Problema 1. Hallar el dominio de las siguientes funciones
a)$z = Ln\,(1 - x^2 - y^2)$, b)$z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$, c)$z = \frac{1}{1-x^2-y^2}$, d)$z = \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}$.

Problema 2. Dada la función $z = x^2y - 2xy^2$, hallar el incremento de z, razonar si la función es o no diferenciable. Hallar la diferencial.

Problema 3. Dada la función $z = x^2y + xy^2$y el vector unitario $\vec{u} = (a, b)$, calcular la derivada direccional en la dirección de $\vec{u}$.

Problema 4. Si x=ρcos(θ) e y=ρsen(θ), mostrar que $\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 = \left(\frac{\partial V}{\partial \rho}\right)^2 + \frac{1}{\rho^2}\left(\frac{\partial V}{\partial \theta}\right)^2$.

Problema 5. Verificar que $f_{xy} = f_{yx}$ para las siguientes funciones, indicando los posibles puntos excepcionales y estudiando tales puntos:
a) $\frac{2x-y}{x+y}$, b) $x.\,Tag(xy)$, c) $Cosh(y + Cos(x))$.

Problema 6. Demostrar que $Y = f(x+at) + g(x–at)$ satisface la ecuación $\frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} = a^2\left(\frac{\partial^2 Y}{\partial x^2}\right)$

Problema 7. Calcular aproximadamente mediante diferenciales $\sqrt[5]{3'8^{\,2} + 2\,(2'1)^3}$

Problema 8. El diámetro de un cilindro circular recto es de 6´0±0´03cm. y su altura es de 4´0±0´02cm. según las medidas efectuadas. Calcular el volumen mediante diferenciales.

Problema 9. Demostrar que si $f(x)$ es una función diferenciable, la función $z = f(x^2y)$ satisface la ecuación $x\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right) = 2y\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)$

Problema 10. Sea $F(x, y)$ diferenciable. Si para todo parámetro λ y cierta constante p se cumple $F(\lambda x, \lambda y) = \lambda^p F(x,y)$ idénticamente, demostrar que $x\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right) + y\left(\frac{\partial F}{\partial y}\right) = pF$.

Problema 11. Si $F(x, y) = 0$, demostrar que $\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{F_{xx}.F_y{}^2 - 2\,F_{xy}F_x\,F_y + F_{yy}.F_x{}^2}{F_y{}^3}$

Problema 12. Calcular la derivada $\frac{dy}{dx}$ de la función $y(x)$ dada implícitamente por la ecuación $Ln\,(x^2 + y^2) - Atan\left(\frac{y}{x}\right) = 0$ en el punto $A(1,0)$.

Problema 13. Supongamos que la ecuación $y^2 + xz + z^2 - e^z - c = 0$ define c tal que f(0,e) = 2. Calcula las derivadas parciales $\frac{\partial f}{\partial x}$ y $\frac{\partial f}{\partial y}$ en el punto $(x, y) = (0, e)$.

Problema 14. Hallar el vector gradiente en los siguientes casos:
a) $f(x, y) = x^2 + y^2Sen(xy)$, b) $f(x, y, z) = x^2\,y^3\,z^4$, c) $f(x, y, z) = Ln(x^2 + 2y^2 - 3z^2)$

Problema 15. Calcular las derivadas direccionales de las funciones, en los puntos y direcciones dadas:
a) $f(x, y, z) = x^2 + 2\,y^2 - 3z^2$ en el punto $A(1, 1, 0)$ en la dirección $\vec{\imath} - \vec{\jmath} + 2\vec{k}$.
b) $f(x, y, z) = \left(\frac{x}{y}\right)^z$ en el punto $A(1, 1, 1)$ en la dirección $2\vec{\imath} + \vec{\jmath} - \vec{k}$.

Problema 16. Encontrar las derivadas direccionales de las siguientes funciones en los puntos indicados y en las direcciones que sean máximas:
a) $z = 4\,x^2 + 9\,y^2$ en $A(2, 1)$, b) $z = x^2 + xy + y^2$ en $A(1,- 1)$.

Problema 17. Hallar las ecuaciones del plano tangente a cada una de las superficies siguientes en los puntos que se indican.
a) $z = x^2 + y^2$ en $A(3, 4, 25)$, b) $xy + y + xz - 1 = 0$ en $A(2, 1, -1)$
c) $z = Sen(xy)$ en $A(1, \pi, 0)$, d) $x^2y^2 + xz - 2y^3 = 10$ en $A(2, 1, 4)$

Problema 18. Calcular los planos tangentes a la superficie $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 21$ que son paralelos al plano $x + 4y + 6z = 0$.