

Teoría de la Comunicación.

Examen de conceptos básicos de estadística

- 1) Sea $X(t)$ un P.E. discreto con muestras independientes no estacionario. La fdp de $X(t)$ en $t_0 = 0$ segundos es Gaussiana $G(0,1)$. Determinar la media y la fdp de $X(t)$ en $t_1 = 2$ segundos:
 - a) La media sigue siendo 0 por ser independiente y la fdp sigue siendo $G(0, 1)$.
 - b) No puedo conocer ni la media ni la fdp.
 - c) La media sigue siendo 0 por ser independiente, pero no podemos saber cuánto vale la fdp.
 - d) No puedo conocer la media, pero sí sabemos que la fdp es $G(0,1)$.

- 2) Una V.A. discreta tiene como espacio muestral $\{1,2,3,4,5\}$. Si las probabilidades de esos valores son 0.3, 0.2, 0.1, 0.3 y 0.1. Calcular su función de distribución acumulada:
 - a) 0.3 en $n < 2$, 0.5 en $n=2$, 0.6 en $n=3$, 0.9 en $n=4$, 1 en $n > 4$.
 - b) 0 en $n < 1$, 0.3 en $n=1$, 0.5 en $n=2$, 0.6 en $n=3$, 0.9 en $n=4$, 1 en $n=5$, 0 en $n > 5$.
 - c) 0 en $n < 1$, 0.3 en $n=1$, 0.5 en $n=2$, 0.6 en $n=3$, 0.9 en $n=4$, 1 en $n > 4$.
 - d) 0 en $n < 1$, 0.3 en $n=1$, 0.2 en $n=2$, 0.1 en $n=3$, 0.3 en $n=4$, 0.1 en $n=5$.

- 3) Sea X una variable aleatoria continua con distribución uniforme $U(1,4)$. Calcular la probabilidad de que $X = 2$.
 - a) $1/3$
 - b) $1/4$
 - c) $2/4$
 - d) 0

- 4) ¿Cuál es el significado físico de la autocorrelación $R_x(0)$ para un pulso cuadrado definido entre 0 y 1?
 - a) Potencia
 - b) Varianza
 - c) Energía
 - d) Media al cuadrado

- 5) Un proceso $X(t)$ tiene FDM: $G(2,4)$
 - a) No lo puedo saber con los datos aportados
 - b) La $E\{X(t)^2\}$ para $t=0$ vale 8
 - c) La $E\{X(t)^2\}$ para $t=0$ vale 6
 - d) La $E\{X(t)^2\}$ para $t=0$ vale 4

- 6) Sea $X(t)$ un P.E. i.i.d. cuya distribución es $G(2,4)$. Calcular la autocorrelación del P.E.
 - a) $R_x(\tau) = 8$ para $\tau=0$, y 0 en el resto.
 - b) $R_x(\tau) = 4$ para $\tau=0$, y 2 en el resto.
 - c) $R_x(\tau) = 8$ para $\tau=0$, y 4 en el resto.
 - d) No puedo calcular la autocorrelación porque sólo conozco la fdp del proceso.

- 7) Si X e Y son variables aleatorias, determine cuál de estas afirmaciones es cierta:
- Sólo si son independientes, la autocorrelación de la suma es la suma de las esperanzas.
 - Sólo si son independientes, la media de la suma es la suma de las medias.
 - Sólo si son independientes, la esperanza del producto es el producto de las esperanzas.
 - Sólo si son independientes, la fdp conjunta es la suma de las fdps.
- 8) Sea $X(t)$ un P.E. estacionario, cuya potencia media vale 5 y su media vale 2. Se puede afirmar que:
- La función de autocovarianza en $\tau = 1$ vale 1.
 - La función de autocorrelación en $\tau = 0$ vale 1.
 - La función de autocovarianza en $\tau = 0$ vale 1.
 - Ninguna de las anteriores es correcta.
- 9) Sean A y B los P.E. "Puntos obtenidos por el Equipo A a lo largo de la temporada" y "Tirar un dado infinitas veces", respectivamente.
- A es no estacionario, y sus muestras son independientes, mientras que B es estacionario, con muestras dependientes.
 - A y B son estacionarios. Las muestras de A no son independientes, mientras que las de B sí.
 - A es no estacionario, y sus muestras no son independientes, mientras que B es estacionario con muestras independientes.
 - Ni A ni B son estacionarios, las muestras de A no son independientes, mientras que las de B sí.
- 10) Las señales $x(t) = \cos(3t)$ e $y(t) = \cos(9t)$:
- Tienen la misma FDM y función de autocorrelación idéntica.
 - Tienen diferente FDM y autocorrelación.
 - Tienen la misma FDM pero diferentes funciones de autocorrelación.
 - Tienen diferente FDM y función de autocorrelación idéntica.
- 11) Sea un PE de media cero, del que se sabe que la potencia de su primera realización vale 3. Para calcular la varianza del PE en $t = 4$, es decir $\text{var}(X(4))$, se necesita únicamente:
- Conocer la media en $t = 4$.
 - Saber que el proceso es ergódico.
 - Saber que el proceso es estacionario.
 - No puedo calcularlo en ningún caso.
- 12) Si x e y son V.A. independientes, discretas, cuya función de masa (equivalente de la fdp en v.a. discretas) es discreta entre 1 y 10, y $f_{xy}(x,y)$ es la función de masa conjunta, se cumple:
- La probabilidad de $f_{xy}(2,5)$ vale $1/81$ y $f_{xy}(2,11) = 0$.
 - La probabilidad de $f_{xy}(2,5)$ vale $1/100$ y $f_{xy}(2,11) = 1/100$.
 - La probabilidad de $f_{xy}(2,5)$ vale $1/100$ y $f_{xy}(2,11) = 0$.
 - La probabilidad de $f_{xy}(2,5)$ vale $1/81$ y $f_{xy}(2,11) = 1/81$.

13) Sea un PE ergódico cuya fdp en $t = 0$ es $X(0) \sim U(-1,9)$. Calcular la probabilidad p_1 de que $1 < X(3) < 4$ y la fracción de tiempo p_2 que la tercera realización del proceso toma un valor superior a 5.

- a) $p_1 = 3/10$ y $p_2 = 4/10$
- b) $p_1 = 4/10$ y $p_2 = 3/10$
- c) $p_1 = 3/10$; p_2 no se puede calcular con los datos proporcionados.
- d) $p_1 = 4/10$ y $p_2 = 4/10$

14) Una vez medida una realización completa de un PE ergódico de media cero se ha calculado

que $\langle x^2(t) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x^2(t) dt = 3$ para esa realización. Calcule cuánto vale la varianza de la variable aleatoria correspondiente al PE en $t = 3$, es decir, $\text{var}(X(3))$.

- a) No puedo saber cuánto vale porque no conozco la fdp en $t = 3$.
- b) $\text{var}(X(3)) = 3$
- c) $\text{var}(X(3)) = 9$
- d) $\text{var}(X(3)) = 0$

15) Sea $U(t)$ el pulso cuadrado unidad definido como $U(t) = 1$ para $0 < t < 1$ y 0 en el resto, y sean las señales

- $a(t) = \cos(2t)$,
- $b(t) = a(t) \cdot U(t)$,
- $c(t)$ un P.E estacionario con fdp $G(0,1)$, y
- $d(t)$ es $c(t) \cdot U(t)$

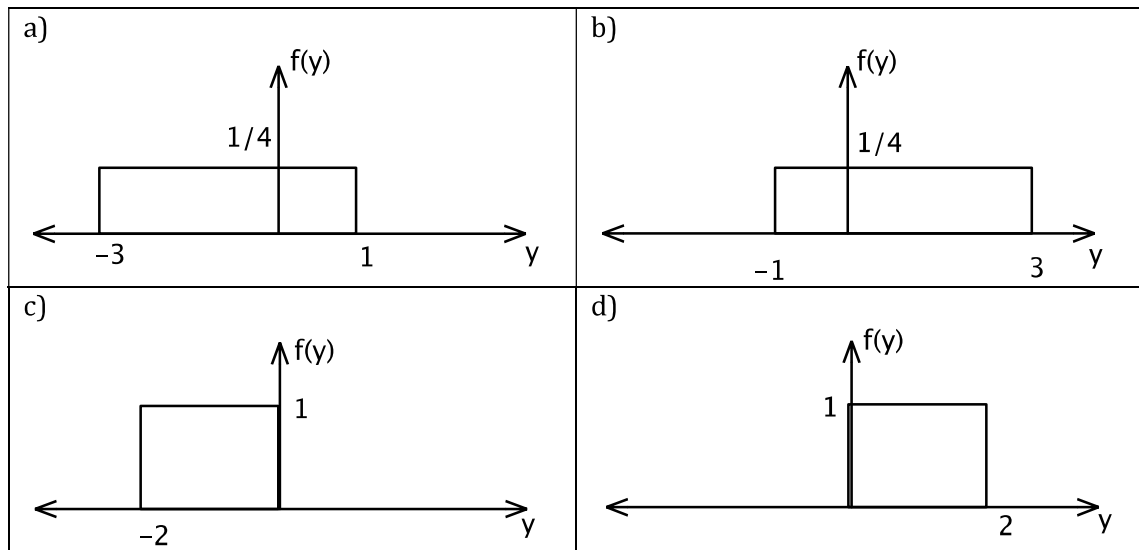
Se cumple:

- a) $a(t)$ es definida en potencia, y el resto en energía.
- b) $a(t)$, $c(t)$ y $d(t)$ son definidas en potencia, y $b(t)$ en energía.
- c) $a(t)$ y $c(t)$ son definidas en potencia, y $b(t)$ y $d(t)$ en energía.
- d) $a(t)$ es definida en potencia, $b(t)$ en energía, pero nos falta información para saber cómo son $c(t)$ y $d(t)$.

16) Sean dos procesos X e Y (X con media cero, Y no). Sus funciones de autocorrelación valen $R_x = R_y = 3$ en $-1 < \tau < 1$ y 0 en el resto. Calcular la autocorrelación $Z = X + Y$.

- a) $R_z = 12$ en $-1 < \tau < 1$ y 0 en el resto.
- b) Función triangular centrada en cero, de altura 6 y base desde -2 a 2.
- c) $R_z = 6$ en $-1 < \tau < 1$ y 0 en el resto.
- d) No se puede realizar el cálculo con los datos aportados.

17) Sea X una variable aleatoria distribuida uniformemente en el intervalo $[-1,1]$. Calcule la función de densidad de probabilidad de la variable aleatoria definida según $Y = 2X - 1$.



18) Las muestras del proceso $z[n]$ se distribuyen según una variable aleatoria Z . $z[n]$ es función de $y[n]$, que es un proceso i.i.d. con distribución $Y \sim G(0, 1)$, en concreto $z[n] = ay[n] + b$, donde a y b son constantes. ¿Cuál es su autocorrelación $R_z(\tau)$?

- a) $R_z(\tau) = (a+b)^2 + b^2$ para $\tau = 0$ y $(a+b)^2$ en el resto.
- b) $R_z(\tau) = b^2 + a^2$ para $\tau = 0$ y 0 en el resto.
- c) $R_z(\tau) = b^2 + a^2$ para $\tau = 0$ y b^2 en el resto.
- d) No puedo saberlo con los datos aportados.

19) Dos procesos estacionarios X e Y tienen funciones densidad de probabilidad uniformes $U_x[0, 6]$ y $U_y[4, 10]$, respectivamente. Si los dos procesos son independientes entre sí, calcule la potencia media del proceso $Z = X + Y$.

- a) 64
- b) 106
- c) 48
- d) No se puede calcular con los datos aportados.

20) Sea $X(t)$ un P.E. estacionario con muestras independientes y fdp desconocida con media 1 y varianza 4. La señal $x(t)$ se introduce en un filtro cuya respuesta al impulso es $h(t) = 2\delta(t) - \delta(t-1)$, generándose la señal $y(t)$. Determine la media y la varianza de $y(t)$.

- a) $m = 3$, $\text{var} = 20$
- b) $m = 1$, $\text{var} = 12$
- c) $m = 1$, $\text{var} = 20$
- d) Ninguna de las anteriores es correcta, ya que necesito conocer la distribución de $X(t)$ para poder responder.