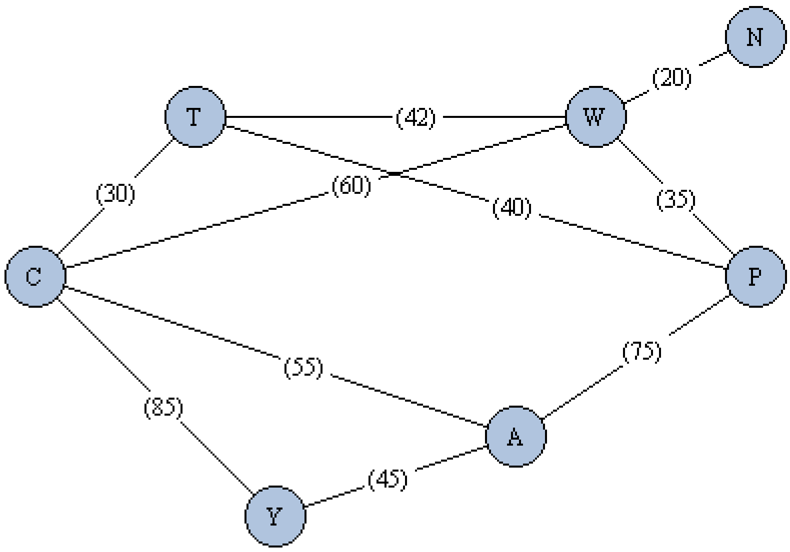
17.- El siguiente grafo representa un mapa de carreteras. Encontrar la distancia mínima y un camino de longitud mínima entre distintas ciudades.



Ruta de distancia mínima de N a C

Paso 0: $S_0 = \varnothing$, $L_0(N) = 0$, $C_0(N) = \varnothing$, $L_0(\text{los demás}) = \infty$, $C_0(\text{los demás}) = \varnothing$,

Paso 1: $S_1 = \{C\}$,
$L_1(V) = \min \{ L_0(V), L_0(C) + w(C,V) \}$
$L_1(T) = \min \{ L_0(T), L_0(C) + w(C,T) \} = \min \{\infty, 30\} = 30$, etiqueta de T: 30(C)
$L_1(W) = \min \{ L_0(W), L_0(C) + w(C,W) \} = \min \{\infty, 60\} = 60$, etiqueta de W: 60(C)
$L_1(A) = \min \{ L_0(A), L_0(C) + w(C,A) \} = \min \{\infty, 55\} = 55$, etiqueta de A: 55(C)
$L_1(Y) = \min \{ L_0(Y), L_0(C) + w(C,Y) \} = \min \{\infty, 85\} = 85$, etiqueta de Y: 85(C)
$L_1(P) = L_1(N) = L_1(W) = \infty$
Se elige un vértice con etiquetado mínimo, en este caso T

Paso 2: $S_2 = \{C, T\}$,
$L_2(V) = \min \{ L_1(V), L_1(T) + w(T,V) \}$
$L_2(W) = \min \{ L_1(W), L_1(T) + w(T,W) \} = \min \{60, 30+42\} = 60$, etiqueta de W: 60(C)
$L_2(A) = \min \{ L_1(A), L_1(T) + w(T,A) \} = \min \{55, 30+\infty\} = 55$, etiqueta de A: 55(C)
$L_2(Y) = \min \{ L_1(Y), L_1(T) + w(T,Y) \} = \min \{85, 30+\infty\} = 85$, etiqueta de Y: 85(C)
$L_2(P) = \min \{ L_1(P), L_1(T) + w(T,P) \} = \min \{\infty, 30+40\} = 70$, etiqueta de P: 70(C,T)
$L_2(N) = \infty$
Se elige un vértice con etiquetado mínimo, en este caso A

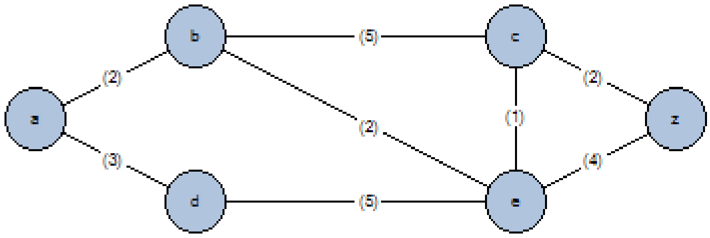
Paso 3: $S_2 = \{C, T, A\}$,
$L_3(V) = \min \{ L_2(V), L_2(A) + w(A,V) \}$
$L_3(W) = \min \{ L_2(W), L_2(A) + w(A,W) \} = \min \{60, 55+\infty\} = 60$, etiqueta de W: 60(C)
$L_3(Y) = \min \{ L_2(Y), L_2(A) + w(A,Y) \} = \min \{85, 55+45\} = 85$, etiqueta de Y: 85(C)
$L_3(P) = \min \{ L_2(P), L_2(A) + w(A,P) \} = \min \{70, 55+75\} = 70$, etiqueta de P: 70(C,T)
$L_3(N) = \infty$
Se elige un vértice con etiquetado mínimo, en este caso W

Paso 4: $S_4 = \{C, T, A, W\}$,
$L_4(V) = \text{mín}\ \{ L_3(V), L_3(W) + w(W,V) \}$
$L_4(Y) = \text{mín}\ \{ L_3(Y), L_3(W) + w(W,Y) \} = \min \{85, 60+\infty\} = 85$, etiqueta de Y: 85(C)
$L_4(P) = \text{mín}\ \{ L_3(P), L_3(W) + w(W,P) \} = \min \{70,60+35\}=70$, etiqueta de P: 70(C,T)
$L_4(N) = \text{mín}\ \{ L_3(N), L_3(W) + w(W,N) \} = \min \{\infty,60+20\}=80$, etiqueta de P: 80(C,W)
Se elige un vértice con etiquetado mínimo, en este caso P

Paso 5: $S_5 = \{C, T, A, W, P\}$,
$L_5(V) = \text{mín}\ \{ L_4(V), L_4(P) + w(P,V) \}$
$L_5(Y) = \text{mín}\ \{ L_4(Y), L_4(P) + w(P,Y) \} = \min \{85, 70+\infty\} = 85$, etiqueta de Y: 85(C)
$L_5(N) = \text{mín}\ \{ L_4(N), L_4(P) + w(P,N) \} = \min \{80,70+ \infty \}=80$, etiqueta de N: 80(C,W)
Se elige un vértice con etiquetado mínimo, en este caso N

Paso 6: $S_6 = \{C, T, A, W, P, N\}$
Al incluir N en el conjunto distinguido de vértices el algoritmo termina.
El camino a seguir viene dado por la etiqueta de N: 80(C, T)
El camino mínimo se obtiene siguiendo las aristas C-W-N y su longitud es 80

16.- Para el grafo ponderado de la siguiente figura encontrar, utilizando el algoritmo de Dijkstra, la distancia mínima entre el vértice entre a y z y un camino de longitud mínima entre a y z.



Ruta de distancia mínima de *a* a *z*

Paso 0: $S_0 = \varnothing$, $L_0(a) = 0$, $C_0(a) = \varnothing$, $L_0(\text{los demás}) = \infty$, $C_0(\text{los demás}) = \varnothing$,

Paso 1: $S_1 = \{a\}$,
$L_1(v) = \text{mín } \{ L_0(v), L_0(a) + w(a,v) \}$
$L_1(b) = \text{mín } \{ L_0(b), L_0(a) + w(a,b) \} = \min \{\infty, 2\} = 2$,etiqueta de b: 2(a)
$L_1(d) = \text{mín } \{ L_0(e), L_0(a) + w(a,d) \} = \min \{\infty, 3\} = 3$, etiqueta de e: 3(a)
$L_1(c) = \text{mín } \{ L_0(c), L_0(a) + w(a,c) \} = \min \{\infty, \infty\} = \infty$,
$L_1(c) = L_1(e) = L_1(z) = \infty$ Se elige un vértice con etiquetado mínimo, en este caso b

Paso 2: $S_2 = \{a, b\}$,
$L_2(v) = \text{mín } \{ L_1(v), L_1(b) + w(b,v) \}$
$L_2(c) = \text{mín } \{ L_1(c), L_1(b) + w(b,c) \} = \min \{\infty, 2+5\} = 7$, etiqueta de c: 7(a,b)
(el mínimo se obtiene pasando por b, añadir b al camino mínimo fijado anteriormente)
$L_2(e) = \text{mín } \{ L_1(e), L_1(b) + w(b,e) \} = \min \{\infty, 2+2\} = 4$, etiqueta de e: 4(a,b)
(el mínimo se obtiene pasando por b, añadir b al camino mínimo fijado anteriormente)
$L_2(d) = \text{mín } \{ L_1(d), L_1(b) + w(b,d) \} = \min \{3, 2+\infty\} = 3$, etiqueta de d: 3(a)
(el mínimo se obtiene con el camino anterior)
$L_2(z) = \text{mín } \{ L_1(z), L_1(b) + w(b,z) \} = \min \{\infty, 2+\infty\} = \infty$
Se elige un vértice con etiquetado mínimo, en este caso d

Paso 3: $S_2 = \{a, b, d\}$,
$L_3(v) = \text{mín } \{ L_2(v), L_2(d) + w(d,v) \}$
$L_3(c) = \text{mín } \{ L_2(c), L_2(d) + w(d,c)\} = \min \{7, 3+\infty\} = 7$, etiqueta de c: 7(a,b)
(camino anterior)
$L_3(e) = \text{mín } \{ L_2(e), L_2(d) + w(d,e) \} = \min \{4, 3+5\} = 4$, etiqueta de e: 4(a,b)
(camino anterior)
$L_3(z) = \text{mín } \{ L_2(z), L_2(d) + w(d,z) \} = \min \{\infty, 3+\infty\} = \infty$,
Se elige un vértice con etiquetado mínimo, en este caso e

Paso 4: S_4= {a, b, d, e},
$L_4(v) =$ mín { $L_3(v)$, $L_3(e) + w(e,v)$ }
$L_4(c) =$ mín { $L_3(c)$, $L_3(e) + w(e,c)$ } = min {7, 4+1} = 5, etiqueta de c: 5(a,b,e)
(el mínimo se obtiene pasando por e, añadir e al camino mínimo fijado anteriormente)
$L_4(z) =$ mín { $L_3(z)$, $L_3(e) + w(e,z)$ } = min {∞,4+4}=8, etiqueta de z: 8(a,b,e),
(el mínimo se obtiene pasando por e, añadir e al camino mínimo fijado anteriormente)

Se elige un vértice con etiquetado mínimo, en este caso c

Paso 5: S_5= {a, b, d, e, c},
$L_5(v) =$ mín { $L_4(v)$, $L_4(c) + w(c,v)$ }
$L_5(z) =$ mín { $L_4(z)$, $L_4(c) + w(c,z)$ } = min {8, 5+2} = 7, etiqueta de z: 7(a,b,e,c)

Se elige un vértice con etiquetado mínimo, en este caso z.
S_6= { a, b, d, e, c, z}

Al incluir z en el conjunto distinguido de vértices el algoritmo termina.
El camino a seguir viene dado por la etiqueta de z: 7(a,b,e,c)
El camino mínimo se obtiene siguiendo las aristas a-b-f-e-c-z y su longitud es 7

Observación: el camino mínimo de a hasta e terminaría en el paso 3, la etiqueta de g al añadirlo al conjunto distinguido es 4(a,b), el camino mínimo de a hasta e tiene longitud 4 y es a-b-e