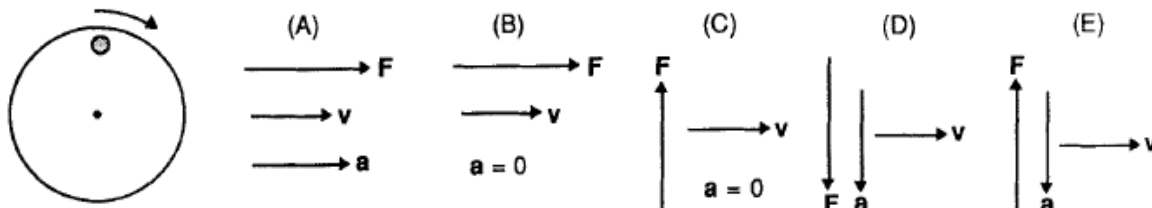


Examen Parcial

CUESTIONES

C1. Un pequeño objeto reposa sobre una plataforma giratoria horizontal que rota con velocidad constante. Existe rozamiento estático entre el objeto y la superficie de la plataforma.

- i) (1.3 puntos) Razonar cuál de los siguientes conjuntos de vectores describe mejor la velocidad, aceleración y fuerza neta que actúa sobre el objeto en la posición indicada en la figura, que muestra la plataforma vista desde arriba.



- ii) (0.7 puntos) Describir el movimiento del objeto si no existiese rozamiento entre éste y la plataforma.

- i) El conjunto de vectores pedido es el (D). El objeto describe un movimiento circular con velocidad constante. El vector velocidad es siempre tangente a la trayectoria y la aceleración es normal a ésta. No hay aceleración tangencial puesto que el módulo de la velocidad es constante. La fuerza que mantiene al objeto sobre la plataforma sin que resbale es precisamente el rozamiento estático.
- ii) El objeto no se movería, no actuaría sobre él ninguna fuerza contenida en el plano de la plataforma (la plataforma “resbalaría”). Nótese que el enunciado no dice que de repente el rozamiento desaparezca. Si el cuerpo estuviese girando con la plataforma y súbitamente el rozamiento se anulase, el cuerpo seguiría una trayectoria rectilínea y tangente a la circunferencia (pero el enunciado no dice tal cosa).

C2. (2 puntos) Razone si es cierto o falso que las fuerzas de magnitud constante y sentido opuesto al movimiento son fuerzas conservativas.

Consideremos una trayectoria de ida y vuelta (“cerrada” pues) sobre el eje X entre dos puntos a y b . Desde a hasta b la fuerza F_x es negativa mientras que el desplazamiento x es positivo. En el recorrido de vuelta, se cumple lo contrario. Por tanto:

$$W_{a \rightarrow b} = F_x \cdot x = (-F_x) \cdot (b-a).$$

$$W_{b \rightarrow a} = F_x \cdot x = (F_x) \cdot (a-b) = (-F_x) \cdot (b-a).$$

Examen Parcial

El trabajo neto para el recorrido de ida y vuelta es: $W_{a \rightarrow b} + W_{b \rightarrow a} = -2F_x \cdot (b-a)$

Si la fuerza fuese conservativa, el trabajo neto realizado en este recorrido de ida y vuelta debería ser cero. Por tanto, la fuerza NO es conservativa.

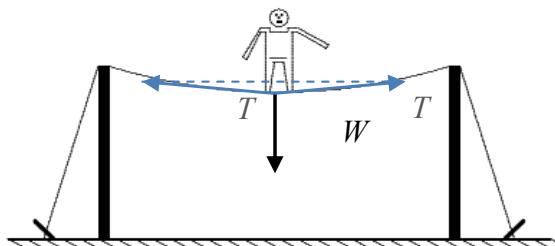
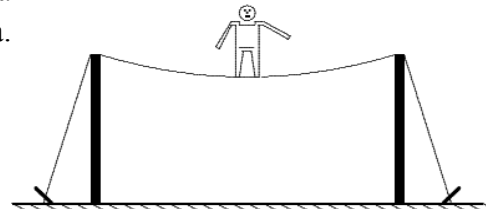
Nótese que no es suficiente con afirmar que la fuerza de rozamiento, que es del tipo de las que describe el enunciado, es no conservativa. Es necesario probarlo con un contraejemplo.

Por otra parte, no cualquier razonamiento en términos de energías es correcto. No se trata de demostrar que el trabajo realizado por una fuerza de rozamiento es distinto de cero. Eso no significa que la fuerza sea no conservativa (ni que sí lo sea).

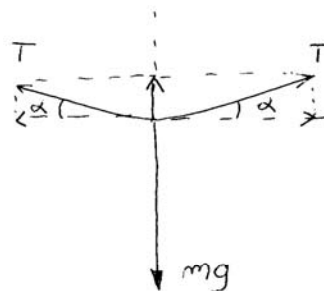
C3. (2 puntos) Un trapecista de un peso W camina sobre un hilo tal y como mostramos en la figura.

La tensión del hilo será:

- a) Aproximadamente igual al peso (W).
- b) Aproximadamente igual a $W/2$.
- c) Mucho menor que W .
- d) Mucho mayor que W .



La respuesta correcta es la (d). Para que la componente normal de las tensiones T_y , compensen el peso, W , se requiere que $T \gg W$. Gráficamente:



No hay movimiento en la dirección vertical. Así,
 $2T \text{ sen } \alpha = 2T_y = mg$

$$\frac{mg}{2 \text{ sen } \alpha} = \frac{W}{2 \text{ sen } \alpha} = T$$

Como α es muy pequeño, $\text{sen } \alpha$ también lo es.

Luego $T \gg W$

Examen Parcial

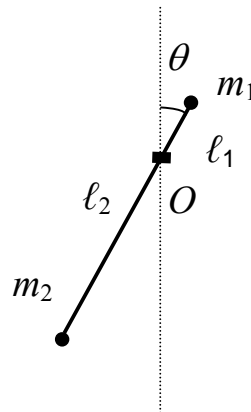
PROBLEMA

Una barra de masa despreciable porta en sus extremos dos masas puntuales m_1 y m_2 . La barra se fija a la pared por un punto O situado a distancias ℓ_1 y ℓ_2 de m_1 y m_2 , respectivamente (ver figura). El sistema puede girar libremente alrededor de O en el plano de la pared.

(a) Determinar la energía potencial del sistema en función del ángulo θ que forma la barra con la vertical (1.6 puntos).

(b) Encontrar los estados de equilibrio y determinar de qué tipo de equilibrio se trata (1.2 puntos).

(c) Suponiendo ahora $m_1 = 2$ kg, $m_2 = 1$ kg, $\ell_1 = 25$ cm, $\ell_2 = 75$ cm y partiendo del estado de equilibrio inestable, se perturba el sistema levemente. Determinar las velocidades de ambas masas cuando pasan por la posición de equilibrio estable (1.2 puntos).



a) Si el ángulo con la vertical es θ , la energía potencial del sistema, tomando el origen en el punto O alrededor del cual rota el sistema, será:

$$E_p = (m_1 \ell_1 - m_2 \ell_2) g \cos \theta.$$

b) Los estados de equilibrio corresponden a:

$$\frac{dE_p}{d\theta} = - (m_1 \ell_1 - m_2 \ell_2) g \sin \theta = 0, \text{ i.e.: } (m_1 \ell_1 - m_2 \ell_2) = 0 \text{ ó } \sin \theta = 0, \text{ i.e. } \theta = 0, \pi.$$

Para ver si éstos son estables o inestables:

$$\frac{d^2 E_p}{d\theta^2} = - (m_1 \ell_1 - m_2 \ell_2) g \cos \theta.$$

- Si $\theta = 0$: Equilibrio estable si $(m_1 \ell_1 - m_2 \ell_2) < 0$; inestable en caso contrario.

Examen Parcial

- Si $\theta = \pi$: Equilibrio estable si $(m_1 \ell_1 - m_2 \ell_2) > 0$; inestable en caso contrario.
- Si $(m_1 \ell_1 - m_2 \ell_2) = 0$: $E_p = \text{cte} = 0$ para todo θ .

c) Con los datos dados $(m_1 \ell_1 - m_2 \ell_2) = -0.25 \text{ kg m}$, por tanto la situación estable corresponderá a $\theta = 0$, y la situación de partida a $\theta = \pi$. Por conservación de la energía mecánica del sistema:

$$E_c + E_p = E'_c + E'_p.$$

Puesto que el sistema parte del reposo $E_c = 0$. Por tanto:

$$E'_c = E_p - E'_p = (m_2 \ell_2 - m_1 \ell_1)g - (m_1 \ell_1 - m_2 \ell_2)g = 2g(m_2 \ell_2 - m_1 \ell_1)$$

Ambas masas giran con la misma velocidad angular. Teniendo en cuenta que $\ell_1 = 0.25 \text{ m}$ y $\ell_2 = 0.75 \text{ m} = 3 \ell_1$ se tiene $v_2 = 3v_1$. Por tanto:

$$\frac{1}{2}(m_1 v_1^2 + 9m_2 v_1^2) = 2g(m_2 \ell_2 - m_1 \ell_1)$$

$$\text{y de aquí, } v_1 = \left(\frac{4g(m_2 \ell_2 - m_1 \ell_1)}{m_1 + 9m_2} \right)^{1/2} = 0.94 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \text{ y } v_2 = 3v_1 = 2.83 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$