

MATEMÁTICAS
1º DEL GRADO EN CIENCIAS AMBIENTALES
CURSO 2013-14

Hoja de problemas del TEMA 1

1. Calcular el dominio y la imagen de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \sqrt{-x}$ b) $y = x^2 + 3$ c) $y = -x^3$ d) $y = |1 - x^2|$ e) $f(x) = \ln(x - 2)$ f) $f(x) = 2^{-x}$.

2. Esbozar la gráfica de las funciones dadas en el problema 1.

3. Calcula las raíces enteras de los siguientes polinomios:

a) $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 6$
 b) $f(x) = 2x^4 - 6x^3 - 22x^2 + 6x + 20$
 c) $f(x) = x^4 - 7x^3 + 13x^2 + 3x - 18$

4. Resolver las siguientes ecuaciones:

a) $2^{x^2} = 4 \cdot 2^{-2x}$
 b) $(e^{2x} + 1)^2 = 2$
 c) $3^x = 5 \cdot 2^x$

5. Resuelve las siguientes ecuaciones e inecuaciones con valores absolutos:

a) $|x + 5| < 7$
 b) $|2x + 1| = |3x - 2|$
 c) $|3 - x| > 2$

6. Si $f(3) = 6$, ¿podemos concluir algo sobre $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$? Razonar la respuesta.

7. Si $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 6$, ¿podemos concluir algo sobre $f(3)$? Razonar la respuesta.

8. Calcular los siguientes límites (si existen):

(a) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 - x - 3}{x + 1}$ (c) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 - x}{x^2 - 4}$ (e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1/(x+4) - 1/4}{x}$ (g) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 - x})$ (i) $\lim_{x \rightarrow 0} x \cos x$ (k) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x), \quad f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + 6 & \text{si } x < 2 \\ -x^2 + 4x - 2 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$	(b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 1}{x + 1}$ (d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2+x} - \sqrt{2}}{x}$ (f) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x - 3}$ (h) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\operatorname{sen} x}{x^3}$ (j) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{x^3 - 1}}{\sqrt{x^2 + 2x + 3}}$ (l) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x), \quad f(x) = \begin{cases} x & \text{si } x \leq 1 \\ 1 - x & \text{si } x > 1 \end{cases}$
--	--

9. Calcular las asíntotas de las siguientes funciones:

(a) $f(x) = \frac{x}{x+1}$ (b) $f(x) = \frac{1}{x^2-9}$ (c) $f(x) = \frac{x^2+4}{x}$ (d) $f(x) = \frac{1}{x-1} - x$

10. Estudiar la continuidad de las siguientes funciones:

(a) $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$ (b) $f(x) = \frac{x}{x^2-9}$
 (c) $f(x) = \frac{x+1}{x^2+x-2}$ (d) $f(x) = \begin{cases} -2x + 3 & \text{si } x < 1 \\ x^2 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$
 (e) $f(x) = \frac{|x-3|}{x-3}$ (f) $f(x) = \begin{cases} 3 + x & \text{si } x \leq 2 \\ x^2 + 2 & \text{si } x > 2 \end{cases}$

11. Hallar los valores para las constantes a y b de modo que la siguiente función sea continua en toda la recta real.

$$f(x) = \begin{cases} 2 & \text{si } x \leq -1 \\ ax + b & \text{si } -1 < x < 3 \\ -2 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

12. Demostrar que la función $f(x) = x^3 + 3x - 2$ tiene un cero en el intervalo $[0, 1]$.

SOLUCIONES

3. (a) $f(x) = (x - 2)(x^2 + 3)$, (b) $f(x) = 2(x + 1)(x - 1)(x + 2)(x - 5)$, (c) $f(x) = (x - 3)^2(x + 1)(x - 2)$
4. (a) $x = -1 \pm \sqrt{3}$, (b) $x = \ln(\sqrt{2} - 1)/2 \approx -0,44$, (c) $x = \frac{\ln(5)}{\ln(3) - \ln(2)} \approx 3,97$
5. (a) $-12 < x < 2$, (b) $x = 3$ ó $x = 1/5$, (c) $x < 1$ ó $x > 5$
8. (a) -5 , (b) ∞ , (c) $\frac{-1}{4}$, (d) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$, (e) $\frac{-1}{16}$, (f) $\frac{1}{4}$, (g) 1 , (h) 0 , (i) 0 , (j) ∞ , (k) 2 , (l) no existe.
9. (a) A.V: $x = -1$, A.H: $y = 1$, (b) A.V: $x = 3$ y $x = -3$, A.H: $y = 0$, (c) A.V: $x = 0$, A.O: $y = x$, (d) A.V: $x = 1$, A.O: $y = -x$.
11. $a = -1$, $b = 1$.