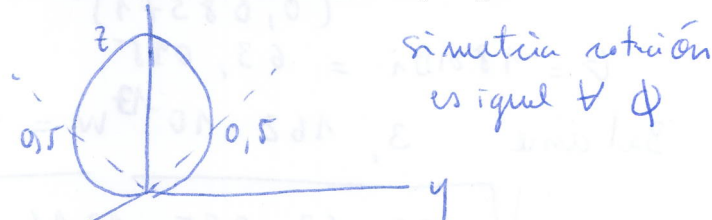


Nombre alumno:

1. Considere una antena que únicamente radia en el semiplano superior del espacio con un diagrama dado por $r(\theta) = \cos^2 \theta$. Dibuje aproximadamente su diagrama en polares (en 3D o eligiendo un plano representativo), indicando la dirección de máxima radiación y sus simetrías si las tiene. Calcule su directividad y su ganancia en dBs considerando una eficiencia total del 78% (1 pto)

$$r = \cos^2 \theta \quad \left\{ \begin{array}{l} 0 \leq \theta \leq \pi/2 \\ 0 \leq \phi \leq 2\pi \end{array} \right.$$



$$\begin{aligned} \Omega_A &= \iint \cos^2 \theta \sin \theta \, d\theta \, d\phi = \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi/2} \cos^2 \theta \sin \theta \, d\theta \\ &= \int_0^{2\pi} d\phi \left[-\frac{\cos^3 \theta}{3} \right]_0^{\pi/2} = 2\pi \cdot \frac{1}{3} = \frac{2\pi}{3} \text{ [sr]} \end{aligned}$$

$$D = \frac{4\pi}{\Omega_A} = \frac{4\pi}{2\pi/3} = 6$$

$$G = e D = 0,78 \cdot 6 = 4,68$$

$$G = 10 \log_{10} 4,68 = 6,7 \text{ dB}$$

2. Describa los diferentes parámetros que se utilizan en los pasos intermedios (indicando sus unidades) para el cálculo del diagrama de radiación a partir del campo radiado por una antena como el presentado abajo. Calcule el ancho de haz a -3dB para la antena y represente el diagrama en los tres planos principales (1.5 pts)

$$\vec{E}(r, \theta, \phi) = (1 + \cos \theta) \frac{e^{-jkr}}{r} \hat{\theta} \quad (1)$$

$$\langle \bar{S} \rangle = \frac{|\vec{E}|^2}{2\eta} \hat{r} \left[\frac{W}{m^2} \right] \text{ Poynting}$$

intensidad de radiación

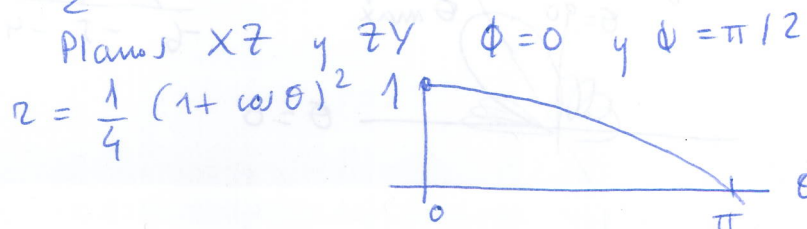
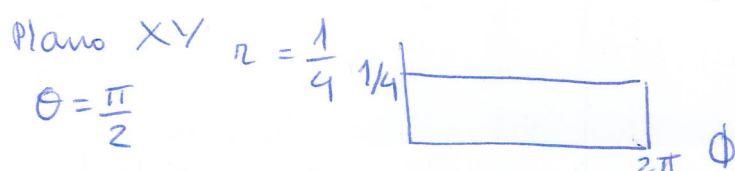
$$\begin{aligned} V(\theta, \phi) &= r^2 \langle \bar{S} \rangle = \frac{1}{2\eta} [|E_\theta|^2 + |E_\phi|^2] \\ &= \frac{(1 + \cos \theta)^2}{2\eta} [W] \end{aligned}$$

$$V_{\max} (\theta=0) = \frac{4}{2\eta}$$

diagrama de radiación

$$r(\theta, \phi) = \frac{V(\theta, \phi)}{V_{\max}} = \frac{(1 + \cos \theta)^2}{4} \text{ adimensional.}$$

Ancho a -3dB $\frac{(1 + \cos \theta)^2}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_{3dB} = 65,5^\circ \quad BW_{3dB} = 131^\circ$



$$\lambda_0 = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{3,5 \cdot 10^9} = 0,0857 \approx 8,57 \text{ cm}$$

$$A_{\text{ant}} = \pi r^2 = 3,14 \cdot 0,65^2 = 1,327 \text{ m}^2$$

3. Considere una antena de tipo reflector parabólico para operar un radioenlace a $f = 3.5 \text{ GHz}$ de cuya eficiencia de apertura se estima en un 58%. Obtenga su directividad si el radio de la superficie máxima circular del mismo es de 0.65 m. Si el radioenlace va a estar diseñado en el otro extremo mediante una antena de ganancia 18dBi y el nivel mínimo de potencia que se puede procesar en el receptor es de -95dBm, calcule el alcance máximo que podría tener el enlace asumiendo que el reflector no tiene pérdidas y se alimenta con 100W, que las antenas están alineadas y que la eficiencia de polarización es máxima. (1.5 pts)

$$A_{\text{ant}} \text{ efectiva} = 0,58 \cdot 1,327 = 0,7698 \text{ m}^2 \quad A_{\text{max}} = \frac{\lambda^2}{4\pi} D_{\text{max}}$$

$$D_{\text{max}} = \frac{0,7698 \cdot 4\pi}{(0,08571)^2} \approx 1316,89 \Rightarrow 31,2 \text{ dB}$$

$$G = 18 \text{ dBi} = 63,095 \quad 10^{-\frac{95}{10}} = 3,162 \cdot 10^{-10} \text{ mW}$$

$$\text{Balance} \quad 3,162 \cdot 10^{-13} \text{ W} = 100 \text{ W} \cdot 63,095 \cdot 1316,89 \cdot \left(\frac{1}{4\pi R}\right)^2$$

$$R = \sqrt{\frac{100 \cdot 63,095 \cdot 1316,89 (0,08571)^2}{(4\pi)^2 \cdot 3,162 \cdot 10^{-13}}} = 34963,34 \text{ km}$$

$$R \approx 35 \text{ km} \quad 35000 \text{ km}$$

máxima distancia a la que tenemos esa potencia.

4. Describa las características principales, tanto las que tienen en común como las que diferencian, el campo radiado por una antena en la aproximación de campo lejano y las ondas planas. (1 pto)

ondas esféricas en la aproximación de campo lejano comparten con las ondas planas.

$\vec{E} \times \vec{H} \Rightarrow \hat{r}$ son transversales.

$\vec{E}$ y $\vec{H}$ en una diadura espacial y en fase.

polarización se definen en

ondas planas son uniformes, se atenúan con las pérdidas.

ondas esféricas caen en amplitud como $\sim \frac{1}{r}$ potencia $\frac{1}{r^2}$

5. Una antena de onda progresiva está recorrida por la siguiente corriente $\vec{I} = I_0 e^{-j\frac{\pi}{3}x} \hat{z}$. Si dicha antena tiene una longitud de $L = 5\lambda$, cuantos lóbulos tiene en su diagrama. Dibuje de forma aproximada su diagrama de radiación indicando la dirección de máxima radiación en grados. (1 pto)

Diagrama en el caso de una antena de onda progresiva de longitud L y excitación de fase β es:

$$r(\theta, \phi) = \left(\frac{\sin u}{u}\right)^2 (\sin \theta)^2 \text{ con } u = k \frac{L}{2} \left(\cos \theta - \frac{\beta}{k}\right)$$

$$\beta = \frac{\pi}{3\lambda} = \frac{1}{6}k \quad u = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{L}{2} \left(\cos \theta - \frac{1}{6}\right) \Rightarrow \theta_{\text{max}} = 80,4^\circ$$

$$\cos \theta_{\text{max}} = \frac{1}{6}$$

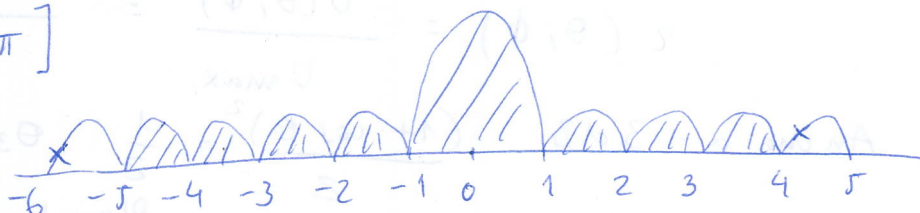
$$\theta \in [0, \pi] \Rightarrow u = \left[-\frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{5\lambda}{2} \cdot \frac{7}{6}, \dots, \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{5\lambda}{2} \cdot \frac{5}{6}\right]$$

$$u \in [-5,8\pi, \dots, 4,16\pi]$$

8 lóbulos (completos)

$\theta = 90^\circ$

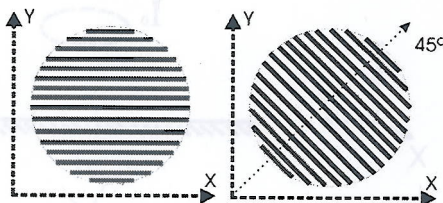
$\theta = 0$



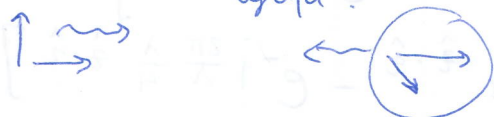
6. Considere el sistema mostrado en la figura inferior (izquierda) un polarizador ideal que está formado por un conjunto de tiras metálicas impresas sobre una placa de fibra de vidrio circular. Argumente en términos de condiciones de contorno qué tipo de comportamiento tiene dicho sistema considerando que una onda plana incide sobre el mismo según sea la polarización del campo vertical u horizontal. Describa de nuevo la situación si el polarizador está rotado 45° como muestra la figura inferior (derecha). (1 pto)

condición de contorno
PEC

$$E_t = 0$$



Para el campo vertical
el campo horizontal se
reflexa.



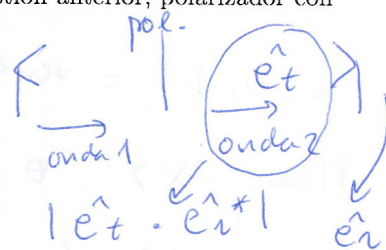
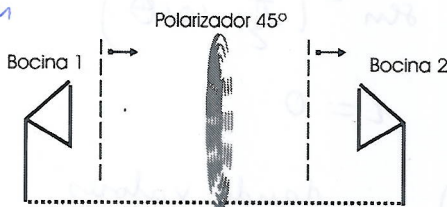
se proyecta a 45°
para la mitad en potencia.

$$E_T = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\hat{x} + \hat{y}}{\sqrt{2}}$$



7. Considere el experimento que se muestra en la figura inferior que consiste en un balance de enlace a una frecuencia de $f_0 = 10\text{GHz}$ entre dos bocinas idénticas de directividad 12dBi y eficiencia de radiación del 88%. Ambas bocinas se sitúan a 2 m de distancia, están perfectamente adaptadas y trabajan en su modo fundamental con polarización completamente vertical. Entre las dos bocinas se sitúa un polarizador ideal como el descrito en la cuestión anterior. Asumimos que dicho polarizador está en la zona de campo lejano de ambas bocinas y puede considerarse que únicamente actúa sobre la polarización del campo de la onda incidente produciendo la polarización de la transmitida pero sin afectar a las pérdidas. Si la antena 1 se alimenta con 2W de potencia, calcule la potencia recibida en W en los dos casos descritos en la figura de la cuestión anterior; polarizador con las tiras metálicas horizontales y el mismo rotado 45° (1.5 pts)

Para la mitad $\frac{1}{\sqrt{2}}$ y con
pol. $\frac{\hat{x} + \hat{y}}{\sqrt{2}}$ y se recibe
con vertical



$$P_2 = P_t \cdot e \cdot D \left(\frac{\lambda_0}{4\pi d} \right)^2 D \cdot e |\hat{e}_t \cdot \hat{e}_r^*|^2$$

caso 1 $|\hat{e}_t^{\text{onda 1}} \cdot \hat{e}_r^*|^2 = 1$

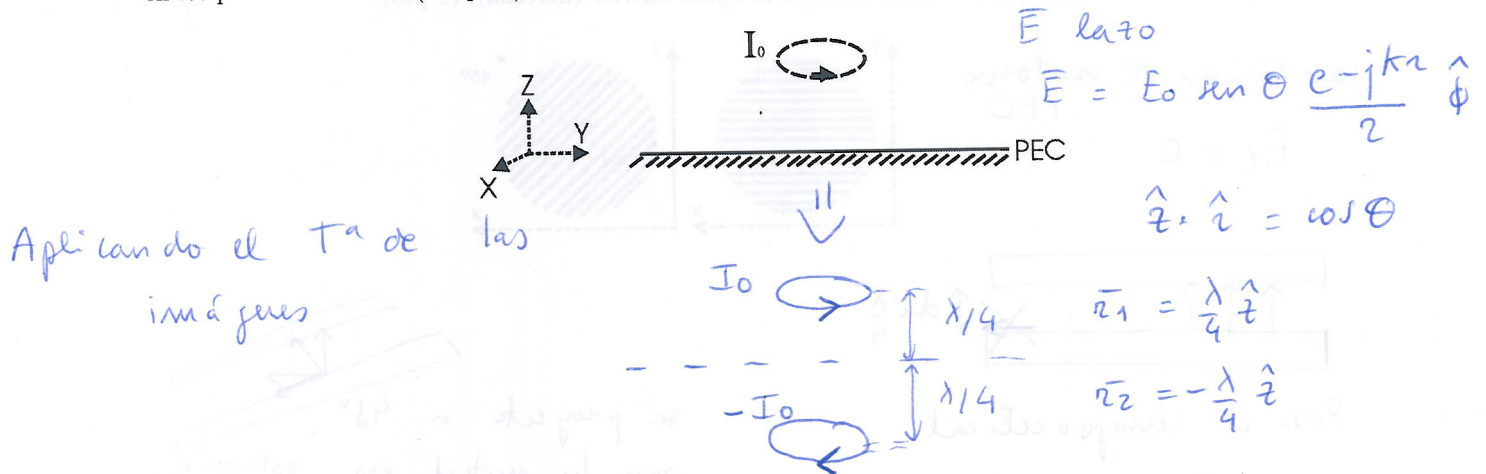
$$P_{21} = 2 \cdot (0,88)^2 \cdot (15,85)^2 \left(\frac{0,03}{4\pi \cdot 2} \right)^2 \cdot 1 = 5,544 \cdot 10^{-4} \text{ W} \quad -32,6 \text{ dB}$$

caso 2 $|\hat{e}_t^{\text{onda 2}} \cdot \hat{e}_r^*|^2 = \left| \frac{1\hat{x} + \hat{y}}{\sqrt{2}} \cdot \hat{y} \right|^2 = \left| \frac{1}{2} \right|^2 = \frac{1}{4}$

$$P_{22} = P_{21} \cdot |\hat{e}_t \cdot \hat{e}_r^*|^2 = \frac{P_{21}}{4} = 1,386 \cdot 10^{-4} \text{ W}$$

en dB $P_{22} = \underset{\substack{\uparrow \\ 2\text{W}}}{3} - 0,56 + 12 - 58,5 + 12 - 0,56 - 6 = -38,62 \text{ dB} \rightarrow 1,374 \cdot 10^{-4} \text{ W}$ pol

8. Considere un lazo infinitesimal de corriente I_0 orientado según el eje $\hat{z}$, como el mostrado en la figura, que se sitúa sobre un plano de masa conductor perfecto ($z=0$) a una distancia de $\lambda/4$. Obtenga el campo $\vec{E}$ radiado por dicha configuración y el diagrama de radiación del conjunto. Represente el diagrama de radiación obtenido en los planos XY e YZ. (1.5 pts)



$$\vec{E}_{\text{total}} = E_0 \sin \theta \frac{e^{-jkz}}{z} \hat{\phi} \left[e^{jk\vec{r}_1 \cdot \hat{z}} - e^{jk\vec{r}_2 \cdot \hat{z}} \right]$$

$$\left[e^{+j\frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{4} \hat{z} \cdot \hat{z}} - e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{4} \hat{z} \cdot \hat{z}} \right]$$

$$= E_0 \sin \theta \frac{e^{-jkz}}{z} \hat{\phi} \left[+2j \sin \left(\frac{\pi}{2} \cos \theta \right) \right]$$

$$|E|^2 = E_0^2 \sin^2 \theta \cdot 4 \sin^2 \left(\frac{\pi}{2} \cos \theta \right)$$

$$r(\theta, \phi) = \sin^2 \theta \sin^2 \left(\frac{\pi}{2} \cos \theta \right)$$

Plano XY $\theta = \frac{\pi}{2}$ $r = 0$

Plano YZ (y XZ) dando valores

$$\phi = \frac{\pi}{2}$$

max en $51,7^\circ$ $r=1$

θ	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
r	0	0,07	0,27	0,57	0,85	0,99	0,89	0,54	0,17	0

