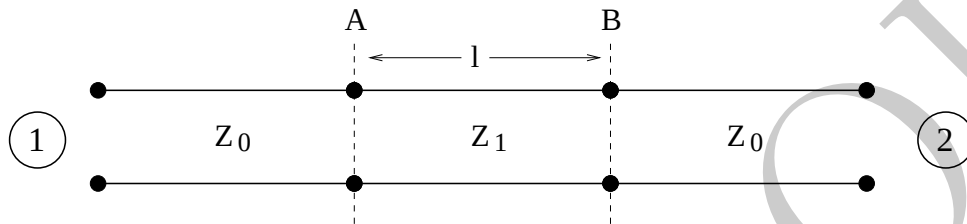


PARÁMETROS S

1. Considere un circuito de 2 puertos formado por dos tramos de línea de impedancia característica Z_0 conectados entre sí por un tramo de línea de impedancia característica $Z_1 \neq Z_0$ y longitud l .



Razone si es posible que $S_{ii}^{Z_0} = 0$ ($i = 1, 2$) para algún valor de l . En caso afirmativo indique el valor (o valores) de l para los que $S_{ii}^{Z_0} = 0$.

NOTA: Todas las líneas son sin pérdidas

2. Se ha caracterizado un tramo de línea de transmisión de impedancia característica $Z_c = 2Z_0$ rellena de un dieléctrico de $\epsilon_r = 2.24$ y con una longitud $\lambda/4$, siendo λ la longitud de onda en la línea a la frecuencia de trabajo, $f_0 = 2$ GHz.

Sabiendo que a la frecuencia de trabajo f_0 los módulos de los parámetros S_{11} y S_{21} referidos a Z_0 tienen los valores siguientes:

$$|S_{11}| = 0.5649$$

$$|S_{21}| = 0.7509$$

- a) Calcule la ganancia de potencia, $G_p(\text{dB})$, cuando en la puerta de entrada se conecta un generador de frecuencia f_0 , impedancia interna Z_0 y potencia disponible P_{dg} , y se carga la puerta de salida con $Z_L = Z_0$.
 - b) A partir de la definición de ganancia en potencia y utilizando los resultados del apartado anterior, obtenga la constante de atenuación de la línea.
-

3. ¿Pueden ser las pérdidas de inserción de un cuadripolo sin pérdidas diferentes de 0 dB? En caso afirmativo, ponga algún ejemplo y explíquelo.
-

4. Se ha obtenido la matriz de parámetros S de un cuadripolo referida a $Z_0 = 50\Omega$:

$$[S(Z_0)] = \begin{bmatrix} 0.5_{180^\circ} & 0.08_{30^\circ} \\ 2.5_{70^\circ} & 0.8_{-100^\circ} \end{bmatrix}$$

Se desea calcular la matriz de parámetros S de dicho cuadripolo referida a impedancias de referencia de entrada y salida $Z_{01} = 75\Omega$ y $Z_{02} = 100\Omega$, respectivamente.

¿Cual es el coeficiente S_{11} de la matriz de parámetros S del cuadripolo referida a las nuevas impedancias?

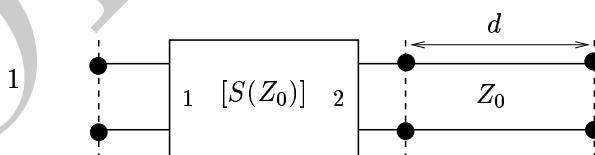
5. Considere la matriz siguiente de parámetros S de un cuadripolo referida a Z_0 :

$$[S(Z_0)] = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & j \\ -j & 1 \end{bmatrix}$$

- a) Determine si se trata de un circuito sin pérdidas.
b) En caso de que no se trate de un circuito sin pérdidas determine el carácter (activo o pasivo) del circuito.

NOTA: Para ello deberá considerar excitaciones en cuadratura, es decir, ondas de potencia a_1 y a_2 de igual módulo y desfasadas $\pm 90^\circ$. Obtenga el balance de potencia (potencia saliente del circuito menos potencia entrante al circuito) para los dos casos. A partir de los resultados obtenidos concluya sobre el carácter (activo o pasivo) del circuito.

6. Considere la matriz de parámetros S de un cuadripolo referida a Z_0 eligiendo unos determinados planos de referencia, $[S(Z_0)]$. Obtenga la nueva matriz de parámetros S referida a Z_0 , $[S'(Z_0)]$ si se aleja el plano de referencia de la puerta de salida la distancia d ($d = \lambda/2$, siendo λ la longitud de onda en la línea de acceso a la frecuencia de trabajo, f_0). Véase la Figura. La constante de atenuación de la línea de acceso es α (Np/m) a f_0 . Exprese los resultados en función de los valores de la matriz $[S(Z_0)]$ de partida, α y λ .



7. Considere una sección de línea de transmisión de impedancia característica Z_0 y constante de propagación $\gamma = \alpha + j\beta$ con un *stub* paralelo (de impedancia característica Z_c) acabado en cortocircuito tal y como se muestra en la Figura 1.

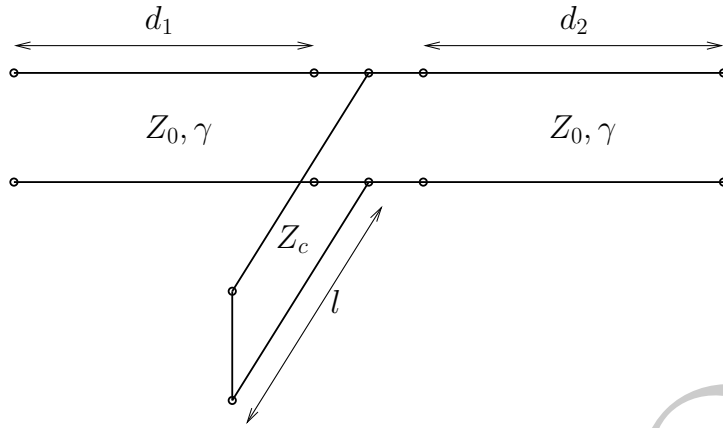


Figura 1

Calcule la matriz de parámetros S respecto a Z_0 de dicha estructura. Para ello, deberá seguir necesariamente los pasos siguientes:

- Obtener los parámetros S de una admitancia paralelo respecto a impedancias de referencia Z_0 en ambas puertas haciendo uso de la definición de las ondas de potencia en términos de voltaje y corriente.

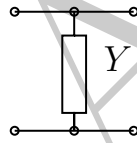


Figura 2

- A partir de los resultados del apartado anterior demostrar que los parámetros $S(Z_0)$ del circuito de la Figura 3 son

$$[S(Z_0)] = \frac{1}{2Y_0 - jY_c \cot(\beta_{\text{stub}}l)} \begin{bmatrix} jY_c \cot(\beta_{\text{stub}}l) & 2Y_0 \\ 2Y_0 & jY_c \cot(\beta_{\text{stub}}l) \end{bmatrix} \quad (1)$$

donde β_{stub} se refiere a la velocidad de fase en la línea que hace de *stub*, $Y_0 = 1/Z_0$, y $Y_c = 1/Z_c$.

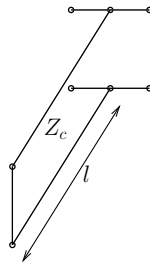


Figura 3

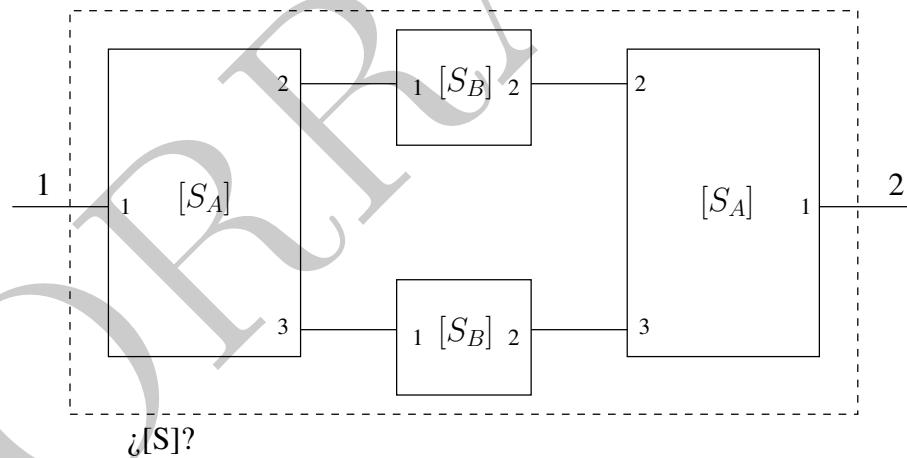
- c) Finalmente, a partir del resultado del apartado anterior obtener los parámetros $S(Z_0)$ de la estructura de la Figura 1.

NOTA: La línea del *stub* es sin pérdidas

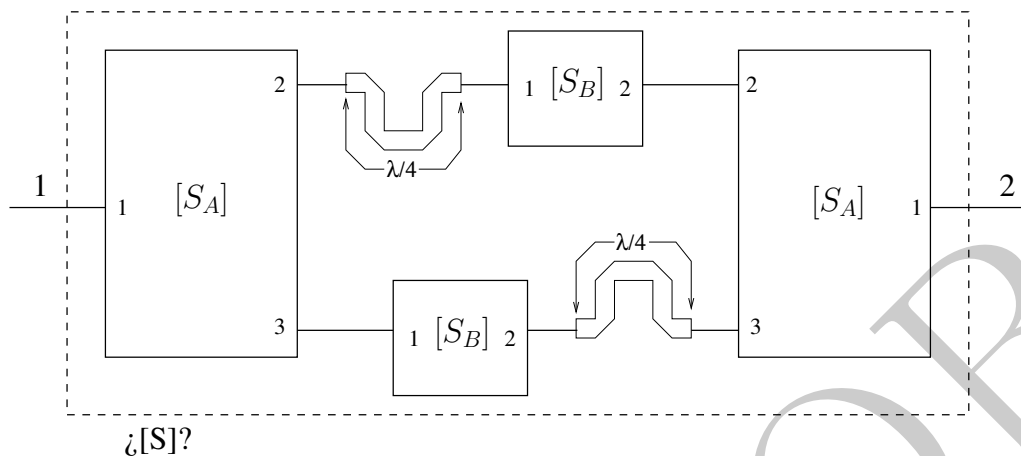
8. Considere las matrices de parámetros S (referidas a la impedancia Z_0) siguientes:

$$[S_A] = \frac{-j}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad [S_B] = \begin{bmatrix} 0.5j & 0 \\ 4 & 0.5j \end{bmatrix}$$

- a) Para cada una de las matrices de parámetros S anteriores, razone sobre los siguientes aspectos de los circuitos de microondas que representan:
- ¿Es un circuito recíproco?
 - ¿Es un circuito sin pérdidas (no disipativo)?
 - ¿Es un circuito pasivo?
- b) Calcule los parámetros S del circuito completo de la Figura que hace uso de los circuitos del apartado a. ¿De qué circuito se trata? ¿Qué ventajas y aplicaciones tiene la configuración de la figura?



- c) Considere el circuito anterior con el añadido de dos líneas de $\lambda/4$ según la Figura. Calcule los parámetros S del circuito completo. ¿Qué se consigue con las líneas de $\lambda/4$ añadidas?



9. Considere la siguiente matriz de parámetros de dispersión de una unión (circuito) de microondas de tres puertas.

$$[S(Z_0)] = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

- ¿Se trata de una red recíproca? ¿Sin pérdidas? ¿Pasiva? Justifique las respuestas.
- Considere de nuevo la red de la cuestión anterior, cargada en todos sus puertos con la impedancia de referencia Z_0 . Suponiendo una potencia incidente de 1 mW en el puerto 1, exprese en dBm los valores de las potencias salientes en todos los puertos.
- Considere otra vez la red anterior con las mismas condiciones de carga. Suponga que se excita el puerto 2 con una onda incidente a_2 de potencia 1 mW y el puerto 3 con otra onda $a_3 = 2a_2$. Calcular la potencia que fluye desde el puerto 1 (en dBm)

10. Considere un circuito (unión) de 3 accesos/puertas del que se conoce sus matriz de parámetros S referidos a la impedancia de referencia Z_0 , $[S(Z_0)]$:

$$[S(Z_0)] = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{j}{2} & -\frac{j\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{j}{2} & \frac{3}{4} & -\frac{\sqrt{3}}{4} \\ -\frac{j\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{4} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$$

a) ¿Se trata de una red recíproca? ¿Sin pérdidas? Justifique las respuestas.

b) Indique (con un dibujo) una posible realización de dicha unión en tecnología *microstrip*.

NOTA: No es necesario especificar valores numéricos de dimensiones, impedancias, etc. Sin embargo, el dibujo debe mostrar unas ciertas proporciones relativas.

c) Considere la unión cargada en su puerta 2 con un tramo de línea de transmisión con pérdidas ($\alpha = 0.1 \text{ Np/cm}$) de longitud $l = \lambda/2$ e impedancia característica Z_1 , terminado en una carga $Z_L = Z_2 \neq Z_1$. Los otros puertos se cargan con la impedancia de referencia Z_0 . Véase la Figura 1.

Calcule la potencia disipada en la carga $Z_L = Z_2$ para el caso particular de $Z_1 = 2Z_0$, $Z_2 = 3Z_0$ y potencia incidente de 1 W en la puerta 1. Considere una frecuencia de 1 GHz y $\lambda = \lambda_0$ en la línea (λ_0 denota la longitud de onda en el vacío).

Obtenga el resultado en función de coeficientes genéricos S_{ji} de la matriz de parámetros S de la unión. Se recomienda que obtenga el valor de la onda de potencia en la puerta 2, b_2 , en función de los datos y los S_{ji} del circuito. A partir de b_2 obtenga el valor de la potencia disipada en la carga $Z_L = Z_2$.

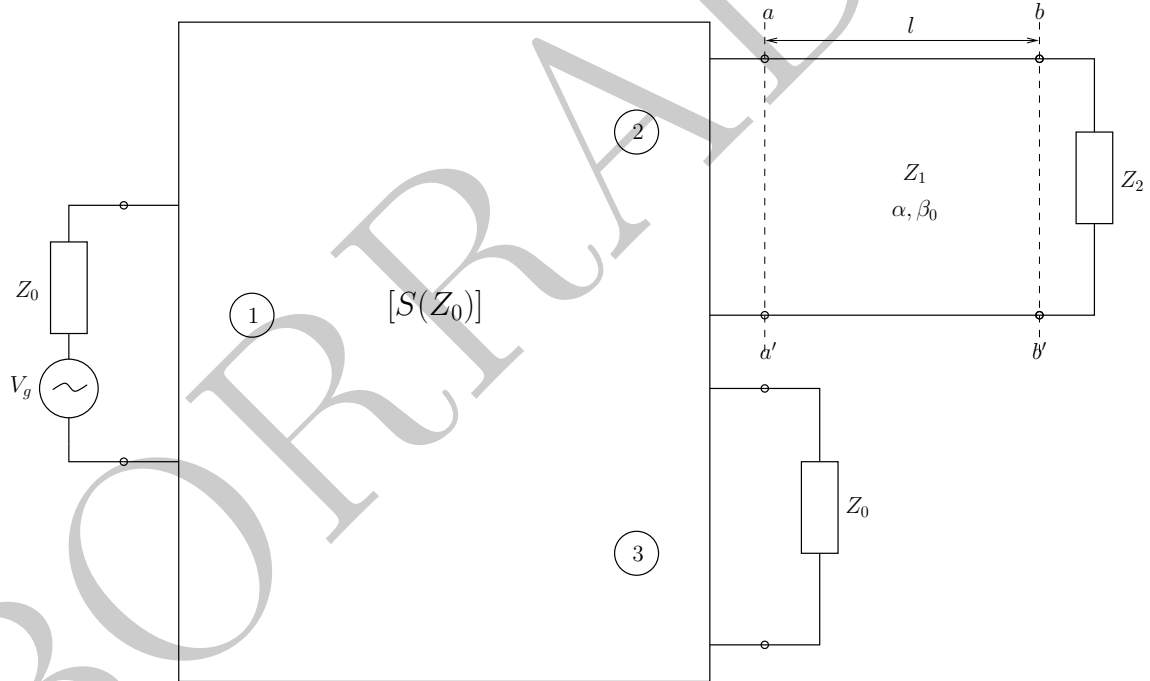


Figura 1.

11. Calcular la matriz de parámetros S de un transformador $\lambda/4$ sin pérdidas de impedancia característica Z_1 . Considere la misma impedancia de referencia Z_0 para ambos puertos

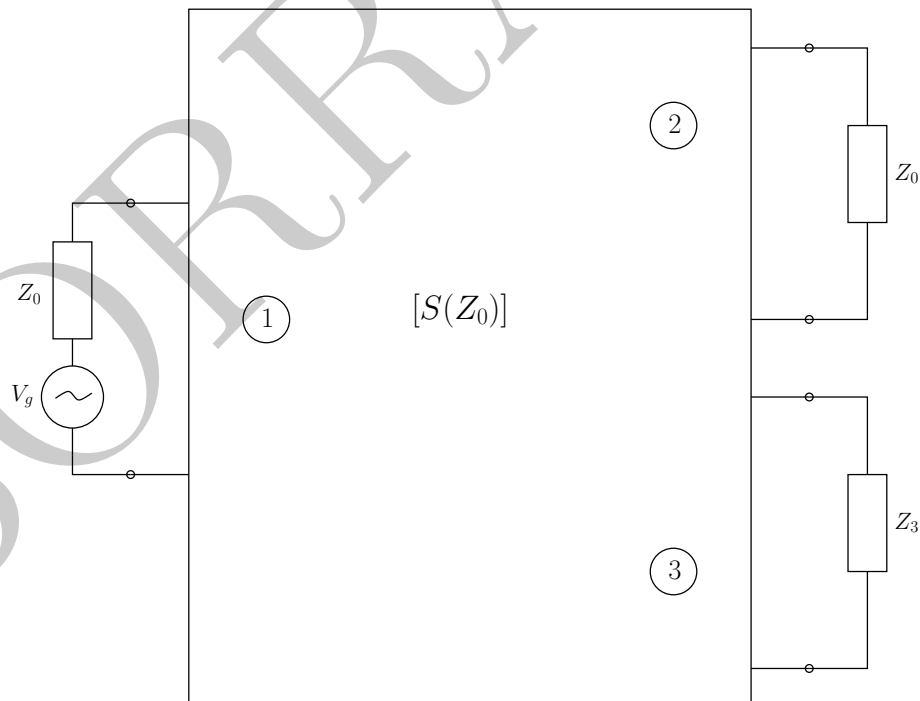
(en general $Z_0 \neq Z_1$). Compruebase que la matriz obtenida corresponde a una red sin pérdidas.

12. Considere un circuito (unión) de 3 accesos/puertas del que se conoce sus matriz de parámetros S referidos a la impedancia de referencia Z_0 , $[S(Z_0)]$:

$$[S(Z_0)] = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

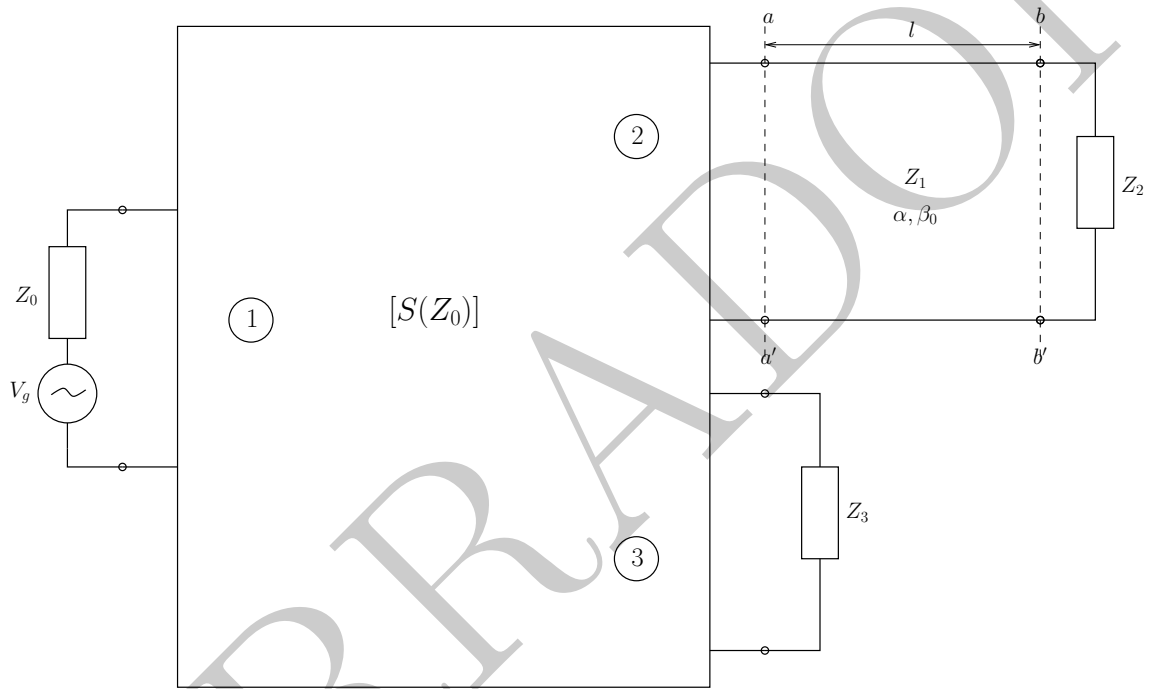
- a) ¿Se trata de una red recíproca? ¿Sin pérdidas? Justifique las respuestas.
- b) Indique (con un dibujo) una posible realización de dicha unión en tecnología *microstrip*.
 NOTA: No es necesario especificar valores numéricos de dimensiones, impedancias, etc. Sin embargo, el dibujo debe mostrar unas ciertas proporciones relativas.
- c) Considere la unión cargada de la siguiente forma. La puerta 3 tiene una impedancia $Z_3 = 2Z_0$ y la puerta 2 la impedancia Z_0 . La puerta 1 es excitada por un generador de impedancia interna Z_0 y potencia disponible de generador, P_{dg} , igual a 1 W.

En dichas condiciones, calcule la ganancia de trasducción entre la puerta 2 (cargada con Z_0) y la entrada (puerto 1).

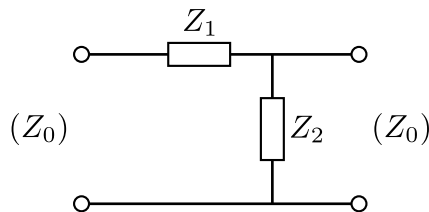


- d) Considere la unión excitada/cargada como en el apartado anterior pero con un tramo de línea de transmisión con pérdidas ($\alpha = 0.1 \text{ Np/cm}$) en la puerta 2. Considere el caso de tramo de línea de longitud $l = \lambda/2$ e impedancia característica $Z_1 = Z_0$ terminada en una carga $Z_2 = Z_0$.

En dichas condiciones, y a partir del resultado del apartado anterior, calcule la ganancia de trasducción entre la carga Z_0 al final del tramo de línea de transmisión y la entrada por el puerto 1. Considere una frecuencia de 2 GHz y $\lambda = \lambda_0$ en la línea (λ_0 denota la longitud de onda en el vacío).

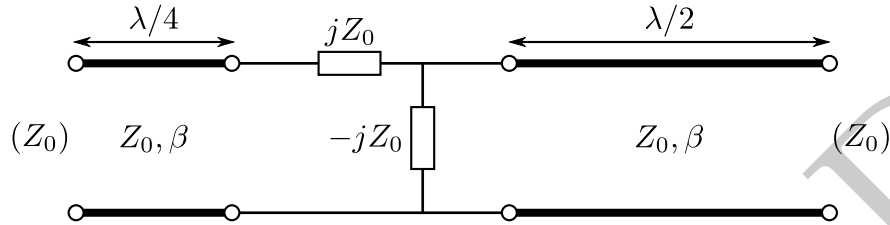


13. Considere la siguiente red formada por dos impedancias Z_1 y Z_2 .



- a) ¿Es recíproca? ¿Cuántos parámetros S diferentes son necesarios para describir por completo la red? Justifique sus respuestas.

- b) Calcule la matriz de parámetros S completa de la red. Considere la misma impedancia de referencia real Z_0 para ambos puertos.
- c) Calcule ahora la matriz de parámetros S de la red siguiente:



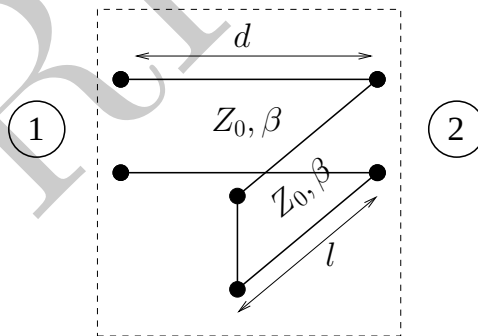
Si no ha respondido a la pregunta anterior considere una matriz de scattering genérica para la subred formada por las dos impedancias.

- d) Esta segunda red, ¿tiene pérdidas? Demuéstrelo utilizando la matriz $[S]$.

14. Demostrar que para una red sin pérdidas de 2 puertos se cumple:

- $|S_{11}| = |S_{22}|$
- $|S_{21}| = |S_{12}|$

15. Considere la red adaptadora de la figura formada por una sección de línea de transmisión y una sección terminada en cortocircuito cargando en paralelo a la primera, es decir, una red de tipo *simple stub*.



Obtenga los parámetros S (respecto a Z_0) de la red en función de las distancias d, l .

16. Considere la adaptación, mediante una red recíproca y sin pérdidas (red no disipativa), de una impedancia real $Z_L = 100 \Omega$ a $Z_0 = 50 \Omega$.

Responda a las siguientes preguntas:

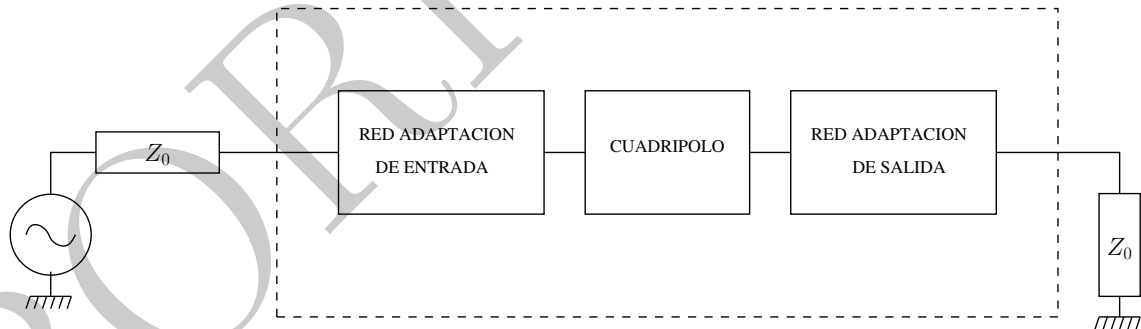
- Obtenga la forma de la matriz de parámetros S (respecto a Z_0) de las posibles redes de adaptación que pudieran implementarse y que cumplan los requisitos del enunciado.
- Particularice el proceso del apartado anterior al caso específico de red simétrica.
- Indique (con un esquema) una posible realización de red (en base a tramos/secciones de línea de transmisión) que cumpla las condiciones del enunciado para los casos de:
 - red de adaptación no simétrica
 - red de adaptación simétrica

17. Sobre el cuadripolo representado por

$$[S(Z_0)] = \begin{bmatrix} 0.5j & 0 \\ 4 & 0.5j \end{bmatrix}$$

responda a las siguientes preguntas:

- ¿Cual es la potencia entregada a una carga $Z_L = Z_0$ situada en el puerto 2 cuando se incide en el puerto 1 con una onda de potencia $a_1 = 2j$?
- ¿Se obtiene la máxima potencia en esta situación de carga? ¿Por qué?
- En caso que la respuesta anterior sea negativa, razone sobre la posibilidad de obtener la máxima potencia en Z_L mediante el uso de redes “de adaptación” sin pérdidas en entrada y salida conforme al esquema de la Figura. ¿Como diseñaría dichas redes? Es decir, ¿qué impedancias deberían adaptar/sintetizar dichas redes? Dibuje los esquemas de las redes de adaptación de entrada y salida en base a redes de tipo *simple stub* con líneas de impedancia característica Z_0 .



- Obtenga los valores que definen la red *simple stub* para el caso de la red de adaptación de salida.

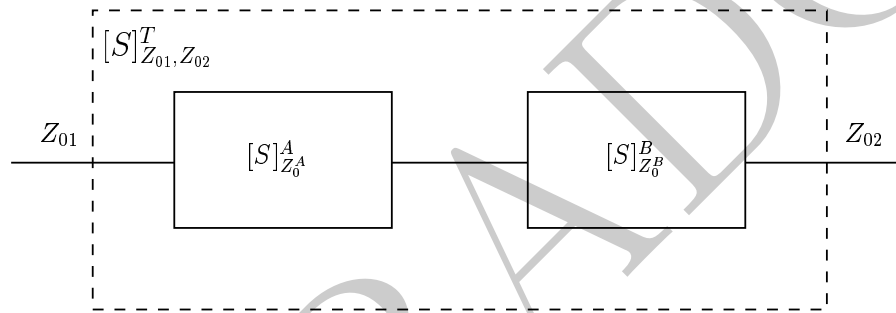
NOTA: Considere una adaptación desde $Z = (0.6 + 0.8j)Z_0$ a Z_0 en el caso de desconocer la carga que debe ver el cuadripolo a su salida para máxima potencia a la carga.

Ejercicios no resueltos

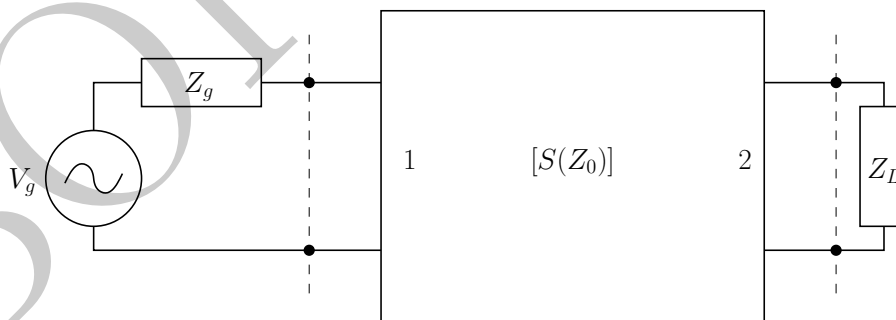
18. Se ha calculado la matriz de parámetros S de un cuadripolo referida a Z_0 , $[S(Z_0)]$, y se ha obtenido un valor del parámetro S_{11} igual a 0.2. ¿Cuánto vale el parámetro S'_{11} si se toma como impedancia de referencia en la puerta de entrada $Z'_0 = 2.5Z_0$, manteniendo una impedancia de referencia de valor Z_0 en la puerta de salida?

19. Considere un cuadripolo formado por las redes A y B conectadas en cascada. Las redes A y B se han caracterizado por sus parámetros S que han sido medidos utilizando impedancias de referencia Z_0^A y Z_0^B para las redes A y B, respectivamente.

Obtenga los coeficientes S_{11} y S_{22} de la matriz de parámetros S del cuadripolo total referidos a impedancias de referencia de entrada y salida Z_{01} y Z_{02} , respectivamente.



20. La figura representa un cuadripolo del que se conocen sus parámetros S referidos a Z_0 conectado a una carga Z_L y un generador (de amplitud V_g e impedancia interna $Z_g = Z_0$). Exprese en función de dichos parámetros:



- Potencia entregada a $Z_L = Z_0$.
- ¿Se obtiene la máxima potencia posible en esta situación?

- c) Si la respuesta en a es negativa, calcule la ganancia de transducción y la impedancia de carga que hace máxima dicha potencia.
- d) Si se tuviera $S_{12} = 0$, ¿cuál sería la ganancia de transducción si se adapta la entrada del cuadripolo con una red sin pérdidas y se mantiene la ZL óptima?

21. Considere la red adaptadora de la figura 1 formada por una sección de línea de transmisión de longitud eléctrica $\lambda/4$ e impedancia característica Z_1 . A dicha red se le conoce como “transformador $\lambda/4$ ”.

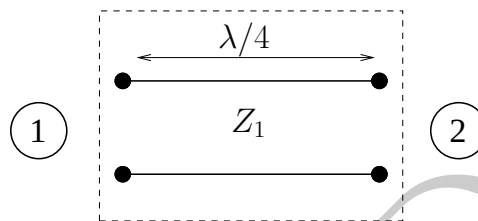


Figura 1

Se pide:

- a) Razone sobre los siguientes aspectos de la red adaptadora $\lambda/4$:
- ¿Es una red recíproca?
 - ¿Es una red simétrica?
 - ¿Es una red sin pérdidas (no disipativa)?
- b) En base a las respuestas anteriores, y sabiendo que la red ha sido diseñada para adaptar $Z_L = 100 \Omega$ a $Z_0 = 50 \Omega$ (ver figura 2), indicar la matriz de parámetros S respecto a Z_0 . Justifique la respuesta.

NOTA: No se trata de calcular de forma rigurosa (en base a la definición de ondas de potencia en términos de voltaje-corriente) la matriz $[S]$ del transformador $\lambda/4$ sino en razonar cómo deben ser los S_{ij} en base a las propiedades del circuito.

22. Considere la red adaptadora sin pérdidas de la figura con $Z_L = 2 Z_0$ (Z_0 real).



Indique el valor de $S_{11}(Z_0)$ de la red adaptadora. Justifique la respuesta.

23. Calcule los parámetros S (respecto a la impedancia de referencia Z_0) de la red reactiva de la figura,

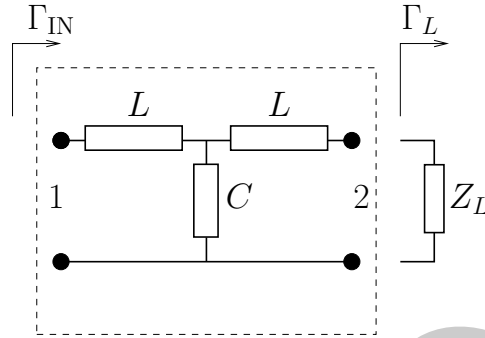
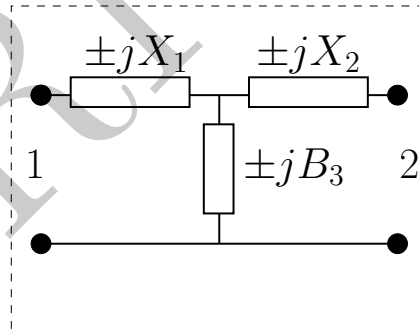


Figura 1

en el que se ha medido el coeficiente de reflexión a la entrada (respecto a la impedancia de referencia Z_0), Γ_{IN} , en condiciones de adaptación ($\Gamma_L = 0$):

$$\Gamma_L = 0 \Rightarrow \Gamma_{IN} = 0.3 + j0.9$$

24. Un cuadripolo que se quiere medir se ha modelado mediante una red en T como muestra la figura siguiente. Se sabe que las tres impedancias $Z_1 = \pm jX_1$, $Z_2 = \pm jX_2$, $Z_3 = \pm 1/jB_3$ son diferentes y, obviamente, imaginarias puras.



- Determine de forma analítica, en función de los valores de Z_i , los parámetros S_{11} y S_{21} de la matriz de parámetros S (caracterizada respecto a una impedancia de referencia Z_0).
- Justifique si la red anterior es simétrica, recíproca y sin pérdidas.
- Se conecta el dispositivo al medidor mediante dos cables de longitud 10 cm e impedancia característica Z_0 , ¿cuánto varía la amplitud de los parámetros S anteriormente determinados?

25. Calcule los parámetros S (respecto a la impedancia de referencia Z_0) de la red de la figura,

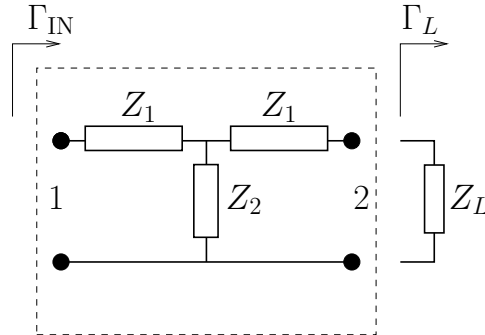


Figura 1

en el que se ha medido el coeficiente de reflexión a la entrada (respecto a la impedancia de referencia Z_0), Γ_{IN} , con dos impedancias de carga (coeficientes de reflexión Γ_L) diferentes:

$$\Gamma_L = 0 \Rightarrow \Gamma_{IN} = 0.56 \angle -138.2^\circ$$

$$\Gamma_L = 1 \Rightarrow \Gamma_{IN} = 1 \angle -125.9^\circ$$

26. Considere un circuito de tres puertos recíproco y sin pérdidas.

- Demuestre que el circuito no puede tener adaptadas simultáneamente todas sus puertos, $S_{ii} = 0, i = 1 \dots 3$.
- Demuestre que si el circuito tiene dos de sus puertos adaptados (por ejemplo, $S_{11} = S_{22} = 0$), el tercer puerto está completamente desacoplado/aislado de los dos primeros ($S_{13} = S_{23} = 0$).

NOTA: Cuando se da la circunstancia de desacoplo de un puerto (o varios) del resto se habla de una unión (circuito) degenerada.

- Enuncie a modo de corollario las conclusiones prácticas que se pueden extraer de las demostraciones anteriores.

Por ejemplo: el diseño de un circuito de microondas que conste únicamente de tramos de líneas de transmisión debe renunciar al objetivo de adaptación simultánea de todas sus puertos.

COLECCIÓN DE PROBLEMAS DE MICROONDAS

Luis E. García Castillo
Daniel Segovia Vargas
Alejandro García Lampérez
