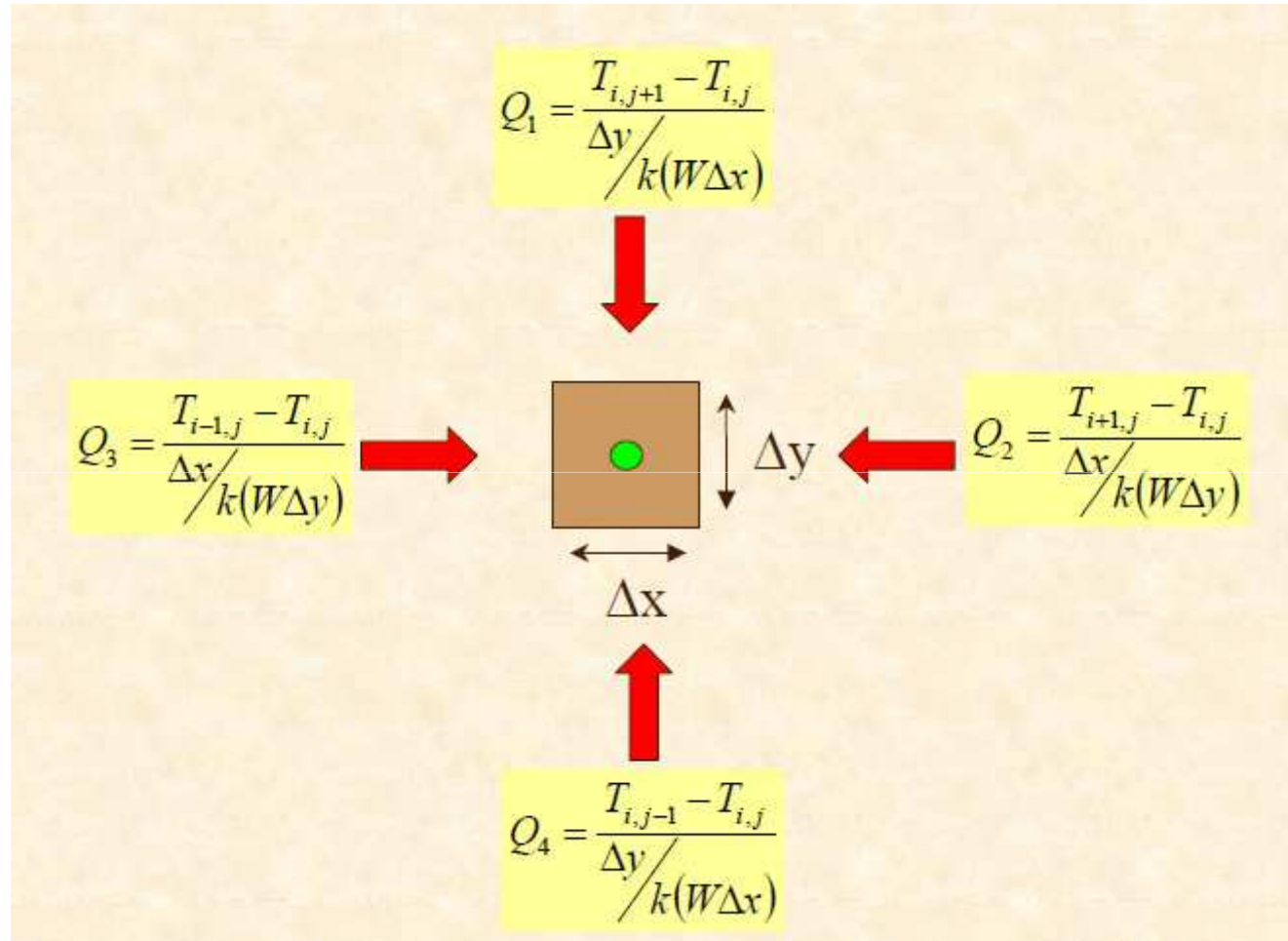
$$Q = -k A \frac{dT}{dx} \cong -k \frac{\Delta T}{\Delta x} = -k(W\Delta y) \frac{T_{i+1,j} - T_{i,j}}{\Delta x}$$

$$Q = h A (T_{\infty} - T_{i,j})$$

Conducción en estado estacionario



Conducción en estado estacionario



Conducción en estado estacionario

$$\mathbf{E+G=S+Ac}$$

$$\mathbf{(E-S)+G=Ac}$$

Estado estacionario sin generación \longrightarrow $G=Ac=0$

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 = 0$$

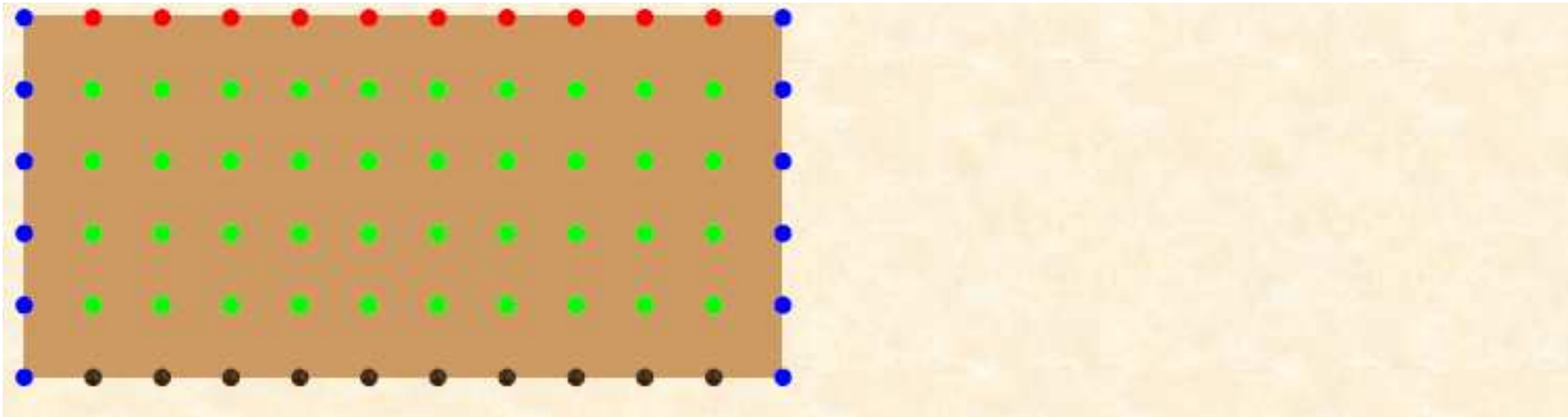
$$\frac{T_{i,j+1} - T_{i,j}}{\Delta y / k(W\Delta x)} + \frac{T_{i+1,j} - T_{i,j}}{\Delta x / k(W\Delta y)} + \frac{T_{i-1,j} - T_{i,j}}{\Delta x / k(W\Delta y)} + \frac{T_{i,j-1} - T_{i,j}}{\Delta y / k(W\Delta x)} = 0$$

$$T_{i,j+1} - T_{i,j} + T_{i+1,j} - T_{i,j} + T_{i-1,j} - T_{i,j} + T_{i,j-1} - T_{i,j} = 0$$

$$T_{i,j+1} + T_{i+1,j} + T_{i-1,j} + T_{i,j-1} - 4T_{i,j} = 0$$

$$T_{i,j} = \frac{T_{i,j+1} + T_{i+1,j} + T_{i-1,j} + T_{i,j-1}}{4}$$

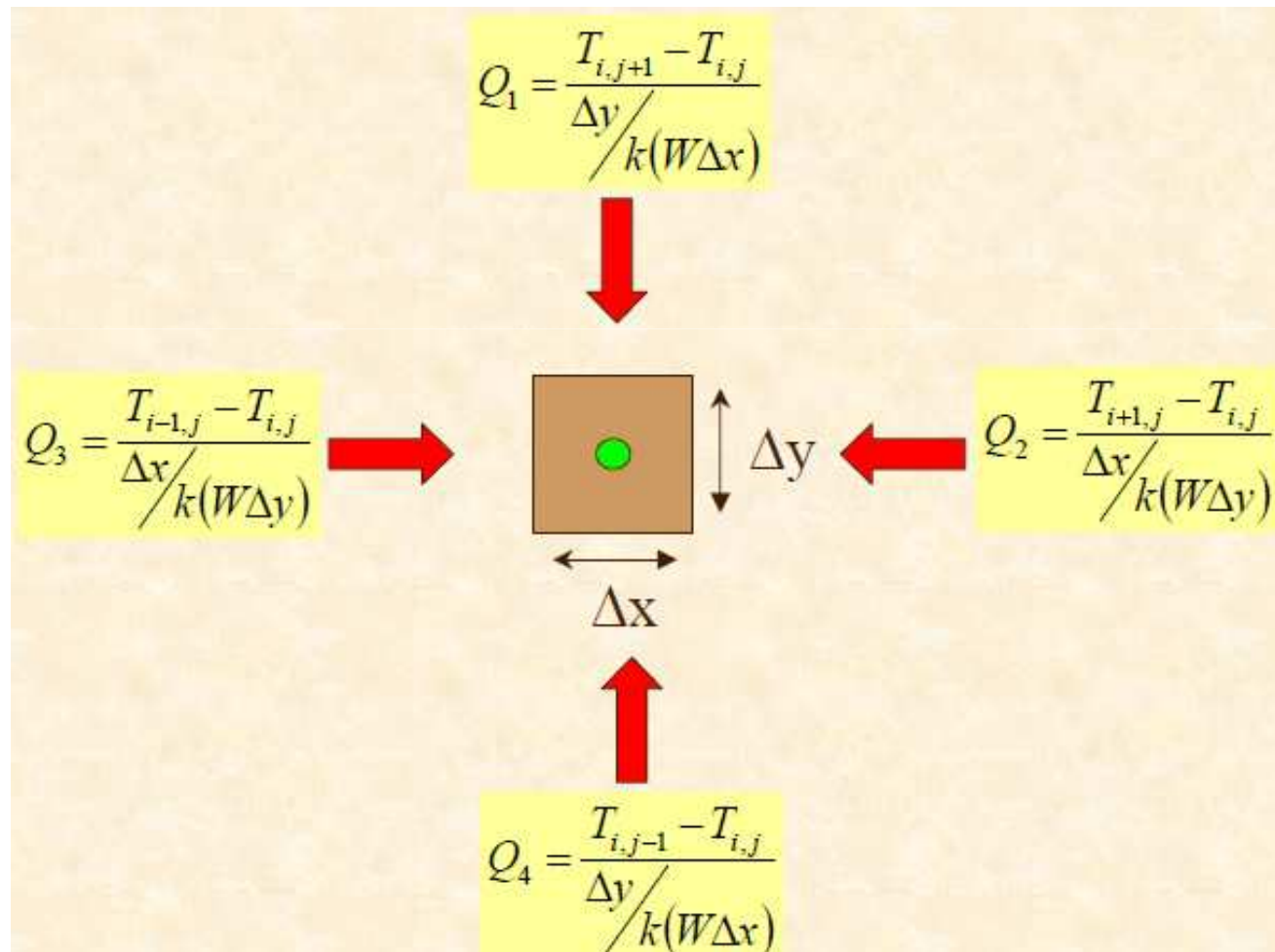
Conducción en estado estacionario



- Nodos de temperatura conocida: $T=0^{\circ}\text{C}$
- Nodos en elementos centrales, con transporte de calor por conducción por sus cuatro caras
- Nodos en elementos laterales, con transporte de calor por conducción por tres caras; una de ellas está aislada térmicamente.
- Nodos en elementos laterales, con transporte de calor por conducción por tres caras, y transporte de calor por convección por la cuarta

Conducción en estado estacionario

Nodos en elementos centrales, con transporte de calor por conducción por sus cuatro caras



Conducción en estado estacionario

$$E+G=S+Ac$$

$$(E-S)+G=Ac$$

Estado estacionario sin generación $\longrightarrow G=Ac=0$

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 = 0$$

$$\frac{T_{i,j+1} - T_{i,j}}{\Delta y / k(W\Delta x)} + \frac{T_{i+1,j} - T_{i,j}}{\Delta x / k(W\Delta y)} + \frac{T_{i-1,j} - T_{i,j}}{\Delta x / k(W\Delta y)} + \frac{T_{i,j-1} - T_{i,j}}{\Delta y / k(W\Delta x)} = 0$$

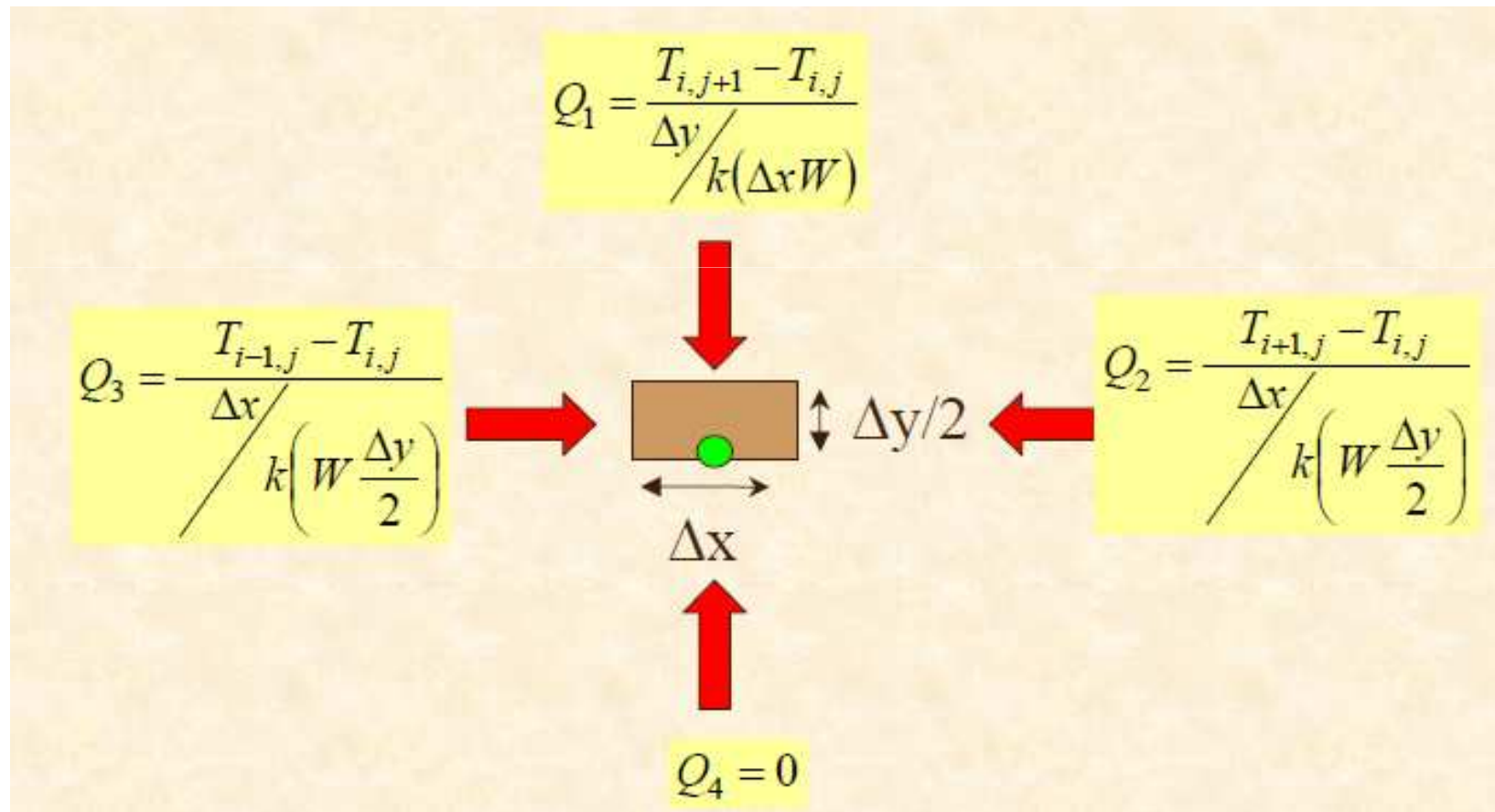
$$T_{i,j+1} - T_{i,j} + T_{i+1,j} - T_{i,j} + T_{i-1,j} - T_{i,j} + T_{i,j-1} - T_{i,j} = 0$$

$$T_{i,j+1} + T_{i+1,j} + T_{i-1,j} + T_{i,j-1} - 4T_{i,j} = 0$$

$$T_{i,j} = \frac{T_{i,j+1} + T_{i+1,j} + T_{i-1,j} + T_{i,j-1}}{4}$$

Conducción en estado estacionario

Nodos en elementos laterales, con transporte de calor por conducción por tres caras; una de ellas está aislada térmicamente.



Conducción en estado estacionario

Nodos en elementos laterales, con transporte de calor por conducción por tres caras; una de ellas está aislada térmicamente.

$$(E-S)+G=Ac$$

Estado estacionario sin generación $\longrightarrow G=Ac=0$

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 = 0$$

$$\frac{T_{i,j+1} - T_{i,j}}{\frac{\Delta y}{k(W\Delta x)}} + \frac{T_{i+1,j} - T_{i,j}}{\frac{\Delta x}{k\left(W\frac{\Delta y}{2}\right)}} + \frac{T_{i-1,j} - T_{i,j}}{\frac{\Delta x}{k\left(W\frac{\Delta y}{2}\right)}} + 0 = 0$$

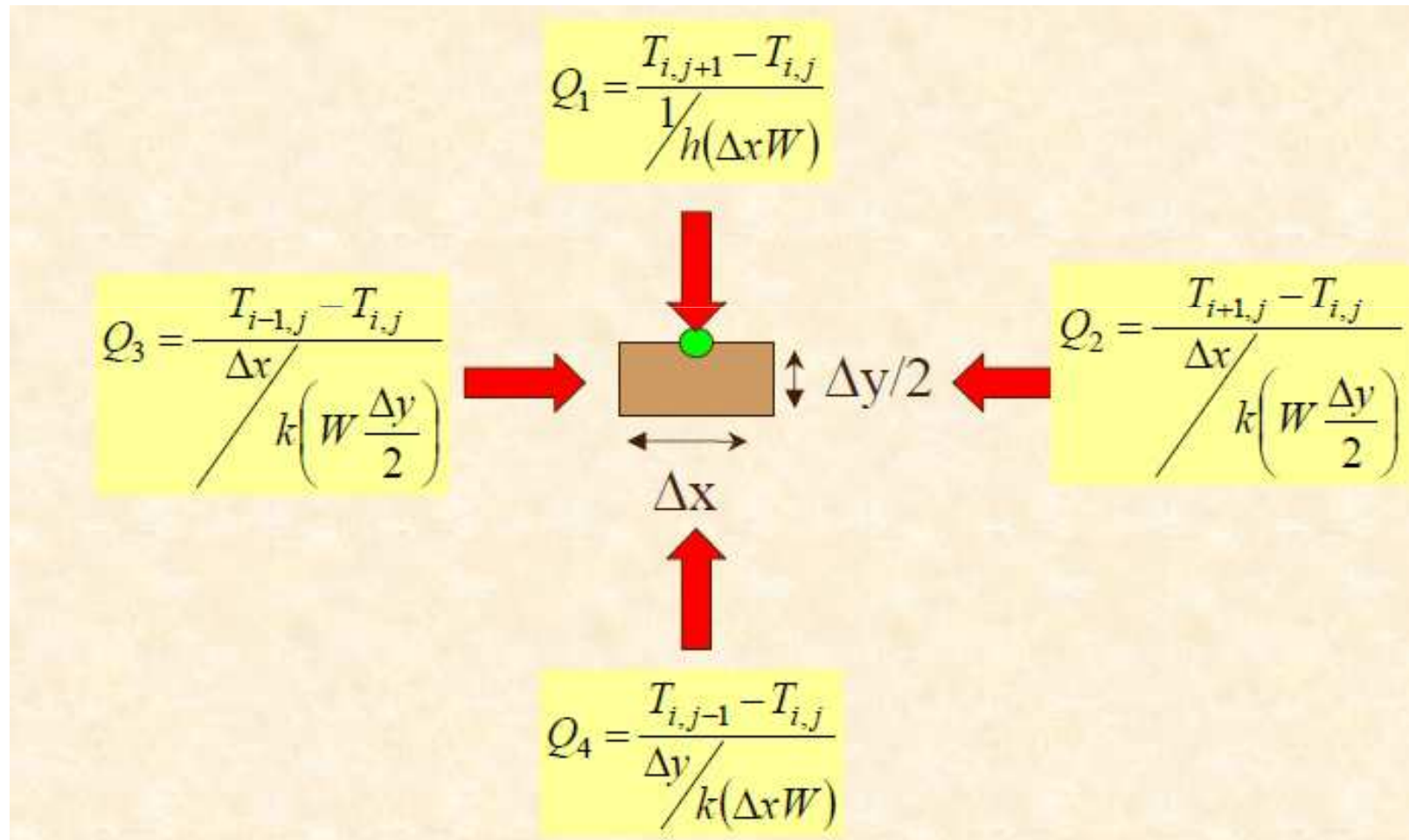
$$T_{i,j+1} - T_{i,j} + \frac{T_{i+1,j} - T_{i,j}}{2} + \frac{T_{i-1,j} - T_{i,j}}{2} = 0$$

$$T_{i,j+1} + \frac{T_{i+1,j} + T_{i-1,j}}{2} - 2T_{i,j} = 0$$

$$T_{i,j} = \frac{T_{i,j+1}}{2} + \frac{T_{i+1,j} + T_{i-1,j}}{4}$$

Conducción en estado estacionario

Nodos en elementos laterales, con transporte de calor por conducción por tres caras, y transporte de calor por convección por la cuarta.



Conducción en estado estacionario

Nodos en elementos laterales, con transporte de calor por conducción por tres caras, y transporte de calor por convección por la cuarta.

$$(E-S)+G=Ac$$

Estado estacionario sin generación $\longrightarrow G=Ac=0$

$$O_1 + O_2 + O_3 + O_4 = 0$$
$$\frac{T_{i,j+1} - T_{i,j}}{1/h(W\Delta x)} + \frac{T_{i+1,j} - T_{i,j}}{\Delta x / k \left(W \frac{\Delta y}{2} \right)} + \frac{T_{i-1,j} - T_{i,j}}{\Delta x / k \left(W \frac{\Delta y}{2} \right)} + \frac{T_{i,j-1} - T_{i,j}}{\Delta y / k(W\Delta x)} = 0$$

$$\frac{T_{i,j+1} - T_{i,j}}{1/h(\Delta x)} + \frac{T_{i+1,j} - T_{i,j}}{1/\left(\frac{k}{2}\right)} + \frac{T_{i-1,j} - T_{i,j}}{1/k\left(\frac{1}{2}\right)} + \frac{T_{i,j-1} - T_{i,j}}{1/k} = 0$$

$$h(\Delta x)[T_{i,j+1} - T_{i,j}] + \frac{k[T_{i+1,j} - T_{i,j}]}{2} + \frac{k[T_{i-1,j} - T_{i,j}]}{2} + k[T_{i,j-1} - T_{i,j}] = 0$$

$$T_{i,j} = \frac{h(\Delta x)T_{i,j+1} + k\left[\frac{T_{i+1,j} + T_{i-1,j}}{2} + T_{i,j-1}\right]}{h(\Delta x) + 2k} = \frac{Bi T_{i,j+1} + \left[\frac{T_{i+1,j} + T_{i-1,j}}{2} + T_{i,j-1}\right]}{Bi + 2}$$