Teoría FEE.pdf

Teoría

1º Fundamentos de Electricidad y Electrónica

Grado en Ingeniería Informática

Facultad de Informática
Universidad Complutense de Madrid

Parte I

1. Campo eléctrico. Corriente eléctrica
2. Campo magnético y ondas electromagnéticas.
3. Circuitos eléctricos

IRON
HACK

¿Harto de chapar algo que **no te renta?**

Olvida tus apuntes este verano
y ponte a programar

Si no encuentras tu crush, por lo menos
dedícate a algo que te guste.

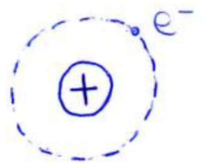
http://bit.ly/necesitouncambio

Tema 1. Campo eléctrico. Corriente eléctrica

1.1. Ley de Coulomb y campo eléctrico

1.1.1. Carga eléctrica

La materia está formada por átomos eléctricamente neutros. Cada uno de estos átomos posee un núcleo en el que se concentran protones y neutrones y que está rodeado por electrones. La carga del protón es e, y la del electrón es -e, siendo e la <u>unidad fundamental de carga</u>.



Las cargas observables se presentan en unidades enteras de la unidad fundamental de carga, es decir, <u>la carga está cuantizada</u>. Toda carga q presente en la naturaleza puede representarse de la forma

$$\boxed{q = \pm n e \qquad n \in \mathbb{N}}$$

Las cargas del mismo signo se repelen y las de signo contrario se atraen.

- **Conservación de la carga**

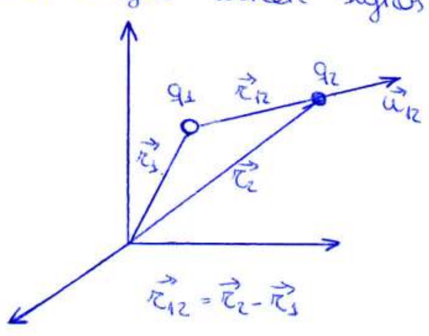
"La cantidad total de carga se mantiene".

La unidad en el S.I. de la carga es el culombio (C). La unidad fundamental de carga está relacionada con el culombio por

$$\boxed{e = 1{,}602177 \cdot 10^{-19}\,C = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,C}$$

1.1.2. Ley de Coulomb

"La fuerza ejercida por una carga puntual sobre otra está dirigida a lo largo de la línea que las une. La fuerza varía inversamente con el cuadrado de la distancia que separa las cargas y es proporcional al producto de las mismas. Es repulsiva si las cargas tienen el mismo signo y atractiva si las cargas tienen signos opuestos".



Si q_1 se encuentra en la posición r_1 y q_2 en r_2, la fuerza $\vec{F}_{12}$ ejercida por q_1 sobre q_2 es

$$\boxed{\vec{F}_{12} = K \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r_{12}^2} \cdot \vec{u}_{12} \, , \quad \vec{u}_{12} = \frac{\vec{r}_{12}}{|\vec{r}_{12}|}}$$

Respectivamente,

$$\boxed{\vec{F}_{21} = K \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r_{12}^2} \vec{u}_{21} \quad , \quad \vec{u}_{21} = -\frac{\vec{r}_{12}}{|\vec{r}_{12}|}}$$

donde K es la constante de Culomb

$$\boxed{K = 8{,}98755 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}}$$

Notemos además que $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$ y $|\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{21}|$, siendo

$$\boxed{|\vec{F}_{12}| = K \cdot \frac{|q_1 \cdot q_2|}{r_{12}^2}}$$

¿Cómo de grande es un culombio?

Sean q_1, q_2 dos cargas de $1C$ cada una que se encuentran a una distancia de 1 metro la fuerza que ejerce q_1 sobre q_2 es

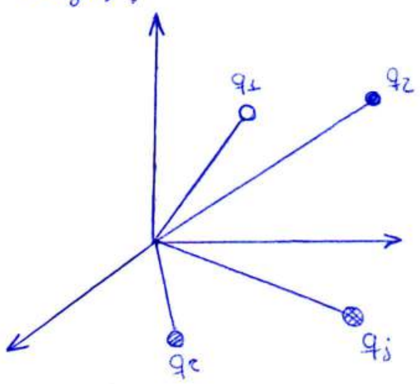
$$\vec{F}_{12} = K \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r_{12}^2} \cdot \vec{u}_{12} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1 \cdot 1}{1^2} \cdot \vec{u}_{12} = 9 \cdot 10^9 \vec{u}_{12} N$$

que equivale al peso de 10^6 toneladas.

Notemos que la fuerza es positiva, luego es una fuerza repulsiva.

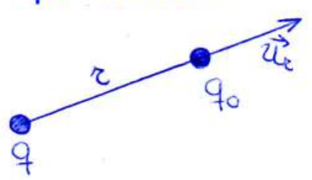
- **Principio de superposición de las fuerzas eléctricas**

"Si tenemos N cargas, la fuerza total culombiana sobre cada una de ellas es la suma vectorial de las fuerzas que ejercen sobre ella el resto de cargas".



$$\boxed{\vec{F}_{T_j} = \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{N} K \cdot \frac{q_i \cdot q_j}{r_{ij}^2} \vec{u}_{ij}}$$

1.1.3. Campo eléctrico



Llamaremos a q carga fuente y a q_0 carga testigo (o prueba). La fuerza que ejerce q sobre q_0 es

$$\boxed{\vec{F_0} = K \cdot \frac{q \cdot q_0}{r^2} \cdot \vec{u_r}}$$

pero ¿cuál es el mecanismo según el cual una partícula puede ejercer una fuerza sobre otra a través del espacio vacío que existe entre ellas? Para evitar el problema de la acción a distancia se introduce el concepto de campo eléctrico. Una carga crea un campo eléctrico $\vec{E}$ en todo el espacio y este campo ejerce una fuerza sobre la otra carga. Sea q_0 una carga testigo, el campo eléctrico $\vec{E}$ en un punto se define por

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\vec{F_0}}{q_0} = K \cdot \frac{q}{r^2} \cdot \vec{u_r}}$$

El campo eléctrico tiene carácter vectorial (se define con módulo, dirección y sentido). Es una fuerza por unidad de carga, su unidad en el SI es el Newton por culombio (N/C)

La fuerza que experimenta cualquier carga en un punto es

$$\boxed{\vec{F} = q_0 \cdot \vec{E} \qquad \forall q_0}$$

El campo eléctrico es directamente proporcional a la fuente e inversamente proporcional a la distancia de la fuente al punto. $\vec{E}$ y $\vec{F}$ no tienen por qué coincidir, sólo lo harán si la carga es positiva.

En el caso de tener N cargas fuentes de campo eléctrico, el campo eléctrico será

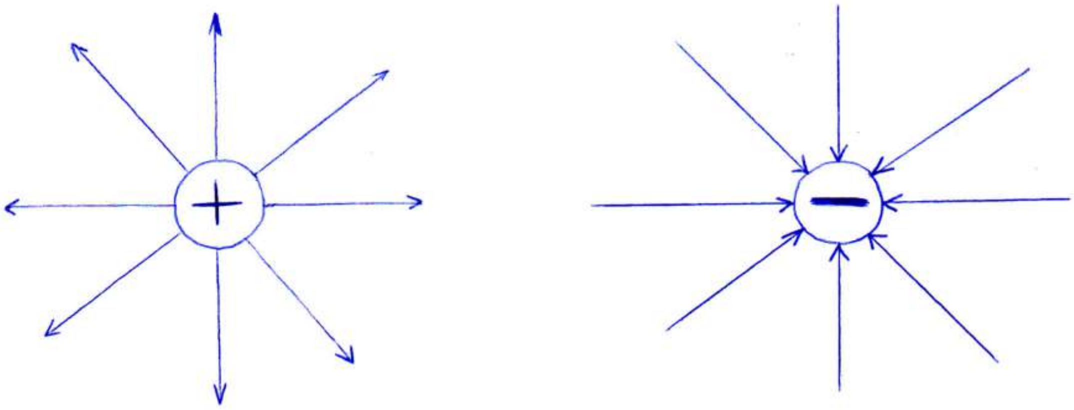
$$\boxed{\vec{E_T} = \sum_{j=1}^{N} \vec{E_j}}$$

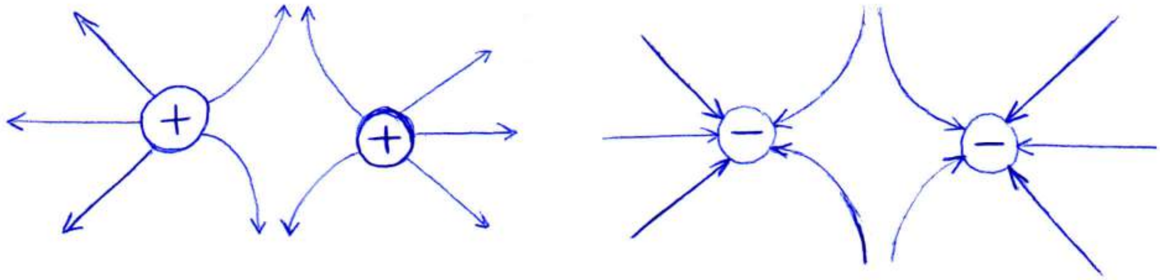
1.1.4. Líneas de campo eléctrico

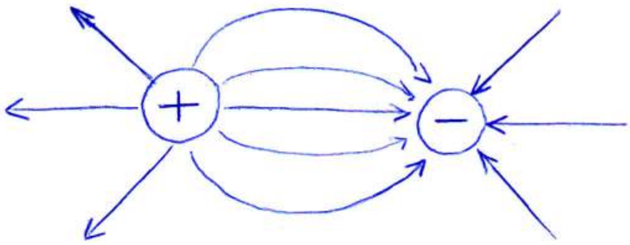
El campo eléctrico puede representarse dibujando líneas que indiquen su dirección. El vector $\vec{E}$ es tangente en cada punto a las líneas de campo eléctrico, llamadas también líneas de fuerza.

Se dibujan sólo algunas líneas, con flechas hacia fuera si la carga es positiva y hacia dentro si es negativa: las líneas de fuerza nacen en cargas positivas y mueren en cargas negativas (empiezan y terminan en las cargas). Cuanto mayor sea la carga, más líneas habrá (es proporcional), siendo la densidad de las líneas una medida de la densidad de campo.

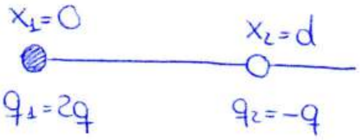
Siempre se dibujan simétricamente (el campo es radial); en varias dimensiones los radios serán los de una esfera) y además, nunca se cortan.







Calcular los puntos del eje OX donde se anula el campo eléctrico



$q > 0$

Dividimos el espacio de búsqueda en tres partes: a la izquierda de q_1, entre q_1 y q_2, y a la derecha de q_2:

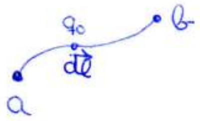
- Entre q_1 y q_2, ambos vectores tienen igual dirección y sentido, luego no se anularán.
- A la izquierda de q_1, es fácil ver que como $|\vec{E_1}| > |\vec{E_2}|$, nunca se anularán.
- La única posibilidad es a la derecha de q_2:

$$\vec{E_1} = -\vec{E_2} \Rightarrow K\frac{2q}{x^2} = K\frac{q}{(x-d)^2} \Rightarrow x = 3{,}41\,d \quad m$$

si es que se mide en metros.

1.2. Energía potencial y potencial eléctrico

1.2.1. Energía potencial eléctrica



Supongamos que existe un campo eléctrico $\vec{E}$ y movemos de a a b una carga q_0.

Sea $\vec{F}$ la fuerza culombiana.

Vamos a tratar de considerar el trabajo necesario para mover una carga eléctrica, q_0 (testigo) bajo la influencia del campo $\vec{E}$ creado por una carga q:

$$\boxed{W_{a\to b} = \int_a^b dW = \int_a^b -\vec{F}\,\vec{dl} = U_b - U_a}$$

Esta fórmula se debe a que la variación de la función energía potencial $d\vec{U}$ cuando hay un desplazamiento dl viene dada por $d\vec{U} = -\vec{F}\vec{dl}$

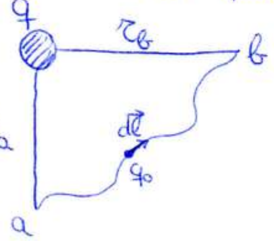
$U_b - U_a$ es un escalar que representa la diferencia de potencial eléctrica. Es importante notar que es invariante para cualquier trayectoria elegida; es decir, lo importante es la diferencia entre a y b, no el camino que sigamos para llegar de uno a otro.

En el SI el trabajo se mide en Joules (J)

$$\boxed{1\,J = 1\,N\cdot m}$$

- **Energía potencial si la fuente es una carga puntual**

Habíamos visto anteriormente que la fuerza que experimenta cualquier carga en un punto es $\vec{F} = q_0 \cdot \vec{E}$



$$\boxed{W_{a\to b} = U_b - U_a = \int_a^b -\vec{F}\vec{dl} = -\int q_0\vec{E}\,\vec{dl} = K q_0 q\left(\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_a}\right)}$$

Si aplicamos este método para calcular la energía que se emplea para traer una carga desde el infinito hasta b, es decir, cuando $r_a \to \infty$, es fácil ver que

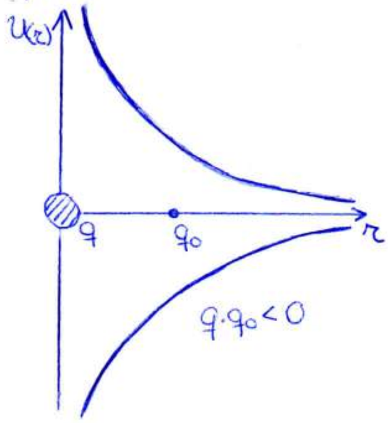
$$U(r_b) = K\cdot q_0\, q\,\frac{1}{r_b}$$

$U(r_a \to \infty) = 0$ (significa que no existen cargas en puntos alejados)

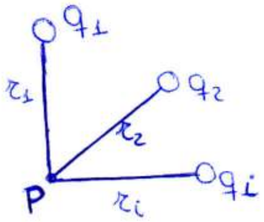
Es decir, el trabajo para llevar una carga q_0 desde puntos alejados hasta un punto P a distancia r de la carga fuente q es

$$\boxed{U(r) = K \cdot \frac{q \cdot q_0}{r}}$$

Si observamos la siguiente gráfica, vemos que cuando aumenta r, $U(r)$ se aproxima a cero:



El trabajo para traer N cargas al punto P desde puntos alejados es



$$\boxed{U(P) = K \cdot \sum_{i=1}^{N} \frac{q \cdot q_i}{r_i}}$$

siendo q la carga fuente

1.2.2. Potencial eléctrico y diferencia de potencial.

¿Qué pasaría si no tuviéramos ninguna carga q_0 y quisiéramos saber el efecto que tendría sobre una carga hipotética? Se introduce así el concepto de potencial eléctrico y diferencia de potencial.

$$\boxed{\frac{U_b - U_a}{q_0} = -\int_a^b \vec{E}\, d\vec{l} = V_b - V_a}$$

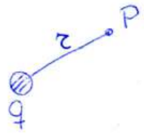
donde V_a es conocido como el potencial eléctrico en a, y $V_b - V_a$ la diferencia de potencial. Notemos que podemos relacionar la energía potencial (U) y el potencial (V) con $\boxed{U = q_0 \cdot V}$

Así, obtenemos la siguiente fórmula, que le debemos a Alessandro Volta:

$$\boxed{W_{a \to b} = q_0 (V_b - V_a) \quad \forall q_0}$$

(nótese que $W_{a \to b} = U_b - U_a$)

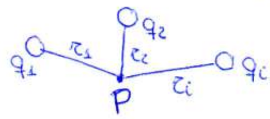
Si pudiéramos afirmar que $V_\infty = 0$ (cuando $r_a \to \infty$), es decir, que no existen más cargas o de haberlas su efecto es muy pequeño, entonces tenemos que $V(r)$, el potencial eléctrico en un punto P a distancia r de q es



$$\boxed{V(r) = K \cdot \frac{q}{r}}$$

En caso de que sí hubiese N cargas puntuales tenemos que

$$\boxed{V_T = \sum_{i=1}^{N} K \cdot \frac{q_i}{r_i}}$$



Si estuviésemos en un campo continuo, tendríamos:

$$\boxed{dq = \rho \cdot dv}$$

donde dq es diferencial de carga, ρ es densidad de carga y dv es diferencial de volumen.

1.2.3. Determinación del campo eléctrico a partir del potencial.

Siempre que la función potencial en una región del espacio sea conocida, se puede calcular el campo eléctrico.

Teníamos que $V(P) = \int_{-\infty}^{P} \vec{E} d\vec{l} = V(P) - V_\infty$

Con lo que llegamos a que

$$\boxed{\vec{E} = -\text{gradiente}\ (V) = -\frac{\partial V}{\partial x}\vec{i} - \frac{\partial V}{\partial y}\vec{j} - \frac{\partial V}{\partial z}\vec{k}}$$

Así, distinguimos el cálculo en función de la trayectoria del campo:

- Lineal: $\boxed{\vec{E} = -\frac{\partial V}{\partial x}\vec{i}}$
- Radial: $\boxed{\vec{E}_r = -\frac{\partial V}{\partial r}\vec{u}_r}$

Vemos así que el campo eléctrico apunta hacia la máxima disminución de la función potencial. La energía potencial tendrá el mismo signo que el potencial si la carga puntual es positiva, y de signo contrario si es negativa.

Lo podemos ver reflejado a continuación:

q_0 (+)

alto V $\xrightarrow{\vec{E}}$ baja V

alta U $\xrightarrow[q_0]{}$ baja U

q_0 (−)

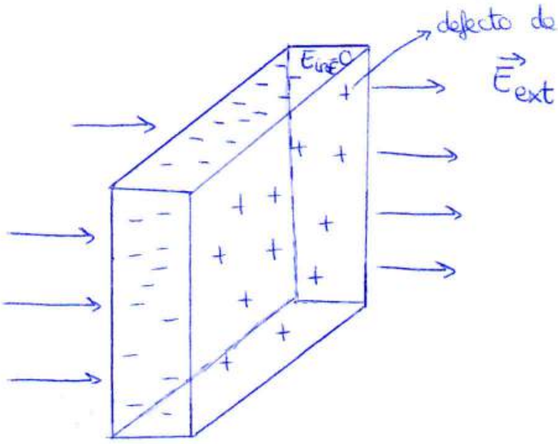
alto V $\xrightarrow{\vec{E}}$ bajo V

baja U $\xleftarrow[q_0]{}$ alta U

1.3. Conductores y condensadores

1.3.1. Los materiales conductores

Una forma fácil de clasificar los materiales es diferenciarlos en función de su conductividad eléctrica. Los diferenciamos así en aislantes y conductores. Los conductores se caracterizan por tener carga libre (electrones libres), son materiales que muestran facilidad para transportar una corriente eléctrica.



Como hay carga libre, cuando aplicamos un campo eléctrico los electrones del conductor tienden al equilibrio electrostático, compensando el campo eléctrico externo con el interno.

Si lo formalizamos llegamos a que:

$$\vec{E}_{int} = 0$$

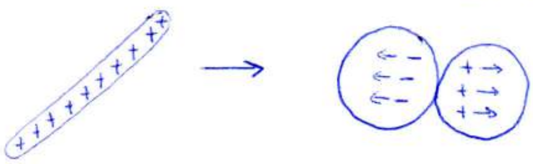
$$\vec{E}_{int} = \vec{E} + \vec{E}_{ext}$$

$$\vec{E}_{superficial} = \vec{E}_{ortogonal} + \vec{E}_{\parallel}$$

En un conductor en equilibrio electrostático, si hay carga neta tiene que estar en la superficie, y el campo eléctrico en la superficie sólo tiene componente ortogonal.

- **Carga de un conductor.**

Podemos aprovechar la propiedad que acabamos de ver para cargar materiales que inicialmente tienen carga neta nula. Supongamos que acercamos una varilla cargada a dos bolas con carga nula; la varilla somete a las bolas a un campo eléctrico, y los electrones se van hacia la varilla, dejando un defecto de electrones en la otra bola.



, con lo que queda

Si ahora separamos las bolas sin alejar la varilla, tendremos

Esto se conoce como carga por inducción.
El sistema sigue siendo neutro.

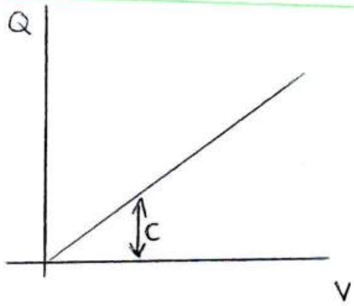
1.3.2. Capacidad de un conductor

Podemos denotar el potencial eléctrico del conductor ($V - V_\infty$) como cuánto cuesta traer una carga desde el infinito hasta donde está el conductor.

$$\boxed{V(\text{conductor}) - V_\infty = V(Q,\ \text{tamaño},\ \text{geometría})}$$

Se puede demostrar de aquí que

$$\boxed{V(\text{esfera conductora}) = K \cdot \frac{Q}{R}}$$ donde R es el radio



Si cargamos un con una carga Q adquiriendo un potencial V, se define la **capacidad del conductor** como

$$\boxed{C = \frac{Q}{V}}$$

Esta capacidad es constante, es decir, sólo depende del tamaño y de la geometría. En el SI se mide en Faradios (F), $F = \frac{C}{V}$

Veamos como ejemplo el caso de la esfera:

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{K \cdot \frac{Q}{R}} \Rightarrow C_{esfera} = \frac{R}{K} = 4\pi\varepsilon_0 R$$

$K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$, donde K es la constante de Coulomb y ε_0 es la permitividad eléctrica del vacío, $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \frac{F}{m}$

1.3.3. Condensadores

Un **condensador** es un sistema de dos conductores que poseen cargas iguales y de signo contrario (uno tiene carga Q y otro −Q). Se define su capacidad como la carga de uno de los dos conductores dividida entre la diferencia de potencial entre ambos.

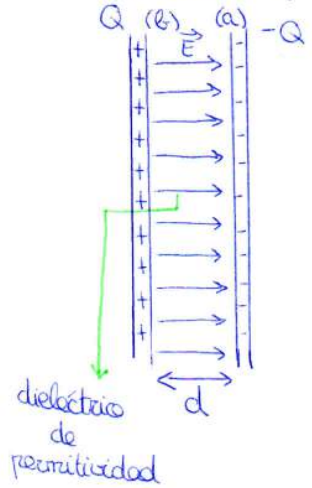
$$\boxed{C = \frac{Q}{V_2 - V_1} = \frac{Q}{V}}$$

$Q > 0$
$V = |ddp|$

La capacidad nos da la posibilidad del condensador de almacenar carga o energía

Condensadores de placas planoparalelas

Es un condensador donde ambos conductores son planos dispuestos de forma paralela y con área infinita.



Si **A** es el área de la placa, definimos el campo eléctrico como:

$$\boxed{\vec{E} = \frac{Q}{\varepsilon A}}$$

donde ε es la permitividad del medio.

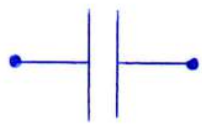
Y la capacidad como:

$$\boxed{C = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{E \cdot d} = \frac{Q\varepsilon A}{Qd} = \frac{\varepsilon A}{d}}$$

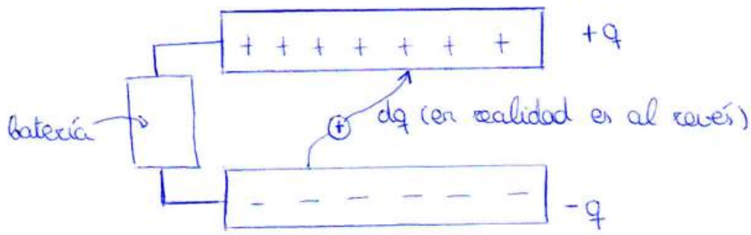
Veamos por qué $\boxed{V = E \cdot d}$:

$$V = V_b - V_a = -\int_a^b \vec{E}\,\underbrace{d\vec{l}}_{\substack{\text{vector desplazamiento} \\ \text{va desde a hasta b.}}} = -\int_a^b E\,dx \underbrace{\cos 180}_{\substack{\text{va de a} \\ \text{a b}}} = E \cdot d$$

El símbolo circuital del condensador es



1.3.4. Almacenamiento de energía eléctrica



Sabemos que la capacidad del condensador es $C = \frac{Q}{V}$, luego podemos calcular la ddp mientras cargamos el condensador como

$$\boxed{C = \frac{q}{V}}$$

Si transferimos una pequeña cantidad de carga dq desde el conductor negativo a potencial cero hasta el conductor positivo a potencial V, la energía potencial del condensador se incrementa en

$$\boxed{dU = V\,dq = \frac{q}{C}\,dq}$$

La energía potencial U será:

$$\boxed{U = \int dU = \int_0^Q dq \cdot \frac{q}{C} = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}\Big]_0^Q = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}QV = \frac{1}{2}CV^2}$$

U representa la energía almacenada en el condensador.

1.3.5. Asociación de condensadores

Condensador en serie

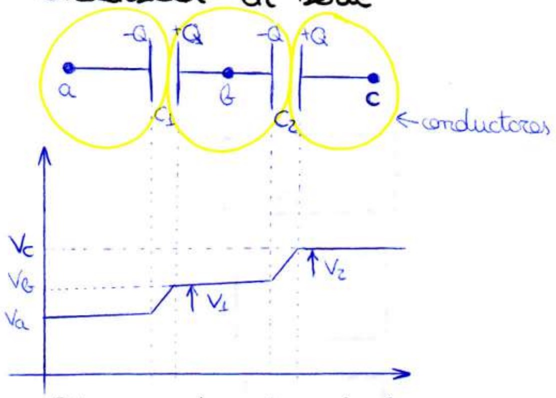


Diagrama de potencial al atravesar el sistema.

Los condensadores en serie tienen la MISMA CARGA.

En la asociación en serie

$$\boxed{V_T = \sum_{i=1}^{n} V_i}$$

En el ejemplo tenemos que

$$V_c - V_a = \underbrace{V_c - V_b}_{V_2} + \underbrace{V_b - V_a}_{V_1} = V_1 + V_2 = V_T$$

Capacidad equivalente del conjunto:

Se puede sustituir el conjunto por un condensador si produce el mismo efecto exterior, es decir, si hay la misma diferencia de potencial y carga.

En el ejemplo anterior:

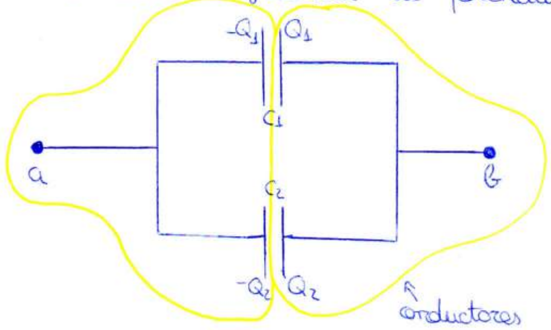
$$V_T = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2} = Q \underbrace{\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)}_{\text{capacidad equivalente}}$$

Luego obtenemos que la capacidad equivalente es:

$$\boxed{(C_{eq})^{-1} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}}$$

Condensador en paralelo

Asociamos elementos en paralelo siempre y cuando los pongamos a trabajar a la misma diferencia de potencial.



En paralelo tienen la MISMA DDP

$$\boxed{Q_T = \sum_{i=1}^{n} Q_i}$$

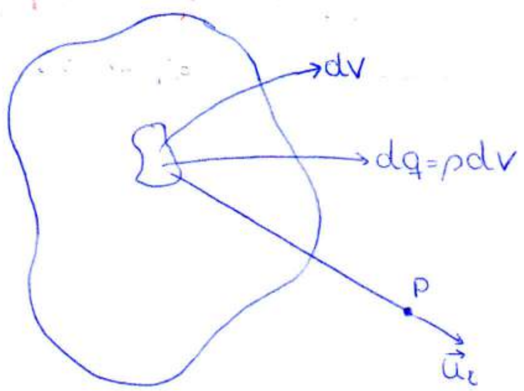
Capacidad equivalente del conjunto:

$$Q_T = Q_1 + Q_2 = C_1 V_1 + C_2 V_2 = V(C_1 + C_2)$$

La capacidad equivalente es

$$\boxed{C_{eq} = \sum_{i=1}^{n} C_i}$$

Distribuciones continuas de carga



$$\boxed{\rho = \frac{\Delta Q}{\Delta V}}$$

Distribución volumétrica de carga (carga por unidad de volumen)

$$\boxed{\sigma = \frac{\Delta Q}{\Delta S}}$$

(Carga por unidad de superficie)
Distribución superficial de carga

$$\boxed{\lambda = \frac{\Delta Q}{\Delta S}}$$

Distribución linea de carga (carga por unidad de longitud, para una dimensión)

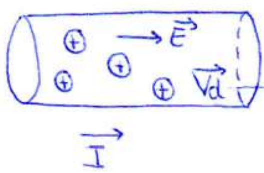
1.4. Corriente eléctrica

1.4.1. Intensidad y densidad de corriente

Las cargas en movimiento implican una situación de NO equilibrio.

Una **corriente eléctrica** es un flujo de carga que atraviesa un medio.

La carga no tiene por qué ser igual o tener el mismo signo.



(circuito cerrado)

velocidad de arrastre (la d viene de "drift")

$$\boxed{I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}}$$

La intensidad de corriente se mide en amperios (A). $\boxed{1\,A = 1\,\frac{C}{s}}$

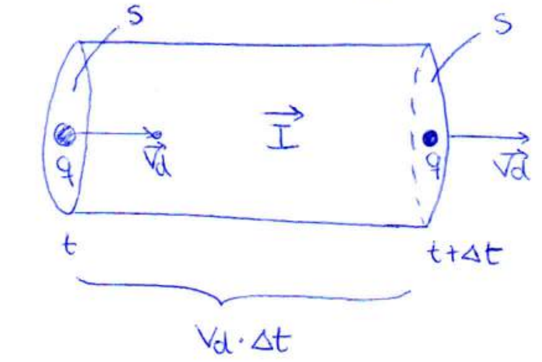
El sentido de movimiento del signo "más" nos indica el sentido de movimiento de la corriente eléctrica. En un conductor el movimiento de carga que se produce es el de los electrones, en sentido contrario al campo. Como nos da el mismo resultado si usamos las cargas positivas o negativas, se usan las positivas, que van en el mismo sentido que el campo.

Vd es una velocidad promedio dentro del material. Esta velocidad de arrastre está caracterizada por la corriente.

Por la segunda ley de Newton, la fuerza eléctrica de un electrón es:

$$\boxed{\vec{F} = e\vec{E} = m_e \cdot \vec{a}}$$

7 Veamos cuánta carga atraviesa una sección en Δt:



La longitud de la sección es

$$\boxed{L = V_d \cdot \Delta t}$$

Tenemos que

$$\boxed{\Delta Q = \underbrace{V_d \cdot \Delta t \cdot S}_{\text{volumen del cilindro}} \cdot q \cdot n}$$

n = densidad de portadores por unidad de volumen.

Los **portadores** son los que llevan la carga, pueden ser electrones libres u otra cosa.

Con ΔQ llegamos a que

$$\boxed{I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = V_d \cdot S \cdot q \cdot n \qquad q > 0}$$

La intensidad de corriente refleja el flujo de carga por unidad de tiempo. También podríamos definir la carga por unidad de área y unidad de tiempo, que se corresponde con la densidad de corriente ($\vec{J}$).

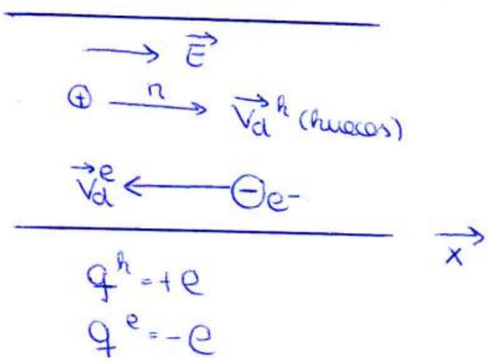
$\boxed{\vec{J} = q \cdot n \cdot \vec{V_d}}$, donde q puede ser positiva o negativa.

j es uniforme.

Si estamos en un semiconductor, calcularemos $\vec{J}$ en base a los portadores.

$$\boxed{\vec{J} = \sum_{k=1}^{N} q_k n_k \vec{V_d}_k}$$

Si tenemos silicio (Si), que es semiconductor:



$\vec{J} = \vec{J_h} + \vec{J_e} = e p |V_d^h| \vec{i} + (-e) n |V_d^e| \vec{i}$

donde p es el nº de huecos por unidad de volumen, equivalente a n_k en carga positiva.

1.4.2. Conductividad eléctrica y ley de Ohm

$\vec{J}$ es directamente proporcional al campo aplicado:

$$\boxed{\vec{J} = \sigma \vec{E}}$$

σ es la conductividad eléctrica, un parámetro que indica la mayor o menor facilidad del material a la hora de conducir.

Ley de Ohm

El cociente de los valores de $\vec{J}$ y $\vec{E}$ es constante independientemente del valor. Los elementos con esta propiedad son llamado óhmicos.

Denotamos por μ la movilidad (tanto de electrones como de huecos). Los electrones son más ligeros y tienen más movilidad que los huecos.

Tenemos que

$$\boxed{\vec{V_d^h} = \mu^h \cdot \vec{E}} \qquad \boxed{\vec{V_d^e} = -\mu^e \cdot \vec{E}}$$

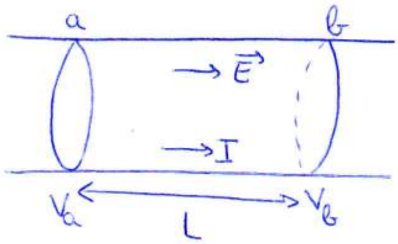
Si sustituimos en $\vec{J} = \vec{J_e} + \vec{J_h}$ obtenemos:

$$\vec{J} = \vec{J_e} + \vec{J_h} = n(-e)\vec{V_d^e} + pe\vec{V_d^h} = n(-e)(-\mu^e \vec{E}) + pe\mu^h \vec{E} =$$
$$= (ne\mu^e + pe\mu^h)\vec{E}$$

$$\Rightarrow \boxed{\sigma = e(n\mu_e + p\mu_h)}$$

σ y μ están en función de la temperatura. Se denota por $\sigma(T)$ y $\mu(T)$. Veremos que en semiconductores también influye la temperatura en n y p.

Si volvemos al caso del tubo de corriente:



$$V_a - V_b = -\int \vec{E}\, d\vec{l} = E \cdot L$$

$$I = j \cdot s = \sigma \cdot E \cdot S = \sigma \cdot \frac{V}{L} \cdot S$$

$$\rightarrow \boxed{V = \frac{L}{\sigma S} \cdot I = RI} \qquad \boxed{R = \frac{L}{S\sigma}}$$

Donde R es la resistencia óhmica.

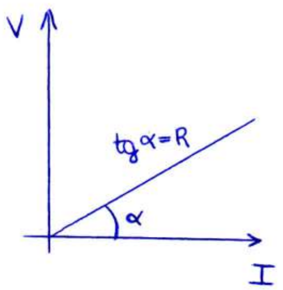
La ley de Ohm nos dice que el cociente entre V e I es constante,

$\frac{V}{I} = R \equiv cte$; pero es constante manteniéndolo a temperatura constante ya que R depende de la temperatura: $R(T)$

En el Sistema Internacional R se mide en Ohmios (Ω) y σ se mide en $(\Omega m)^{-1}$

$$\boxed{1\ \Omega = 1\ \frac{V}{A}}$$

8



$R = \frac{V}{I} = cte$

$\frac{dV}{dI} = cte$

En general $\boxed{R = \frac{c}{\sigma}}$ // c es un factor geométrico

$\boxed{\rho = \frac{1}{\sigma}}$ es la resistividad eléctrica, R y ρ son proporcionales ($\boxed{R = c\rho}$)

ρ se mide en $\Omega \cdot m$

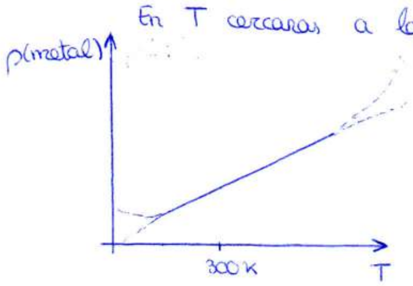
Obtenemos que $\boxed{\vec{E} = \rho \cdot \vec{J}}$

Si estamos en el caso de un conductor:

$\rho = \rho_0 [1 + \alpha (T - T_0)]$

$\uparrow \rho_0 = \rho(T)$

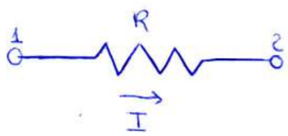
En T cercanas a la Tamb ≈ 300 K ≈ 23°C



$\alpha > 0$, $\alpha \rightarrow$ coef térmico de resistividad
↳ conductor

$\boxed{\sigma_{metal} = e \cdot n \cdot \mu_e(T)}$
↓
densidad de portadores

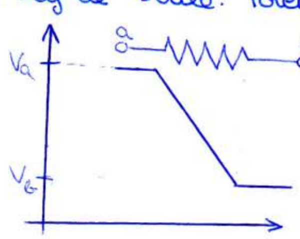
μ_e baja cuando T sube.



La caída de tensión desde el punto inicial al final es $V_1 - V_2$

$\boxed{V_1 - V_2 = I \cdot R}$ $\boxed{V_2 - V_1 = -I \cdot R}$

1.4.3. Ley de Joule. Potencia eléctrica



$V_a - V_b = V = I \cdot R$

$U_a - U_b = \Delta Q (V_a - V_b)$ en Δt
es la cantidad de energía que se transformará en calor.

Por unidad de tiempo lo denotamos

$$\boxed{\frac{\Delta U}{\Delta t} = P_{\text{disipada en } R} = I \cdot V}$$ (calor por unidad de tiempo)

$P_{disipada}$ representa la potencia disipada en la resistencia.

También se escribe como $\boxed{P = I \cdot V = I^2 \cdot R = \frac{V^2}{R}}$

La potencia se mide en vatios (W)

$$\boxed{1\,W = 1\,\frac{J}{s}}$$

La energía disipada (calor Joule) es:

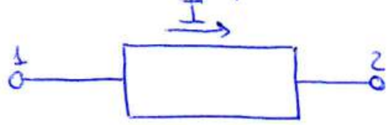
$$\boxed{U = P \cdot t = I^2 R t}$$

Se mide en julios (J) o calorías (cal)

$$\boxed{1\,cal = 4{,}187\,J}$$

$$\boxed{1\,Kwh = 10^3\,W \cdot 3600\,s = 3{,}6 \cdot 10^6\,J}$$

La potencia disipada o cedida en un dispositivo viene dada por $P = VI$, de tal manera que



$V_1 > V_2 \rightarrow$ elemento pasivo (disipativo, consume potencia)

$V_2 > V_1 \rightarrow$ elemento no disipativo (activo, genera potencia)

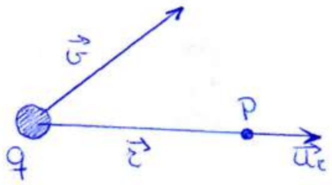
> Las resistencias son elementos pasivos, mientras que los generadores son elementos activos

Tema 2. Campo magnético y ondas electromagnéticas

2.1. Campo magnético

2.1.1. Fuentes de campo magnético

La fuente de un campo magnético ($\vec{B}$) es un movimiento de cargas. A su vez $\vec{B}$ produce una fuerza sobre otra carga móvil.



$$\boxed{\vec{B}(P) = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot q \cdot \frac{\vec{v} \times \vec{u}_r}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} q \cdot \frac{\vec{v} \times \vec{r}}{r^3}}$$

Donde:

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{N}{A^2} = 4\pi 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}$ ≡ permeabilidad magnética del vacío.

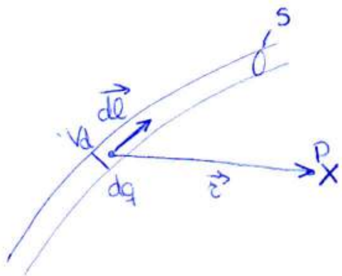
q ≡ carga con signo

v ≡ velocidad

r ≡ distancia desde q hasta el punto donde se calcula el campo magnético.

En el sistema internacional se mide en teslas (T):

$$\boxed{B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{|q||\vec{v}|}{r^2} \operatorname{sen} \theta}$$



El campo va hacia dentro (X), porque la carga es positiva

Vemos que $\vec{dl} \parallel \vec{v}_d \Rightarrow dl\, \vec{v}_d = v_d \cdot \vec{dl}$

$$\boxed{d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot dq \cdot \frac{\vec{v}_d \times \vec{u}_r}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} n \cdot q \cdot S \cdot v_d \cdot \frac{\vec{dl} \times \vec{u}_r}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{\vec{dl} \times \vec{u}_r}{r^2}}$$

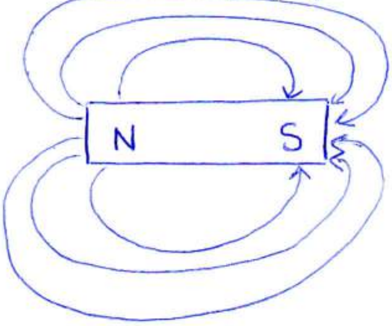
El desarrollo anterior es la "ley de Biot-Savart"; el campo magnético en toda la distribución de corriente se expresa como

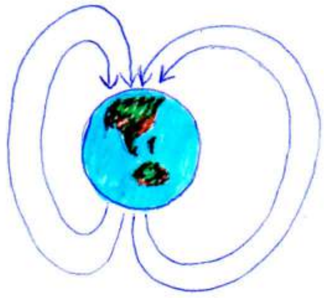
$$\boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_I \frac{\vec{dl} \times \vec{r}}{r^3}}$$

Líneas de campo magnético

El campo magnético es tangente a las líneas de campo en cualquier punto. Estas líneas nunca se cruzan y se dibujan de manera que a mayor densidad de líneas, mayor intensidad de campo. Se cierran sobre sí mismas.

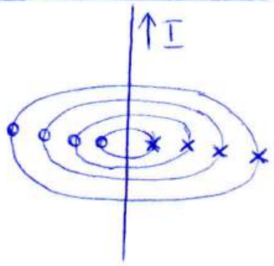
En un imán, nacen en el polo norte y mueren en el polo sur; en la Tierra el norte geográfico se corresponde con el sur magnético.



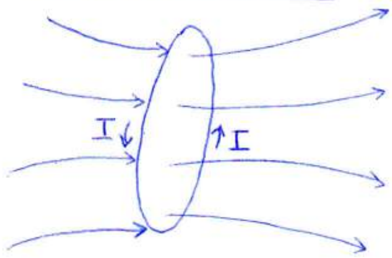


Entre los tipos de conductores que vamos a utilizar tenemos:

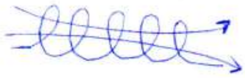
- Conductor rectilíneo



- Espira de corriente



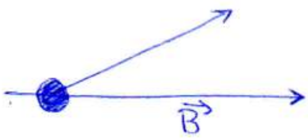
- Solenoide



En el caso del solenoide el campo magnético es

$$B = \mu_0 \cdot n \cdot I \quad \text{donde} \quad n = \frac{\text{nº de espiras}}{\text{unidad de longitud}}$$

2.1.2. Fuerza magnética sobre una carga móvil.



$$\boxed{\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}} \qquad \vec{F} \perp \vec{v}, \quad \vec{F} \perp \vec{B}$$

$$\boxed{F = |q| \cdot v \cdot B \cdot \text{sen } \theta}$$

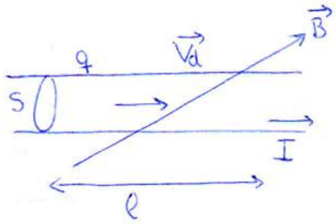
El campo magnético se mide en teslas, cuya equivalencia es: $1T = 1 \frac{N \cdot s}{C \cdot m}$

Fuerza de Lorentz

Viene dada por la expresión

$$\boxed{\vec{F} = q \cdot \vec{E} + q \cdot \vec{v} \times B}$$

Si tomamos un cable rectilíneo:



$\ell \parallel \vec{V_d} \Rightarrow V_d \cdot \vec{\ell} = \ell \cdot \vec{V_d}$

La fuerza magnética sobre n cargas confinadas es

$$\boxed{\vec{F} = N \cdot q \cdot \vec{V_d} \times B}$$

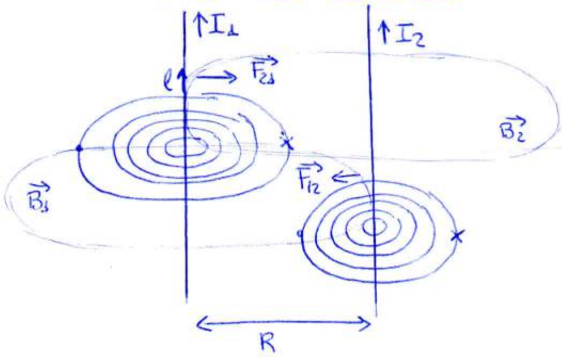
$N = n \ell \cdot s \Rightarrow \boxed{\vec{F} = I \cdot \vec{\ell} \times \vec{B}}$

fuerza magnética sobre un segmento de cable recto de longitud ℓ que transporta I

Si el cable no es recto:

$$\boxed{\vec{F} = \int d\vec{F} = \int I\, d\vec{\ell} \times \vec{B}}$$

2.1.3. Fuerza entre corrientes



La corriente I_1 induce $\vec{B_1}$ y la corriente I_2 induce $\vec{B_2}$.

El campo magnético generado es $\boxed{\vec{B_g} = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}}$

$\vec{F_{12}}$ y $\vec{F_{21}}$ son atractivas, sobre un segmento de longitud ℓ su valor es

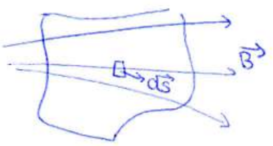
$$\boxed{\begin{aligned}\vec{F_{21}} &= I_1 \cdot \vec{\ell} \times B_2 \\ \vec{F_{12}} &= I_2 \cdot \vec{\ell} \times B_1\end{aligned}}$$

Donde $\vec{F_{12}} = -\vec{F_{21}}$, y su módulo vale

$$\boxed{F_{12} = F_{21} = \frac{\mu_0 I_1 I_2 \ell}{2\pi R}}$$

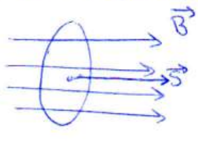
2.1.4. Inducción magnética. Ley de Faraday-Lenz.

Flujo magnético



El flujo magnético se calcula de forma análoga al flujo eléctrico

$d\vec{S}$ es ortogonal a la superficie



$\boxed{\Phi_m = \vec{B} \cdot \vec{S}}$, ya que

$d\Phi_m = \vec{B} \cdot d\vec{S}$,

luego basta integrar para obtener el flujo magnético

$$\boxed{\Phi_m \int_S d\Phi_m = \int_S \vec{B} d\vec{S} = \vec{B}\vec{S}}$$

El flujo magnético se mide en weber (Wb) $\boxed{1\,Wb = 1\,T \cdot m^2}$

Fem inducida y ley de Faraday-Lenz

La **fem** (fuerza electromotriz) en un circuito es el trabajo realizado por unidad de carga mediante un campo eléctrico no electrostático, de tal manera que esa fem me lleva la carga a lo largo del circuito completo.

$$\boxed{\mathcal{E} = \int_{ext} \vec{E} d\vec{l}}$$

La fem se mide en voltios (V)

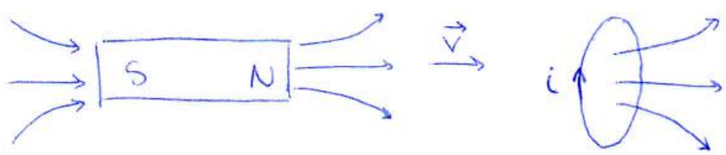
Cuando inducimos una fem mediante $\vec{B}$ en todos los puntos del circuito, no contamos con una pila. Es necesario que el flujo magnético no sea constante en el tiempo. Si queremos inducir fem en un circuito podemos variar o bien $\vec{B}$ o bien $\vec{S}$ en función del tiempo.

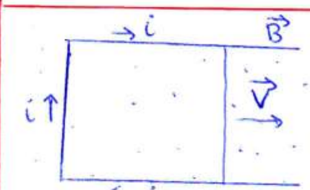
Llegamos así a la <u>ley de Faraday</u>:

$$\boxed{\mathcal{E} = \frac{-d\Phi_B}{dt}}$$

que nos da la fem inducida si por cualquier causa $\Phi(t)$ varía. Sin embargo, esta ley hay que completarla con la <u>ley de Lenz</u>: "La fem en un circuito y la corriente inducida en él se oponen a la variación que las produce"

Si acercamos un imán a una espira, aumenta el flujo magnético en ella, es decir, existe una corriente inducida (i), que se opone a la causa que la produce. Habrá un $b(t)$ que se restará del campo que produce Φ_B





$\Phi_B(t) \rightarrow$ aumenta

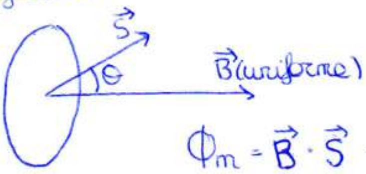
$\mathcal{E}$ inducida $\rightarrow i(t)$

Convertimos e. mecánica en e. eléctrica

· Un ejemplo de aplicación también muy común es el de las bobinas.

Generador de corriente alterna

Imaginemos que tenemos una bobina generando energía con un campo magnético



$$\Phi_m = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos\theta$$

Si tuviésemos N espiras $\longrightarrow$ $\Phi_m = N \cdot B \cdot S \cdot \cos\theta$

- Con una espira:

$$\Phi_m = B \cdot S \cdot \cos\theta \qquad (\theta = (\omega t + \theta_0))$$

$$\boxed{\mathcal{E} = \frac{-d\Phi_B}{dt} = B \cdot S \cdot \omega \cdot \operatorname{sen}(\omega t + \theta_0)}$$

- Con N espiras:

$$\Phi_m = N\, B \cdot S \cdot \cos\theta$$

$$\boxed{\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = NBS\omega \operatorname{sen}(\omega t + \theta_0)}$$

Nota: $1\,T = 10^{-4}\,G$, donde G denota un Gauss

2.2. Ondas electromagnéticas

Una **onda** es la propagación de una perturbación física sin que exista un transporte neto de materia.

la velocidad, las olas, los cambios de presión...

Clasificación de las ondas

Podemos hacer dos tipos de clasificación de las ondas.

La primera las divide en:

- <u>Ondas mecánicas</u>: perturbación física de naturaleza mecánica: sonido, olas
- <u>Ondas electromagnéticas</u>: propagan campos $\vec{E}$ y $\vec{B}$. Pueden propagarse en un medio o en el vacío. Si es en el vacío, se propagan con velocidad c.

La segunda clasificación se centra en cómo se propaga la perturbación

- <u>Ondas transversales</u>: la perturbación física se realiza en un plano transversal (ortogonal) a la dirección de propagación: ondas electromagnéticas, olas...

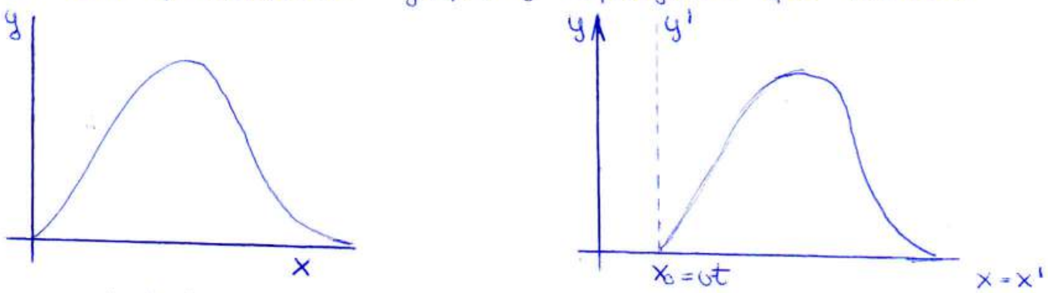
- Ondas longitudinales: la perturbación y la dirección de propagación son paralelas: el sonido.

Para caracterizar las ondas distinguimos:

- Foco: donde se produce la onda
- Frente de onda: puntos geométricos del espacio que son alcanzados simultáneamente por la propagación.
- Velocidad de fase: también conocida como velocidad de propagación, es la velocidad de propagación de la onda o perturbación en el medio.

Pulso de onda

Sea una perturbación $f(x,t)$ y supongamos que tenemos.



instante $t=0$

$y = f(x)$

$t>0$

$f(x') = y'$

Tomamos como hipótesis que el medio es no dispersivo (el pulso no se deforma). Si hacemos un cambio de coordenadas:

Sea x un punto de abscisa mayor que x_0 tal que

$$x' = x - x_0 = x - vt$$

$$f(x') = f(x - vt) \quad \xrightarrow[\text{mov}]{}$$

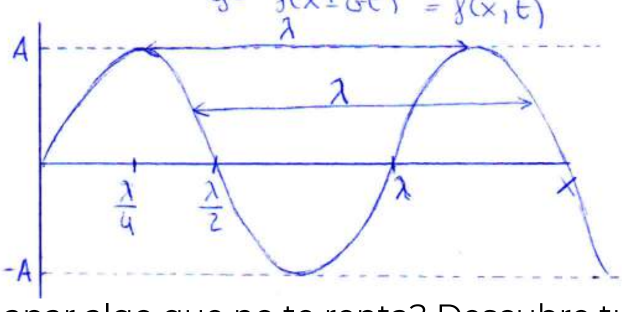
Representamos la función de onda como

$$\boxed{\begin{array}{ll} y(x,t) = f(x - vt) & \xrightarrow[\text{mov}]{} \\ y(x,t) = f(x + vt) & \xleftarrow[\text{mov}]{} \end{array}}$$

Onda armónica

De nuevo suponemos un medio no dispersivo y una onda unidimensional.

$$y = f(x \pm vt) = f(x,t)$$



$$f(x,0) = A \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right)$$

Donde λ es la longitud de onda o periodo espacial, que se mide en metros. De esta forma podemos escribir

$$\boxed{f(x,t) = A \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x-vt)\right) \xrightarrow[\text{mov}]{}}$$

Si λ es el periodo espacial y T es el periodo temporal, entonces la velocidad de propagación es

$$v = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow \frac{v}{\lambda} = \frac{1}{T} \Rightarrow f(x,t) = A \operatorname{sen}\left(2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right)$$

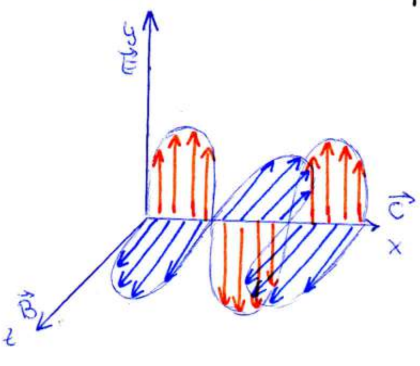
$$f(x,t) = f(x+n\lambda, t) = f(x, t+nT)$$

Conocemos la frecuencia espacial (número de ondas) como $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ y la frecuencia angular como $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$ donde $\nu = \frac{1}{T}$. La frecuencia angular se mide en $rad \cdot s^{-1}$ y ν se mide en Hercios (H_z)

Así, llegamos a las ecuaciones

$$\boxed{\begin{array}{ll} f(x,t) = A \operatorname{sen}(kx-\omega t) & \xrightarrow[\text{mov}]{} \\ f(x,t) = A \operatorname{sen}(kx+\omega t) & \xleftarrow[\text{mov}]{} \end{array}}$$

Dualidad onda - corpúsculo



$$\vec{E} = \vec{B} \times \vec{C} \quad \forall t$$

donde

$$C = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$$

$$\left.\begin{array}{l} \vec{E}(x,t) = E_0 \cos(\omega t - kt)\,\vec{j} \\ \vec{B}(x,t) = B_0 \cos(\omega t + kt)\,\vec{k} \end{array}\right\} \text{están en fase.}$$

En el vacío tenemos que $c = \nu\lambda$.

La fuente de las ondas son cargas oscilantes o transiciones atómicas (en el caso de los sólidos)

La energía asociada a un fotón (corpúsculo) es:

$E = h\nu$, donde h es la constante de Planck.

La luz (que son ondas electromagnéticas) es onda o corpúsculo dependiendo de qué hacen estas ondas.

En la interacción radiación - materia, por ejemplo, tiene carácter corpuscular.

Tema 3. Circuitos eléctricos

3.1. Elementos de un circuito

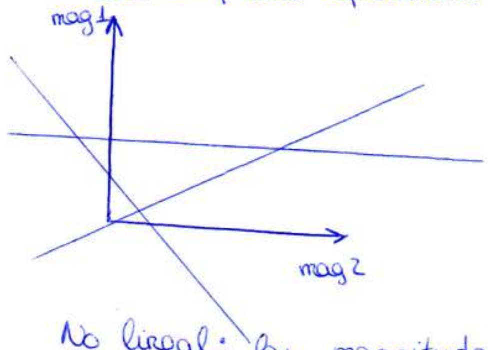
3.1.1. Tipos de elementos en un circuito

En los circuitos hay un transporte de carga o corriente eléctrica. Un **circuito** es una serie de dispositivos conectados entre sí que transportan corriente eléctrica. Tiene que haber un camino cerrado y una fuente de fem.

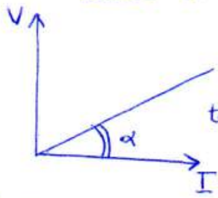
Clasificación

1.- Lineales y no lineales

Lineal: se puede representar por magnitudes eléctricas funcionales conectadas de forma lineal



(ecuaciones lineales, rectas)

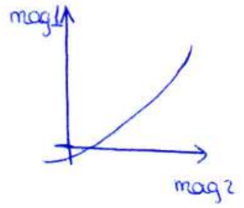


$V = I \cdot R$

$tg\,\alpha = R$

$V = V(I)$ ó $I = I(V)$ } característica o tensión corriente del dispositivo

No lineal: las magnitudes eléctricas tienen una dependencia entre sí de tipo no lineal.



En general (mag 1, mag 2) = (V, I)

2.- Qué hace desde el punto de vista energético

Elem. pasivos: aquellos en los cuales se disipa la energía eléctrica. Es decir, la señal eléctrica a su paso se puede modificar, pero en ningún caso tras pasar por el dispositivo va a tener mayor potencia, sino menor, como mucho igual. Es el caso de los diodos, bobinas, condensadores...

Elem. activos: generan energía eléctrica o amplifican una señal eléctrica tensión o corriente a costa de un gasto energético que proviene de otro sitio. Generadores, pilas, válvulas de vacío, transistores...

Una **red activa** es aquella que tiene conectados elementos activos además tiene elementos pasivos. En una **red pasiva** sólo hay elementos pasivos.

Se pueden combinar ambas clasificaciones.

Una resistencia óhmica es pasiva y lineal (las no óhmicas son pasivas y no lineales)

3.1.2. Elementos de un circuito: característica tensión - corriente

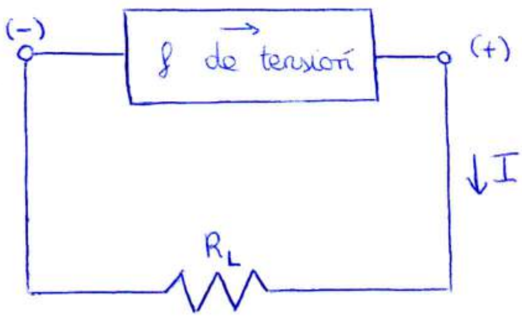
Para que en un circuito haya corriente tiene que haber un generador o fuente de fem

a) Fuentes de tensión y fuentes de corriente (DC)

En los llamados circuitos de corriente continua (DC), la corriente que circula por ellos en cada instante y cada punto tiene el mismo valor y el mismo sentido

La <u>fuente de tensión (o fem)</u> proporciona a los portadores la fuerza eléctrica necesaria para que éstos realicen un trayecto por el circuito. Lo hacen manteniendo una diferencia de tensión o diferencia de potencial entre sus bornes, llamados borne positivo y borne negativo, de tal manera que si están conectados a un circuito cerrado, sale una corriente por el borne positivo que va hacia el negativo.

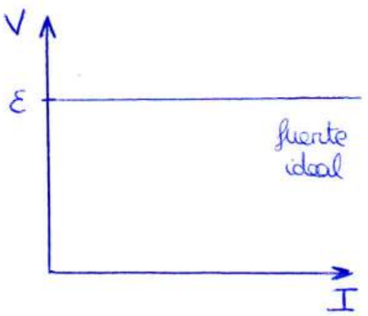
El borne positivo tiene más tensión que el borne negativo.

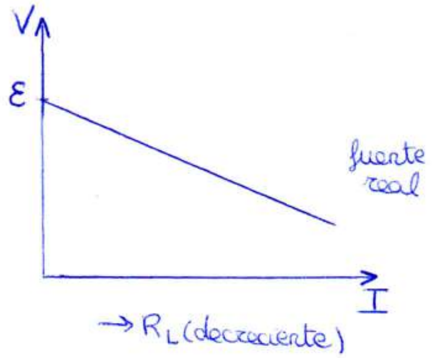


$V = I \cdot R$

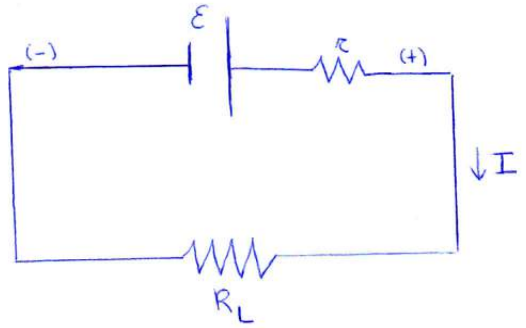
R_L es la resistencia de carga (la L viene de load)

$V = V_{(+)} - V_{(-)} > 0$ es lo que se conoce como tensión de salida

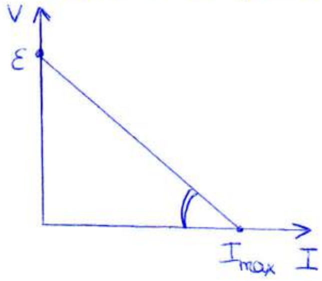




Hay dos parámetros que caracterizan la fuente: la fem (ε) y la resistencia interna de la fuente (r)



Si volvemos a la gráfica anterior:



$m = -r$

$V = \mathcal{E} - I \cdot r = I R_L$

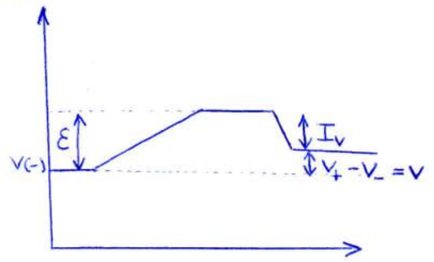
$\Rightarrow I = \dfrac{\mathcal{E}}{R_L + r} \rightarrow I \simeq \dfrac{\mathcal{E}}{R_L}$ si $r \lll R_L$

(tiene un comportamiento lineal)

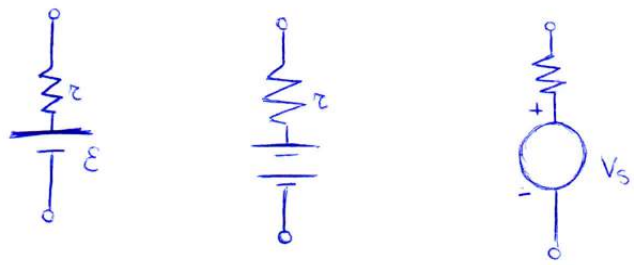
Si $V = \mathcal{E} \Rightarrow I = 0$, estamos en un circuito abierto.

Si $V = 0 \Rightarrow I_{max} = \dfrac{\mathcal{E}}{r}$, estamos en un cortocircuito

El paso de la corriente en el circuito se puede simbolizar como:



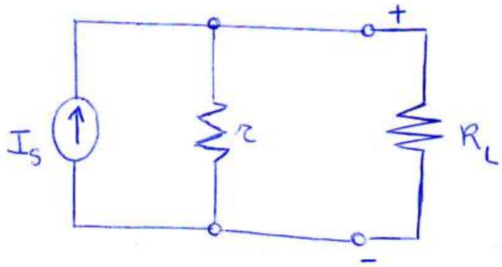
Hay distintas formas de simbolizar las fuentes de tensión. Las dos primeras son sólo para corriente continua, mientras que la tercera se puede usar tanto para corriente alterna como continua:



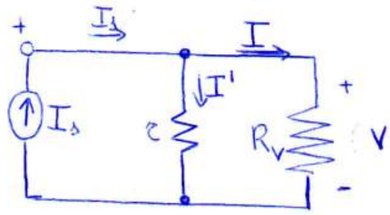
($V_s \rightarrow V_{source}$)

En resumen, la fuente es un elemento lineal, activo, de dos bornes y con polaridad (que tenga polaridad significa que los bornes no son intercambiables)

La fuente de corriente es capaz de generar una cierta corriente nominal I_s independientemente de la tensión que de ella se demanda (sería el funcionamiento ideal). En la vida real la corriente cae cuanta más tensión se demande.



Nota: una resistencia infinita es un circuito abierto.

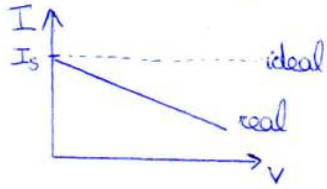


I es la corriente de salida

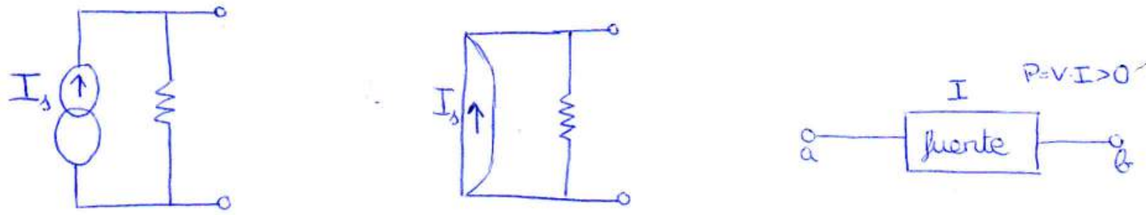
$$I = I_s - I' = I_s - \frac{V}{r} = I_s - \frac{I R_L}{r}$$

$$\Rightarrow I = I_s \frac{r}{R_L + r}$$

$$I \simeq I_s \Leftrightarrow r >>> R_L \quad (\text{ideal}: r \to \infty)$$

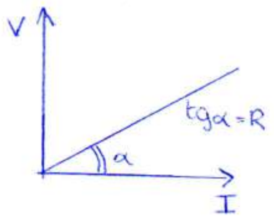


Los representamos como:



b) Resistencias

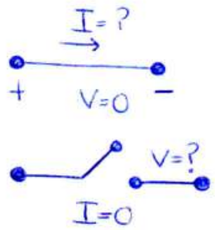
$V = I \cdot R$, si las resistencias son óhmicas R y $\frac{dV}{dI}$ son constantes.



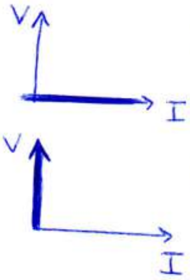
Casos particulares de resistencias: los interruptores

Lo ideal es $R=0$, que se corresponde con el interruptor cerrado

$R = 0 \longrightarrow$



$R = \infty \longrightarrow$

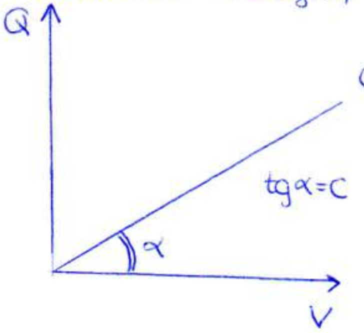


$V=0 \ \forall I$ (cortocircuito)

$I=0 \ \forall V$

c) Condensadores

Almacenan energía, son un tipo especial de pasivos

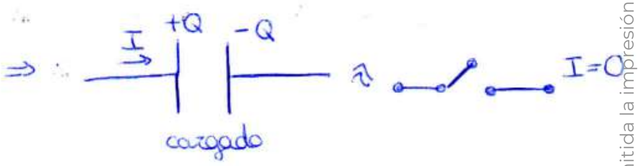


Durante la carga o la descarga:

$$\frac{dQ}{dt} = i(t) = C\frac{dV}{dt}$$

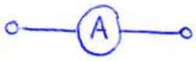
Una vez cargado:

$$V = cte \longrightarrow \frac{dV}{dt} = 0 \rightarrow i = 0$$



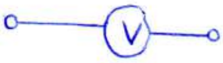
d) Elementos de medida (voltímetros y amperímetros)

Amperímetro:

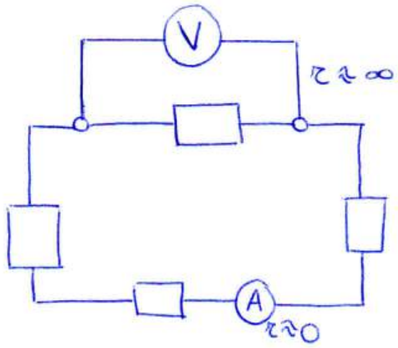


se coloca en serie entre corrientes (tiene una resistencia interna pequeña)

Voltímetro:

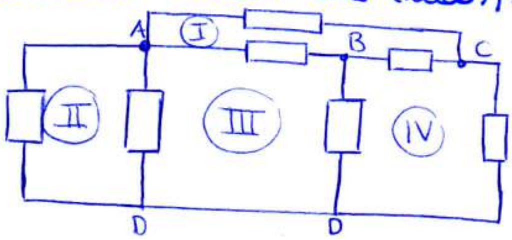


se coloca en paralelo entre tensiones (su resistencia interna es grande)



3.2. Análisis de circuitos

3.2.1. Definiciones básicas: nodo (nudo), lazo, malla y rama.



Nodo: aquel punto donde confluyen más de dos elementos. En el dibujo anterior: A, B, C, D.

Rama: camino entre dos nodos

Lazo: cualquier camino cerrado compuesto por i ramas

Malla: cualquier lazo en cuyo interior no hay ramas. En el dibujo: I, II, III, IV.
Los lazos pueden ser combinación de dos o más mallas.

3.2.2. Leyes de Kirchhoff

Ley de las mallas: la suma de las ddp encontradas en el recorrido de cualquier circuito cerrado o lazo es 0.

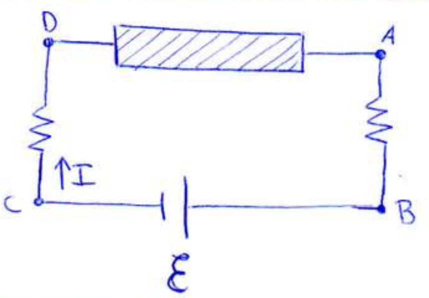
$$\left.\begin{array}{l} \sum_i \Delta V_i = 0 \\ \sum_i V_i = 0 \quad (V_i = ddp) \end{array}\right\} \Rightarrow q \sum_i \Delta V_i = 0 \rightarrow \sum_i \Delta U_i = 0$$

(ley de conservación de la energía)

$$\Sigma \text{ caídas de potencial} = \Sigma \text{ crecientes de potencial}$$

Ley de los nudos o nodos: la suma de todas las corrientes que entran a un nodo es igual a la suma de las corrientes que salen de dicho nodo (ley de conservación de la carga)

Aplicación de las leyes de Kirchhoff.



Ley de las mallas:

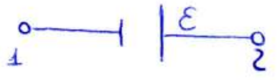
$$(V_A - V_B) + (V_B - V_C) + (V_C - V_D) + (V_D - V_A) = 0$$

$$IR + \varepsilon + Ir + (V_D - V_A) = 0$$

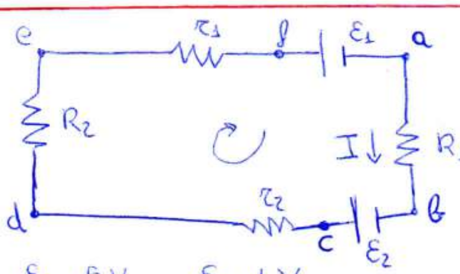
Si tenemos

$$\Rightarrow \begin{cases} V_1 - V_2 = IR \\ V_2 - V_1 = -IR \end{cases}$$

En circuitería las fem se toman positivas:



$$\Rightarrow \begin{cases} V_1 - V_2 = -\varepsilon \\ V_2 - V_1 = \varepsilon \end{cases} \qquad (V_+ - V_-) > 0$$



$$0 = (V_a - V_b) + (V_b - V_c) + (V_c - V_d) + (V_d - V_e) + (V_e - V_f) + (V_f -$$

$$0 = IR_1 - \varepsilon_2 + Ir_2 + IR_2 + Ir_1 + \varepsilon_1$$

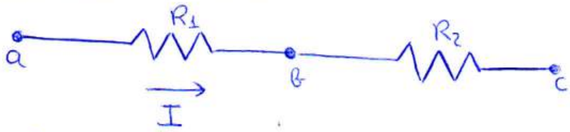
$$I = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{R_1 + R_2 + r_1 + r_2} = \frac{1-5}{5+3+1+1} = \frac{-4}{10} = -0{,}4$$

$\varepsilon_1 = 5\,V$ $\quad \varepsilon_2 = 1\,V$

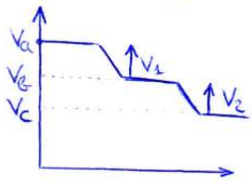
$r_1 = r_2 = 1\,\Omega$ $\quad R_1 = 5\,\Omega$ $\quad R_2 = 3\,\Omega$

3.2.3. Asociación de elementos

Resistencias en serie.



$V_a - V_c = V_a - V_b + V_b - V_c$

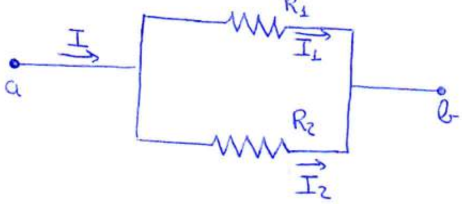


$V_{ext} = V_1 + V_2 = IR_1 + IR_2 = I(R_1 + R_2)$

$R_{eq} = R_1 + R_2$

Conexión en serie: $\boxed{R_{eq} = \sum_{i=1}^{N} R_i}$

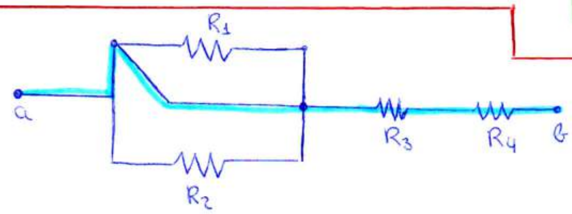
Resistencias en paralelo



$I = I_1 + I_2 = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} = V\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$

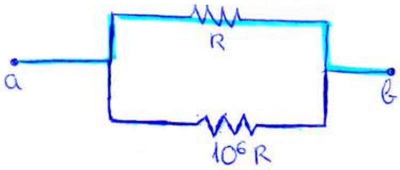
$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$

$\Rightarrow \boxed{R_{eq} = \left(\sum_{i=1}^{N} \frac{1}{R_i}\right)^{-1}}$

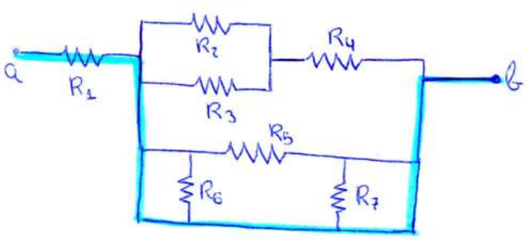


$R_{eq} = R_3 + R_4$

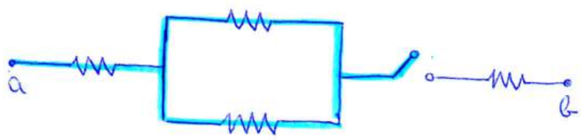
$R_{eq} = (10^6 + 1)R \approx 10^6 R$



$R_{eq} = R$



$R_{eq} = R_1$



$R_{eq} = \infty$

3.2.4. Procedimiento general para la resolución de circuitos

- Circuitos sin fuentes de corriente.

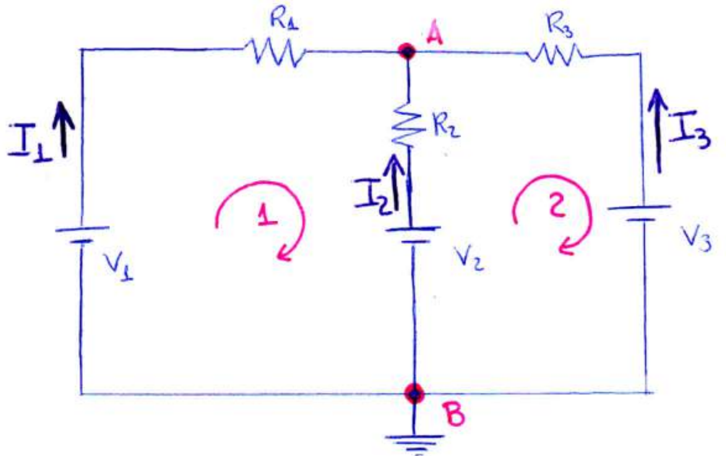
Procedimiento planteando ecuaciones de nodo y de lazo

a) Identificar los nodos del circuito y el número de mallas. Consideremos que el circuito tiene N nodos y M mallas.

b) Asignar una corriente a cada rama.

c) Plantear la Ley de Kirchoff de Corrientes (KCL) en N-1 nodos

d) Plantear la Ley de Kirchoff de Voltajes (KVL) en las M mallas. (En general, en M lazos, escogidos de forma que se recorran todas las ramas del circuito al menos una vez). En cada elemento del circuito se tendrá en cuenta su ecuación correspondiente (ley de Ohm en las resistencias, valor de las fuentes de tensión, etc).



$V_1 = 12\ V$
$V_2 = 2\ V$
$V_3 = 20\ V$
$R_1 = 2\ K\Omega$
$R_2 = 1\ K\Omega$
$R_3 = 3\ K\Omega$

- El circuito tiene dos nodos y dos mallas.
- Asignamos a las ramas las corrientes I_1, I_2 e I_3.
- Planteamos la KCL en el nodo A (también se podría hacer en el B)

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

- Planteamos las ecuaciones de las mallas:

$$I_1 R_1 - I_2 R_2 + V_2 - V_1 = 0$$
$$-V_2 + I_2 R_2 - I_3 R_3 + V_3 = 0$$

Sólo queda despejar el sistema de ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{l} 2\cdot\ I_1 - I_2 + 2 - 12 = 0 \\ -2 + I_2 - 3\ I_3 + 20 = 0 \\ I_1 + I_2 + I_3 = 0 \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} 2\cdot\ I_1 - I_2 - 10 = 0 \\ I_2 - 3\ I_3 + 18 = 0 \\ I_1 + I_2 + I_3 = 0 \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l} I_2 = 2\cdot 10^2 I_1 - 1 \\ I_3 = \dfrac{10^3 I_2 + 18}{3} \\ I_1 + I_2 + I_3 = 0 \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} I_1 = 2mA \\ I_2 = -6mA \\ I_3 = 4\ mA \end{array}$$

• Circuitos con fuentes de corriente

Los circuitos abiertos pueden considerarse como fuentes de corriente de valor $I=0$. En definitiva, el circuito abierto es un elemento que fija el valor de la rama en la que se encuentra. A efectos de análisis, puede tratarse igual que una fuente de corriente.

El procedimiento es similar, pero cambiando que para cada fuente de corriente se conoce una de las incógnitas (una de las corrientes) y se desconoce la ddp entre los extremos de la fuente. Se plantea una ecuación de lazo menos por cada fuente de corriente, pero las ecuaciones que se plantean deben escogerse correctamente.

Procedimiento planteando ecuaciones de nodo y de lazo

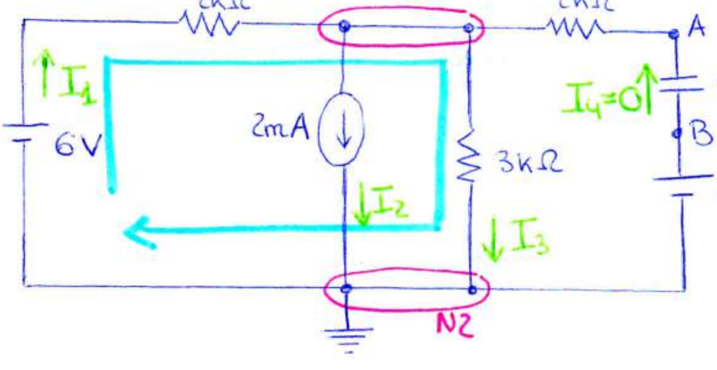
a) Identificar los nodos del circuito y el número de mallas. Consideremos que el circuito tiene N nodos, M mallas y S fuentes de corriente (y/o circuitos abiertos)

b) Asignar una corriente a cada rama. En caso de que la rama contenga una fuente de corriente, la corriente de la rama será la que fije la fuente.

c) Plantear KCL en N-1 nodos

d) Plantear KVL en M-S lazos, escogidos de forma que se recorran todas las ramas del circuito, excepto las que contienen fuentes de corriente.

Si se plantean ecuaciones de lazo en lazos con fuentes de corriente, aparecerán nuevas variables correspondientes a las diferencias de potencial en los extremos de las fuentes.



Vamos a determinar las corrientes y V_{AB}.

• Tenemos dos nodos (N1 y N2) y tres mallas.

- Asignamos corrientes. I_2 la da la fuente. I_4 es 0, porque el condensador en continua se comporta como circuito abierto.
- Calculamos la ecuación de nodo, por ejemplo en N1:

$$\underbrace{I_1 + I_4}_{\text{entran}} \underbrace{- I_2 - I_3}_{\text{salen}} = 0 \Rightarrow I_1 - I_3 - 2 = 0$$

- Hay tres mallas, y una fuente de corriente y un circuito abierto, luego planteamos $3-2=1$ ecuación de lazo. Evitamos fuente de corriente y circuito abierto, recorriendo el resto de las ramas.

$$-6 + 2 \cdot I_1 + 3 \cdot I_3 = 0$$

Faltaría resolver el sistema:

$$I_1 = 2 + I_3$$
$$-6 + 2 \cdot I_1 + 3 I_3 = 0$$

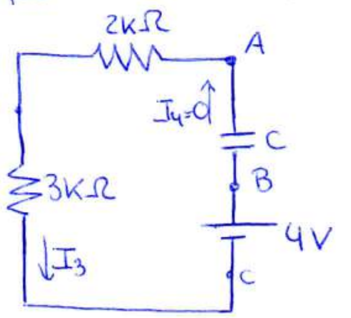
$$\begin{cases} -6 + 2(2+I_3) + 3I_3 = 0 \\ -6 + 4 + 2I_3 + 3I_3 = 0 \end{cases}$$

$$5I_3 = 2$$

$$I_3 = 0{,}4 \text{ mA}$$

$$I_1 = 2 + I_3 = 2{,}4 \text{ mA}$$

- Falta calcular V_{AB}, para lo que basta hacer un recorrido entre los dos puntos calculando una ecuación de lazo, por ejemplo en la parte derecha del circuito:



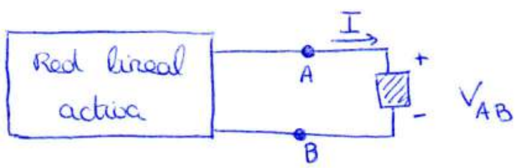
$$(V_A - V_B) + (V_B - V_c) + (V_c - V_d) + (V_d - V_A) = 0$$

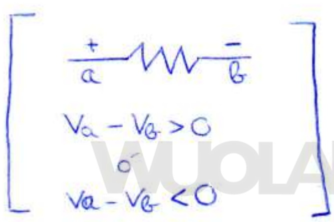
$$(V_A - V_B) + 4 - I_3 \cdot 3 - I_4 \cdot 2 = 0$$

$$(V_A - V_B) = 0{,}4 \cdot 3 - 4 = -2{,}8 \text{ V}$$

3.2.5. Teorema de Thévenin

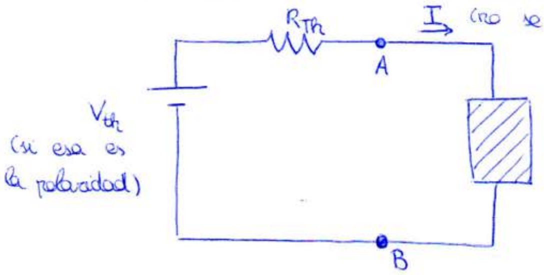
"Una red lineal activa se comporta respecto a dos terminales como un simple generador de tensión ideal en serie con una resistencia"





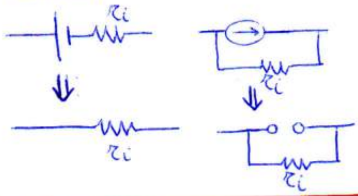
El dibujo anterior es equivalente a

$\xrightarrow{I}$ (no se modifica por el cambio)



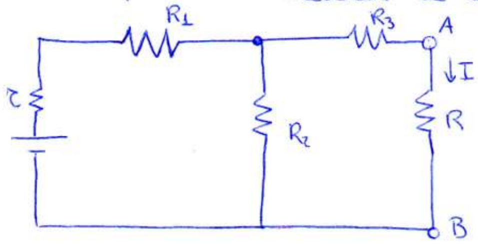
T_{Th} ≡ tensión Thévenin, es la ddp entre terminales en circuito abierto.

R_{Th} ≡ resistencia entre terminales apagando las fuentes (sustituir fem por circuito y generadores de corriente ideales por circuito abierto).



En DC la V_{th} debe mantenerse

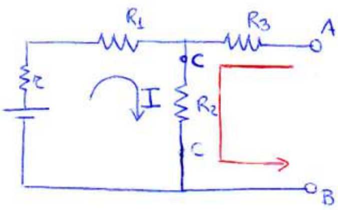
• Calcular el equivalente Thévenin de la siguiente red:



$r = 1\ \Omega$
$R_1 = 9\ \Omega$
$R_2 = 20\ \Omega$
$R_3 = 40\ \Omega$
fem $= 0{,}5$ V

V_{th}: ddp entre A y B

Como R_3 está conectada a circuito abierto, no la consideramos ($I=0$), luego sólo consideramos R_2



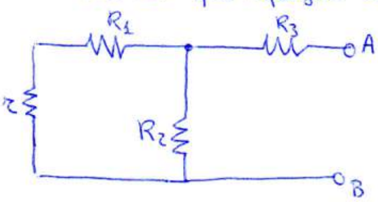
$$(V_A - V_B) = V_{Th} = I\, R_2$$

calculamos I; planteamos su ecuación de malla:

$$-\mathcal{E} + I \cdot r + I R_1 + I R_2 = 0 \Rightarrow I = \frac{\mathcal{E}}{r + R_1 + R_2} = 0{,}02\ \text{A}$$

$$\Rightarrow V_{th} = I \cdot R_2 = 0{,}02 \cdot 20 = 0{,}4\ \text{V}$$

R_{th}: tenemos que apagar las fuentes.



$$R_{Th} = (R_2 \parallel (R_1 + r)) + R_3 =$$

$$= \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1 + r}\right)^{-1} + R_3 =$$

$$= \left(\frac{1}{20} + \frac{1}{10}\right)^{-1} + 40 = 46{,}67\ \Omega$$

Si ahora queremos calcular la corriente que circula por R tenemos:

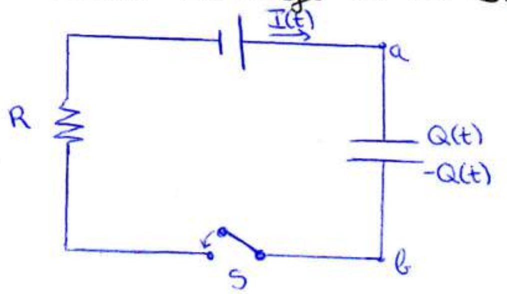
$$V_{th} = I \cdot R \Rightarrow 0{,}4 = I \cdot 50 \Rightarrow I = 0{,}008 \text{ A}$$

3.3. Circuitos con señales variables en el tiempo

3.3.1. Carga y descarga de un condensador

Se conoce como **circuito transitorio** aquel en el que la corriente cambia con el tiempo.

- Circuito RC en DC
  - Proceso de carga de un condensador.



Veamos cuáles son $Q(t)$ e $I(t)$

Los datos que conocemos son:

- $V = V_a - V_b$
- $I = \frac{dQ}{dt}$
- $V(t) = \frac{Q(t)}{C}$

Si aplicamos al circuito su ecuación de malla:

$$\mathcal{E} + (V_b - V_a) - IR = 0 \Rightarrow \mathcal{E} - \frac{Q}{C} - IR = 0$$

$$\Rightarrow \mathcal{E} - \frac{Q}{C} - \frac{dQ}{dt} R = 0$$

Hemos llegado a una ecuación diferencial, integramos:

$$\frac{dQ}{\mathcal{E}C - Q} = \frac{dt}{RC} \Rightarrow \int \frac{dQ}{\mathcal{E}C - Q} = \int \frac{dt}{RC}$$

$$\Rightarrow -\ln(\mathcal{E}C - Q) = \frac{t}{RC} + cte' \Rightarrow \ln(\mathcal{E}C - Q) = -\frac{t}{RC} + cte$$

Las condiciones iniciales del problema eran $t = 0$, $Q = 0$, si las aplicamos al resultado anterior obtenemos:

$$\ln \mathcal{E}C = cte$$

$$\Rightarrow \ln(\mathcal{E}C - Q) = -\frac{t}{RC} + \ln \mathcal{E}C \Rightarrow \ln(\mathcal{E}C - Q) - \ln \mathcal{E}C = -\frac{t}{RC}$$

$$\Rightarrow \ln \frac{\mathcal{E}C - Q}{\mathcal{E}C} = -\frac{t}{RC}$$ $\Rightarrow$ elevamos y despejamos Q:

19

$$e^{\ln\left(\frac{\mathcal{E}C-Q}{\mathcal{E}C}\right)} = e^{-\frac{t}{RC}} \Rightarrow \frac{\mathcal{E}C-Q}{\mathcal{E}C} = e^{-\frac{t}{RC}}$$

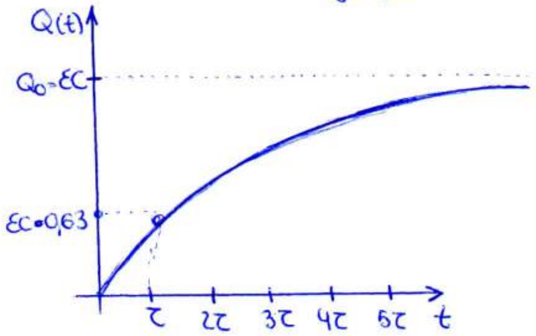
$$\Rightarrow -Q(t) = e^{-\frac{t}{RC}} \cdot \mathcal{E}C - \mathcal{E}C \Rightarrow Q(t) = \mathcal{E}C - e^{-\frac{t}{RC}} \cdot \mathcal{E}C$$

$$\Rightarrow Q(t) = \mathcal{E}C\left[1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right]$$

Denotamos τ a RC, que se mide en segundos:

$$\boxed{Q(t) = \mathcal{E}C\left[1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right]}$$

Podemos observar gráficamente que si $t \to \infty$, $Q(t) \to \mathcal{E}C$



$t = \tau \to (1 - e^{-1}) = 0{,}63$

$t = 2\tau \to (1 - e^{-2}) = 0{,}86$

$t = 3\tau \to (1 - e^{-3}) = 0{,}95$

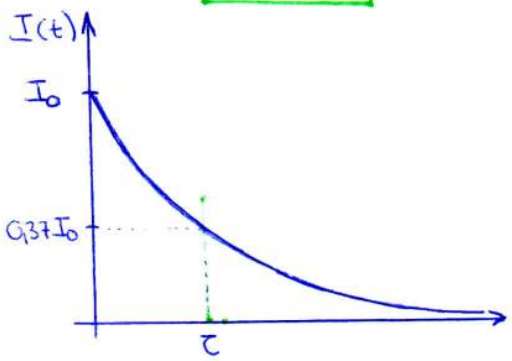
$t = 5\tau \to (1 - e^{-5}) = 0{,}99$

⌈Un condensador cargado es equivalente a un circuito abierto⌋

Veamos ahora la corriente:

$$\boxed{I(t) = \frac{dQ}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-\frac{t}{RC}} = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

donde $\boxed{I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R}}$ es la corriente inicial.



$t = \tau \to e^{-1} = 0{,}37$

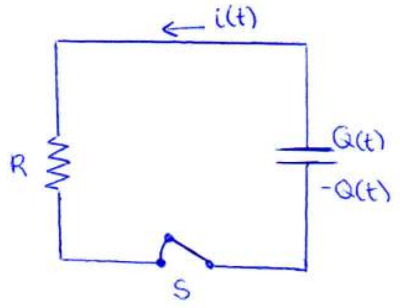
$t = 5\tau \to e^{-5} = 0{,}007$

Notamos que con las unidades normales, 5τ son pocos segundos, $t \to \infty$ en segundos

$$\boxed{\left.\begin{matrix} C = 10\mu F \\ R = 1K\Omega \end{matrix}\right\} \quad 5\tau = 50\, ms}$$

• Proceso de descarga de un condensador.

Las condiciones iniciales son $t=0$; $Q=Q_0$



donde $i = -\frac{dQ}{dt}$

$V_0 = \frac{Q_0}{C} \equiv$ ddp inicial entre placas.

Partimos, como antes, de la ecuación de malla:

$$-iR + \frac{Q}{C} = 0 \longrightarrow -R\frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = 0$$

$$\longrightarrow -R\,dQ = \frac{Q\,dt}{C} \longrightarrow \frac{dQ}{Q} = -\frac{dt}{RC}$$

Integramos:

$$\int\frac{dQ}{Q} = -\int\frac{dt}{RC} \longrightarrow \ln Q = -\frac{t}{RC} + cte.$$

Aplicamos las condiciones iniciales $(t=0,\ Q=Q_0)$:

$$\Rightarrow \ln Q_0 = cte.$$

Sustituyendo:

$$\ln Q = -\frac{t}{RC} + \ln Q_0 \longrightarrow \ln Q - \ln Q_0 = -\frac{t}{RC}$$

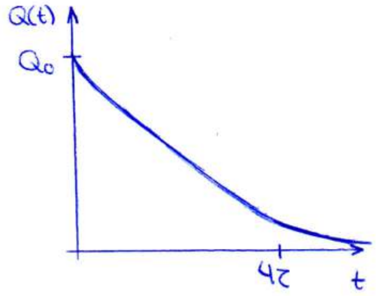
$$\rightarrow \ln\frac{Q}{Q_0} = -\frac{t}{RC} \longrightarrow e^{\ln\frac{Q}{Q_0}} = e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$\rightarrow \frac{Q}{Q_0} = e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$\Rightarrow \boxed{Q(t) = Q_0\,e^{-\frac{t}{RC}} \overset{RC=\tau}{=} Q_0\,e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

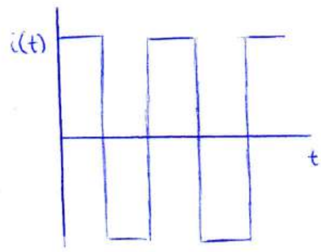
$$\boxed{i(t) = -\frac{dQ}{dt} = \frac{Q_0}{RC}e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{V_0}{R}e^{-\frac{t}{RC}} = I_0\,e^{-\frac{t}{RC}}}$$

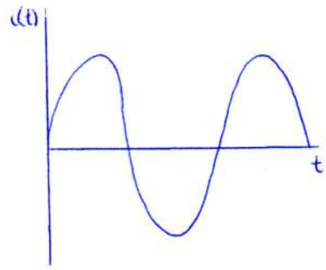
donde $\boxed{I_0 = \frac{V_0}{R}}$ es la corriente inicial.



3.3.2. Circuitos de corriente alterna

La corriente que circula por el circuito varía periódicamente con el tiempo, oscilando entre un valor máximo y mínimo. No tiene por qué ser senoidal.





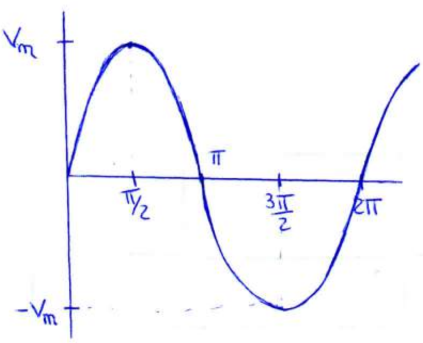
En alterna tenemos que (en los generadores):

$$\boxed{V_s = V_m (\text{sen}\ \omega t + \phi)}$$

$$\boxed{i_s = I_m (\text{sen}\ \omega t + \phi)}$$

donde V_m e I_m son la ddp máxima y la corriente máxima, respectivamente.

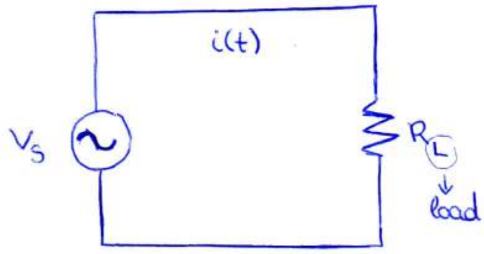
Normalmente la corriente se denota por I en DC y para valores constantes (en AC se refiere a valores de pico), mientras que en AC $i(s)$ se refiere a la corriente en función del tiempo.



$$\boxed{T = \frac{2\pi}{\omega}}$$

$$\boxed{f = \frac{\omega}{2\pi}}$$

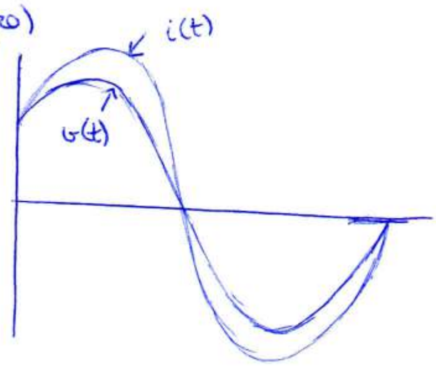
Si a la fuente le conectamos una carga resistiva:



$V_S = V_m \operatorname{sen} \omega t$

$$\rightarrow i(t) = \frac{V_m}{\underbrace{R_L}_{I_m}} \operatorname{sen} \omega t$$

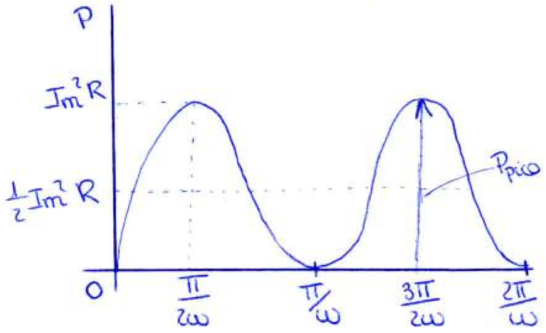
i(t) y V(t) van en fase (alcanzan 0, máximo y mínimo al mismo tiempo)



• **Potencia disipada en la R**

$$P = I^2 R = (I_m \operatorname{sen} \omega t)^2 R = I_m^2 R \operatorname{sen}^2(\omega t)$$

Donde P es la potencia instantánea. Veamos la potencia disipada:



$$\overline{P} = (\overline{i^2 R}) = I_m^2 R\, \overline{\operatorname{sen}^2 \omega t}$$

Sabemos que $\int \operatorname{sen}^2 x \, dx = \frac{1}{2}(x - \operatorname{sen} x \cos x)$

$$\Rightarrow \overline{\operatorname{sen}^2 \omega t} = \frac{\int_0^{nT} \operatorname{sen}^2(\omega t)\, dt}{nT} = \frac{1}{2} \qquad (n \in \mathbb{Z})$$

$$\Rightarrow \overline{P} = \frac{1}{2} I_m^2 R = \frac{P_{pico}}{2}$$

Valor eficaz

$\bar{x}$ valor promedio $\quad \bar{\iota} = 0 \quad \bar{v} = 0$

$$\boxed{I_{ef} = \underbrace{I_{rms}}_{\text{root mean square}} = \sqrt{\overline{i^2(t)}}}$$

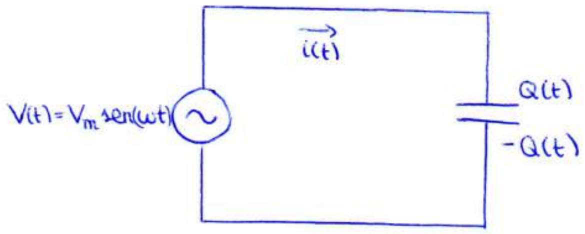
Donde $\boxed{\overline{i^2(t)} = I_m^2\, \overline{\operatorname{sen}^2(\omega t)} = \frac{I_m^2}{2}}$

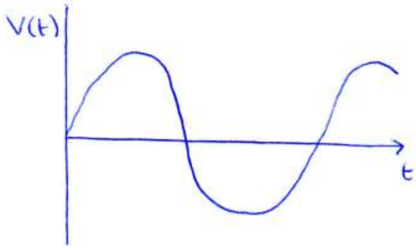
$\Rightarrow \boxed{\overline{P} = I_{ef}^2 \cdot R}$ $\rightarrow$ expresión análoga a la de DC

$$\boxed{V_{ef} = V_{rms} = \sqrt{\overline{V^2(t)}} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{I_m R}{\sqrt{2}} = I_{ef}\, R}$$

$$\Rightarrow \boxed{\overline{P} = V_{ef} \cdot I_{ef}}$$

- **Condensador conectado a una fuente AC**





Sabemos que $i(t) = \frac{dQ}{dt}$ y que $V(t) = \frac{Q}{C}$

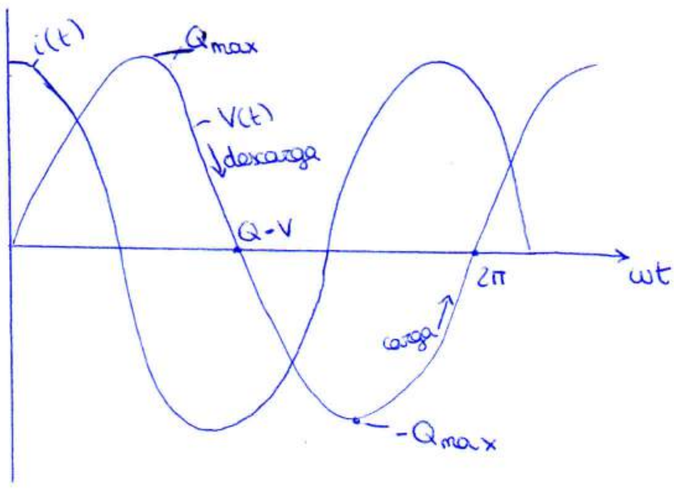
$$\Rightarrow V_m\, sen(\omega t) = \frac{Q}{C} \Rightarrow Q = C V_m\, sen(\omega t)$$

$$\Rightarrow i(t) = \frac{dQ}{dt} = C\omega V_m \cos(\omega t) = C\omega V_m\, sen\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) =$$

$$= I_m\, sen\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \quad \| \quad I_m = I_m(\omega) = C\omega V_m$$

Llamamos **reactancia capacitiva** a $\boxed{\chi = \frac{1}{\omega C}}$, se mide en ohmios ($\Omega$).

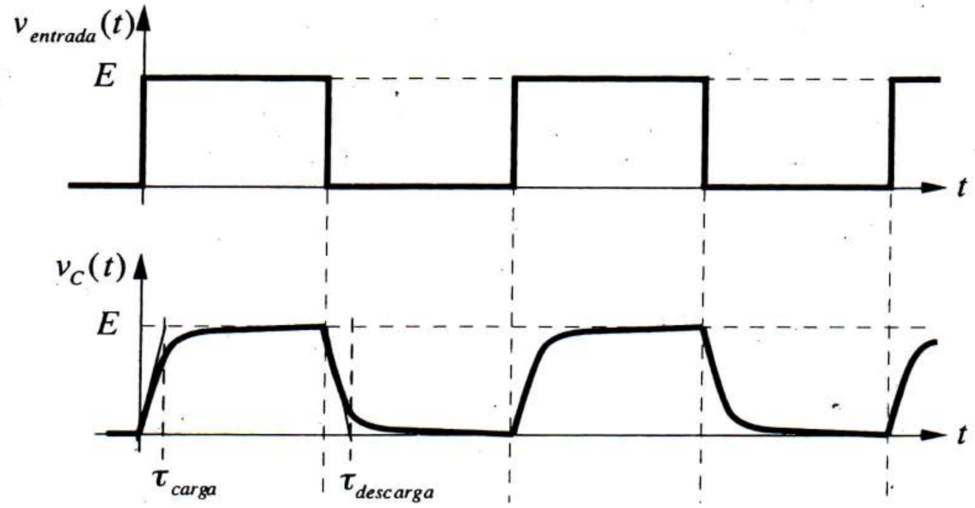
$$\Rightarrow I_m = \frac{V_m}{\chi} \longrightarrow V_m = \chi I_m$$



22

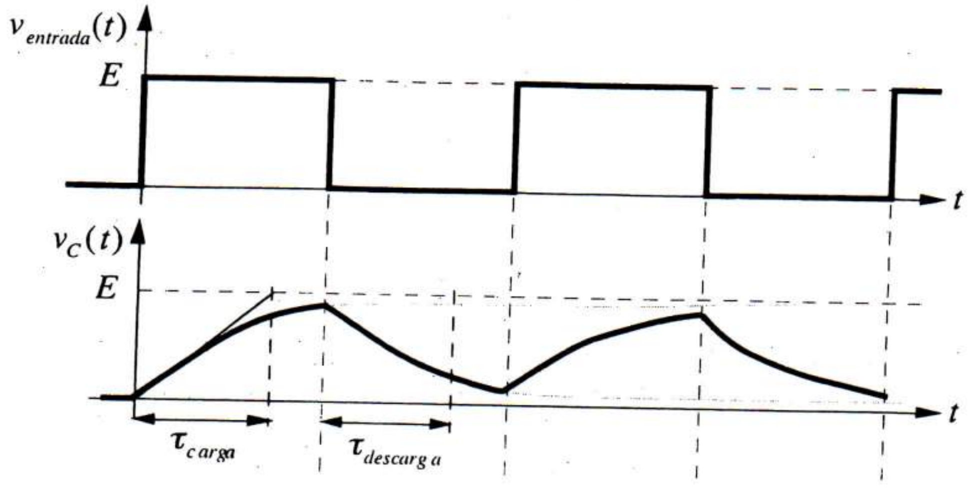
1. caso: $(T/2) >> 4\tau$

En este caso, tanto en el proceso de carga como en el de descarga, el condensador tendrá tiempo suficiente para cargarse y para descargarse completamente. Por ello, gráficamente, las señales de salida tendrán el aspecto siguiente:



2. caso: $(T/2) << 4\tau$

En este caso, ni en el proceso de carga ni en el descarga se le da al condensador el tiempo suficiente para cargarse o descargarse completamente. Gráficamente, las señales de salida tendrán el aspecto siguiente:

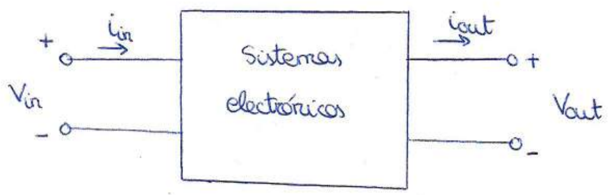


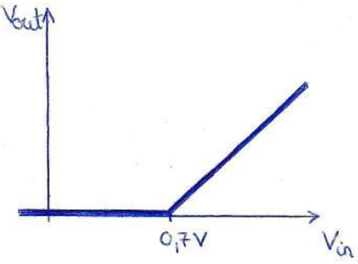
Parte II

Semiconductores y dispositivos electrónicos

4. Dispositivos de unión de dos terminales

5. Transistores





$V_{out} = f(V_{in})$

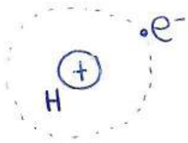
$V_{out} = 0$ si $V_{in} \leq 0{,}7\ V$

$V_{out} = $ — si $V_{in} \geq 0{,}7\ V$

Tema 4. Dispositivos de unión de dos terminales

4.1. Introducción a los semiconductores

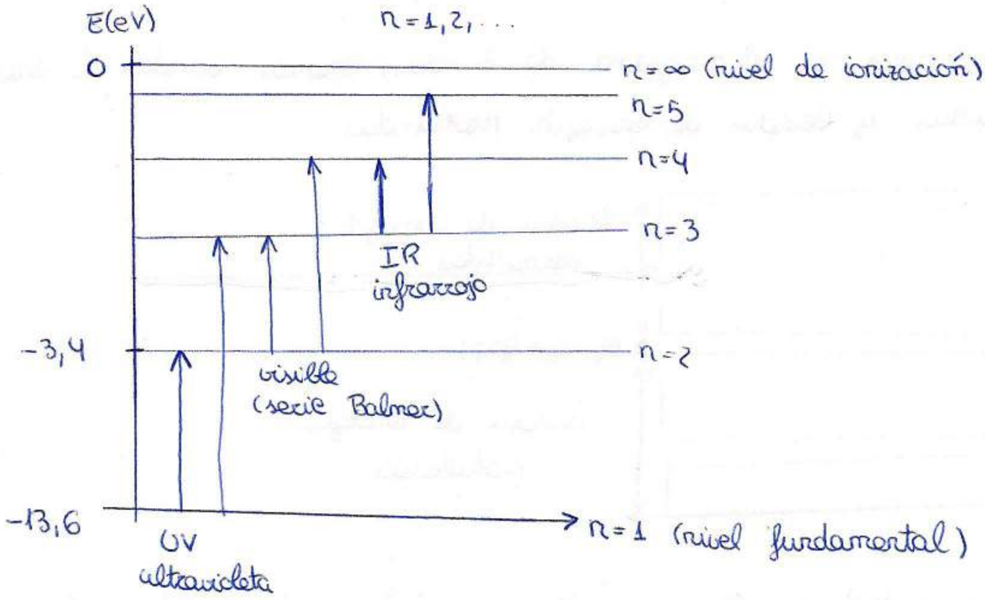
4.1.1. Conductores, aislantes y semiconductores



$E = E_p + E_c$

$E = -\dfrac{R}{n^2}$, $R = 13{,}6$ eV $\quad (1\,eV = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,J)$

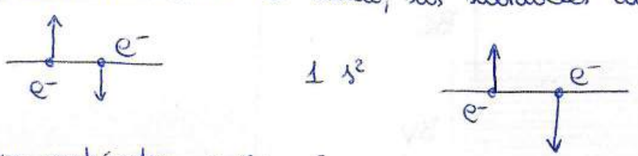
$n = 1, 2, \ldots$



Absorción fotónica $\quad$ Emisión fotónica

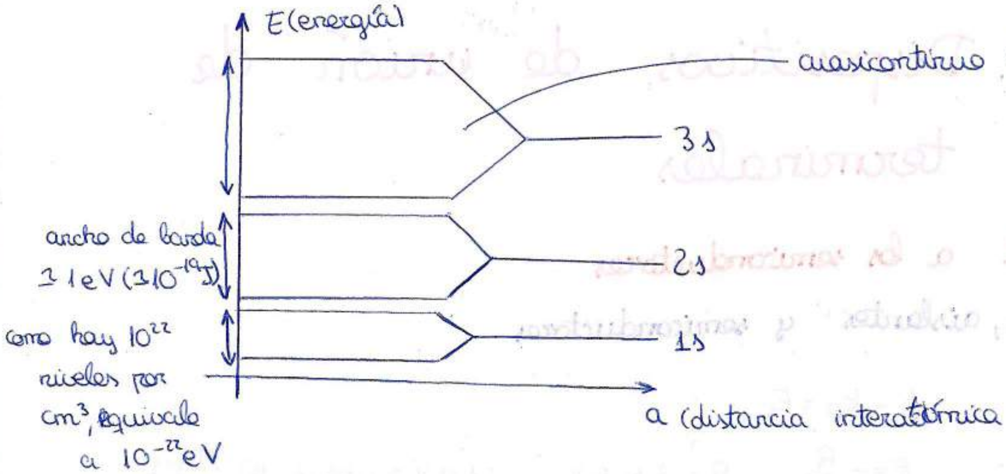
$E_f - E_i = h\nu = h\dfrac{c}{\lambda}$ $\quad$ $E_i - E_f = h\nu$

Si tenemos un átomo de Silicio, sus subniveles atómicos son: $1s^2\,2s^2\,2p^6\,3s^2\,3p^2$

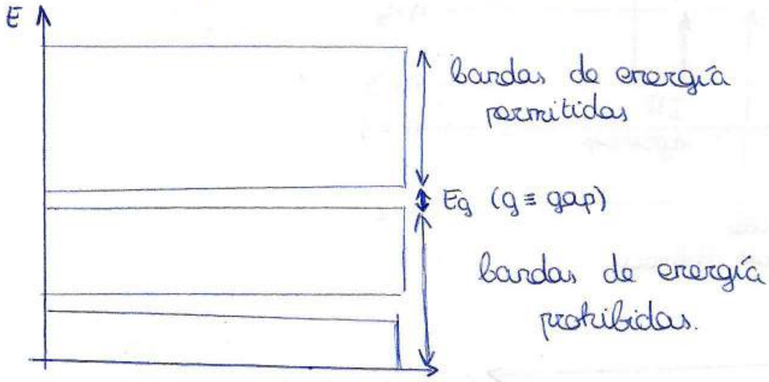


En un centímetro cúbico hay aproximadamente 10^{22} átomos, con N átomos tendremos una banda 1s de N niveles, es decir, con 2N electrones.

} banda 1s : $2 \cdot 10^{22}\,e^-$ (en 1 cm³)



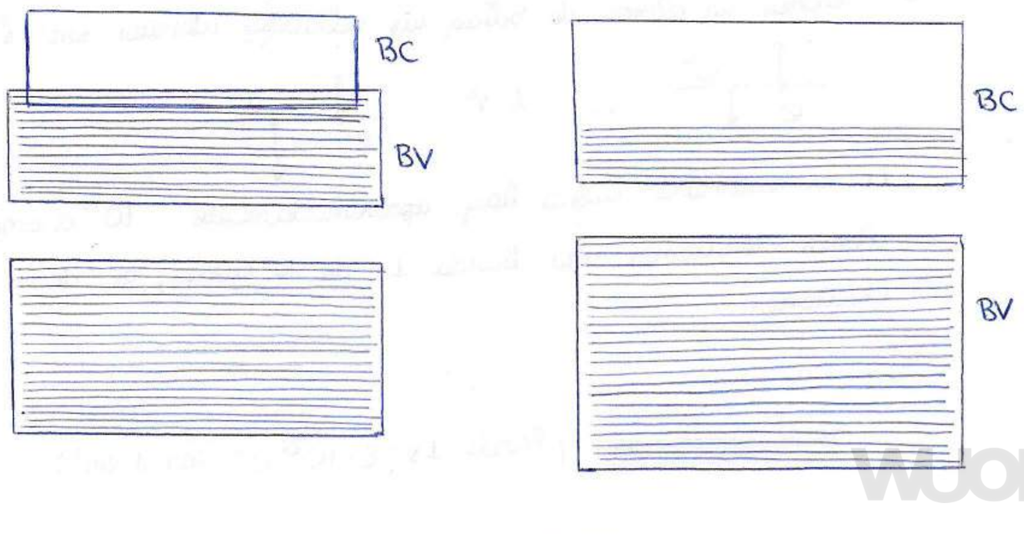
Si nos fijamos en el diagrama de bandas, tenemos bandas de energía permitidas y bandas de energía prohibidas.



En un cristal a 0 grados Kelvin se llama banda de valencia a la última banda totalmente llena, y banda de conducción a la banda superior, que puede estar vacía o parcialmente llena.

- **Metales o conductores**

Son los cristales capaces de transportar una corriente eléctrica con poca oposición. Su estructura de bandas es una de las siguientes para cualquier temperatura:



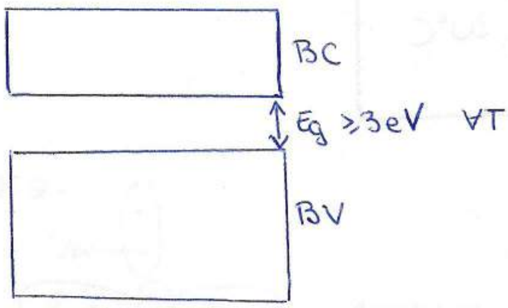
la banda de conducción está parcialmente ocupada, es el caso del silicio (Si) o el plomo (Pb), ambos pertenecientes al grupo IV.
Bajo un campo eléctrico estos materiales conducen debido a que los electrones de la banda de conducción pueden adquirir energía (pasan de estar en reposo a moverse) y saltan de nivel.

La corriente se caracteriza por $\frac{1}{\rho} = \sigma = q \cdot \mu_e \cdot n$, siendo n fija (es la densidad de e^- libres en la banda de conducción).
Cuando sube la temperatura, μ_e (movilidad de electrones libres) disminuye.

$$\boxed{\text{A } 20^\circ C \quad \rho \in [10^{-8}, 10^{-6}]\ \Omega \cdot m \quad , \quad n = 10^{23}\ e^-/cm^3}$$

- **Aislantes**

Se denomina aislante a un material cuya banda de conducción está vacía, su banda de valencia está a un gap bastante elevado, típicamente mayor que 3 eV a cualquier temperatura.



Por ejemplo, el diamante (carbono, grupo IV)

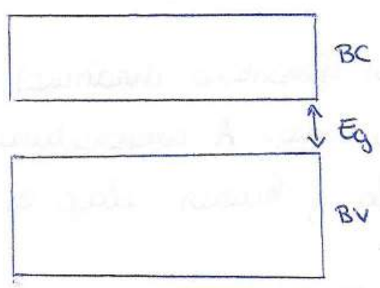
Los aislantes, bajo la acción de un campo eléctrico, no tienen electrones libres, los únicos electrones que podrían adquirir energía del campo son los de la banda de valencia, pero tienen todos sus estados ocupados, luego no pueden saltar de nivel (son electrones ligados), y por tanto no pueden transportar energía.

Los valores típicos son $\boxed{\rho > 10^{8}\ \Omega \cdot m \quad y \quad n \simeq 10^{7}\ e^-/cm^3 \quad a\ 20^\circ C}$

- **Semiconductores intrínsecos o puros**

Estos materiales tienen una estructura de bandas como la que sigue:

T=0K (cercanas)

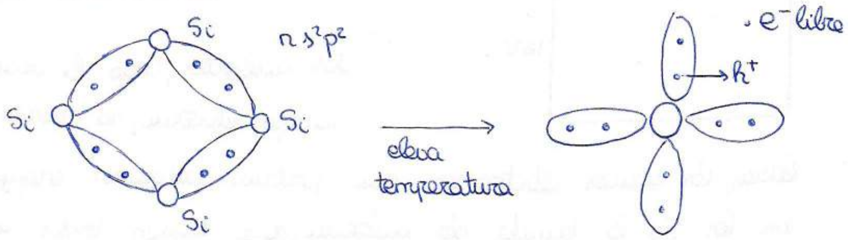


típicamente
$0{,}2\ eV \leq E_g \leq 1{,}5\ eV$

A temperaturas cercanas a 0K el semiconductor es un aislante casi perfecto, pero al subir la temperatura las bandas de valencia y conducción están tan cerca que algunos electrones de la banda de valencia pueden adquirir energía térmica y saltar a la banda de conducción, superando la energía de gap y convirtiéndose en electrones libres, de tal manera que a temperatura ambiente el material tiene electrones libres capaces de conducir bajo la acción de un campo eléctrico. El aislante se ha convertido en un ligero conductor. Además, la ausencia de electrones en la banda de valencia también se comporta como un portador de carga, llamado hueco. Por cada electrón tenemos un par (e^-, hueco). Estos materiales son bipolares (tienen carga + y carga −). Un ejemplo son Si y Ge, del grupo IV.

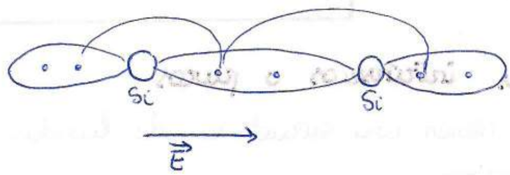
$$\left.\begin{array}{l} \rho_0 \text{ (Si puro)} \simeq 5 \cdot 10^3 \ \Omega \cdot m \\ \rho_0 \text{ (Ge puro)} \simeq 7 \ \Omega \cdot m \end{array}\right\} 27°C$$

$$\left.\begin{array}{l} n(Si) \simeq 7{,}85 \cdot 10^9 \ e^-/cm^3 \\ n(Ge) \simeq 1{,}85 \cdot 10^{13} \ e^-/cm^3 \end{array}\right\} 20°C$$



temperaturas bajas

Bajo la acción de un campo eléctrico:



Continuamente hay saltos térmicos (fenómeno dinámico), los e^- no siempre están en el mismo sitio. A temperatura fija la cantidad de electrones arriba y huecos abajo es fija.

Estos materiales están caracterizados por la concentración intrínseca

$n(T) = p(T) = n_i(T)$

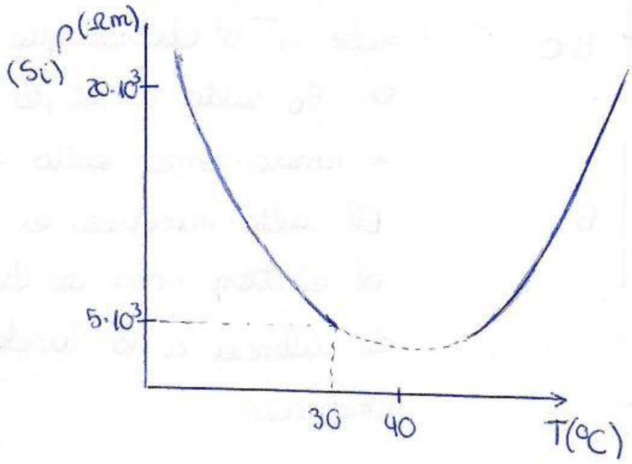
$$\boxed{n_i = n_i(T) = cte\ T^{3/2} \exp\left[-E_g/2K_B T\right]}$$

$$\boxed{K_B = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ J \cdot K^{-1}}$$

Si desarrollamos en la fórmula $\sigma = q(\mu_e n + \mu_h p)$:

$$\sigma = q n_i(T)(\mu_e + \mu_h)$$

donde μ_e y μ_h dependen de la temperatura. $n_i(T)$ crece exponencialmente cuando la temperatura se eleva, y μ_h decrece cuando se eleva T.



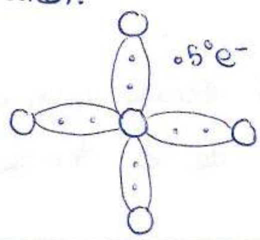
En la gráfica vemos que si medimos ρ en un semiconductor, al elevar la temperatura esta baja (hasta cierto punto), y después vuelve a subir cuanto más se eleva la temperatura (antes de fundirse)

4.1.2. Semiconductores extrínsecos (impuros o dopados)

Si a un semiconductor intrínseco se le añade una cierta cantidad de átomos trivalentes o pentavalentes, se convierte en un semiconductor extrínseco o dopado.

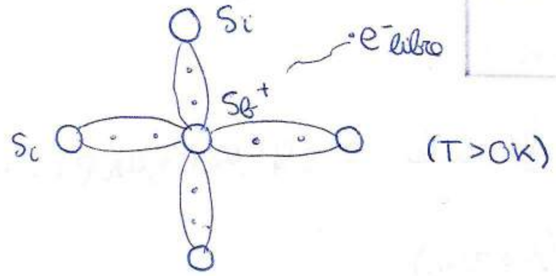
Semiconductores tipo n

Se obtienen por la introducción de átomos pentavalentes: cinco electrones de valencia en una concentración N_D (concentración de impurezas pentavalentes). Es el caso de Sb, P, As. Estos átomos que estamos introduciendo (también conocidos como impurezas donadoras) desplazan a los átomos del semiconductor formando cuatro enlaces con átomos vecinos.



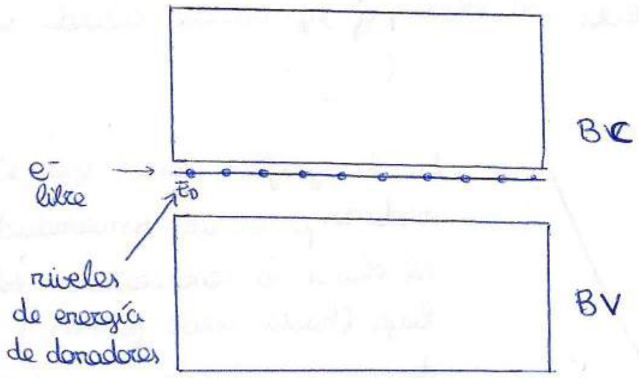
Tienen cinco electrones para formar red, al ligarlos al Si y Ge, que tienen 4 electrones de valencia, el 5º e^- se queda débilmente ligado. Notemos que estamos trabajando a temperaturas bajas (cercanas a 0K). Con débilmente ligado nos referimos a que su energía de ligadura son unas centésimas de eV.

Cuando la temperatura sube:



El electrón débilmente ligado pasa a ser un electrón libre.

La estructura de bandas en el silicio será:



Cuando la temperatura sube, el 5º electrón que está en E_D salta a BC, lo que se conoce como salto extrínseco. El salto intrínseco es cuando el electrón pasa de la banda de valencia a la banda de conducción.

A temperatura ambiente todas las impurezas están ionizadas (han perdido su 5º e^-)

$$N_D \longrightarrow N_D^+ \longrightarrow N_D e^-$$

El resultado de la transformación son electrones en la banda de conducción y unos pocos en la banda de valencia. Se llaman materiales de tipo n porque conducen mayoritariamente por electrones, que son los portadores mayoritarios (los huecos son portadores minoritarios).

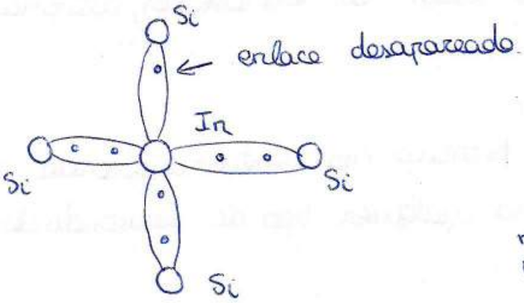
El resultado es: $n_n \cong N_D > n_i$
$p_n < n_i$

En la fórmula $\sigma = q(\mu_e n_n + \mu_h p_n)$ el término $\mu_h p_n$ es despreciable, ya que $p_n << n_n$. μ, n_n y p_n dependen de la temperatura.

Semiconductores tipo p.

Se obtienen introduciendo en la red cristalina del semiconductor una cierta concentración de impurezas trivalentes, en una concentración N_A (en general mayor que n_i a temperatura ambiente), de tal manera que estas impurezas desplazan de nuevo un electrón en la red y forman un enlace con los átomos vecinos. Es el caso del indio (In), el boro (B) y el galio (Ga).

Como sólo tiene tres electrones para compartir, uno de los enlaces queda desapareado (situación a baja temperatura)



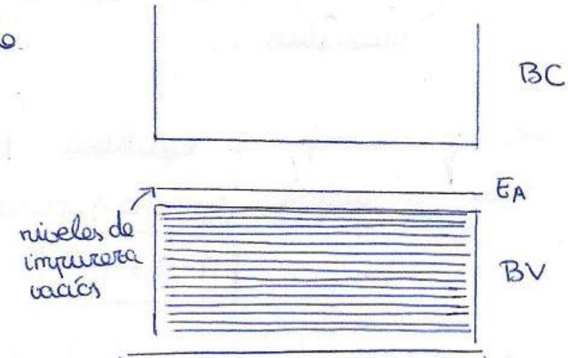
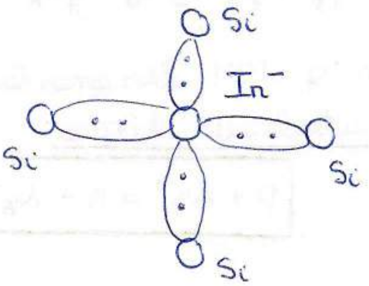
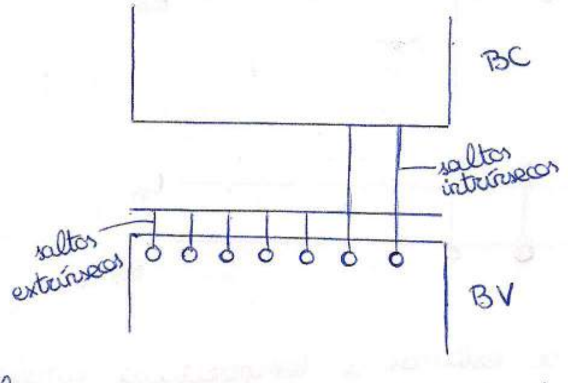


Diagrama de energía

Si elevamos la temperatura uno de los e^- de valencia ocupa el enlace y In se ioniza con signo menos (In^-). Habrá tantos huecos como saltos extrínsecos.

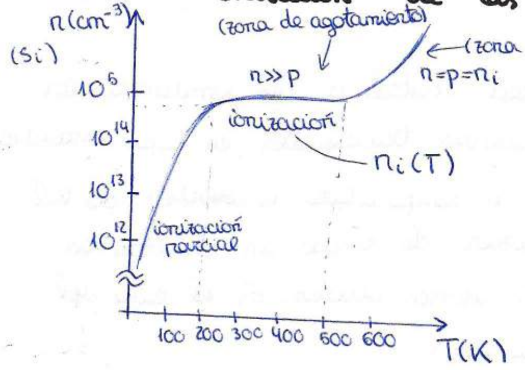




Este tipo de materiales tiene una gran cantidad de huecos en la banda de valencia y pocos e^- en la banda de conducción. Se llaman de tipo p porque transportan por cargas positivas, en la fórmula $\sigma = q(n_p \mu_e + p_p \mu_h)$ el término $n_p \mu_e$ es despreciable. ($n_p \ll p_p$)

Estos materiales dopados por las impurezas habituales a temperatura ambiente tiene sus impurezas ionizadas, y por tanto $p_p \simeq N_A$, $N_A \gg n_i$, $n_{e^-} \ll n_i$

Grado de ionización de las impurezas



$(N_D = 5 \cdot 10^{14} cm^{-3})$

$(n_i \simeq 10^{10} cm^{-3})$

En la zona de agotamiento n es constante, $\sigma(T)$ tiene un comportamiento metálico.

$n_i(T) \sim exp(T) \rightarrow \sigma(T) \rightarrow$ semiconductor intrínseco.

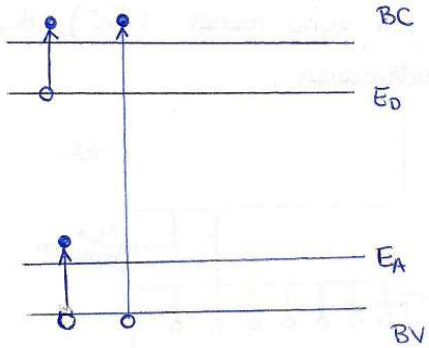
Estos semiconductores se usan en termostatos, alarmas de incendios...

En condiciones de equilibrio térmico (no existen diferencia de temperatura ni acciones externas), para cualquier tipo de semiconductor (tipo n, tipo p):

$$\boxed{n \cdot p = n_i^2}$$

La energía de gap depende de la temperatura $(\boxed{E_g = K_1 - K_2 10^{-4} T})$

4.1.3. Ecuación de neutralidad eléctrica



La carga por cm³ es (a cierta temperatura):

$$qp - qn + qN_D^+ - qN_A^- = 0$$

Con $q = |e^-|$ obtenemos la <u>ley de neutralidad eléctrica</u>

$$\boxed{p + N_D^+ = n + N_A^-}$$

Si estamos a temperatura ambiente, como $N_D^+ \simeq N_D$ y $N_A^+ \simeq N_A$, tenemos la <u>ley de neutralidad eléctrica a temperatura ambiente</u>:

$$\boxed{p + N_D = n + N_A}$$

Con la fórmula vista en el apartado anterior $(np = n_i^2)$ analizamos casos (con los dopados usuales):

- Tipo n y con dopados $N_D \gg n_i \Rightarrow n_n \gg p_n$

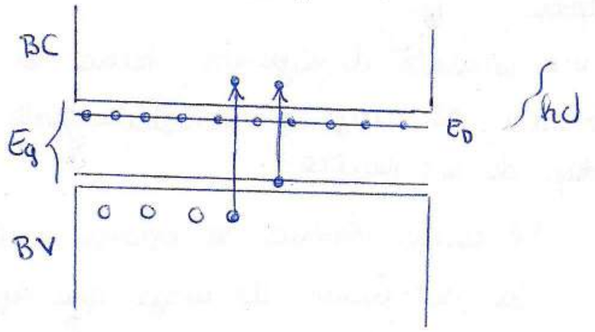
$$N_A = 0, \quad \left.\begin{array}{l} p_n + N_D = n \\ p_n \cdot n_n = n_i^2 \end{array}\right\} p_n = \frac{n_i^2}{n_n} \Rightarrow n \simeq N_D \longrightarrow p_n = \frac{n_i^2}{N_D}$$

- Tipo p y dopados usuales

$$p = n + N_A \simeq N_A \longrightarrow n_p = \frac{n_i^2}{N_A}$$

4.1.4. Conductividad eléctrica en semiconductores y aplicaciones

En los semiconductores intrínsecos tenemos dispositivos termosensibles, en los semiconductores extrínsecos, a temperatura ambiente, ρ es la de un conductor.



Las únicas formas de variar σ para que se produzcan saltos no son por dopado o temperatura, también se puede conseguir por iluminación si $h\nu \gtrsim E_g$

Para ello como $h\nu = \frac{hC}{\lambda} = E_g$

$$\Rightarrow \boxed{\lambda_0 = \frac{hC}{E_g}}$$

La variación de σ por dopados es permanente, mientras que por temperatura e iluminación es transitiva.

El tiempo de vida antes de decaer es $\tau \in [10^{-8}, 10^{-6}]$ segundos.

Entre las aplicaciones de los semiconductores tenemos los transistores (NTC → negative temperature coefficient , PTC), que funcionan con cambios de temperatura.

$$\boxed{\sigma \text{ (Si y Ge)} - 8\%, 6\% /°C}$$

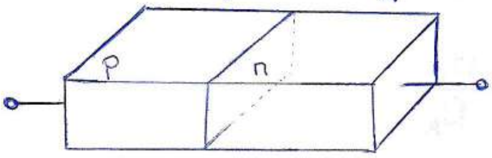
Sus aplicaciones son las alarmas contra incendios, sensores de temperatura... Su base son los conductores intrínsecos.

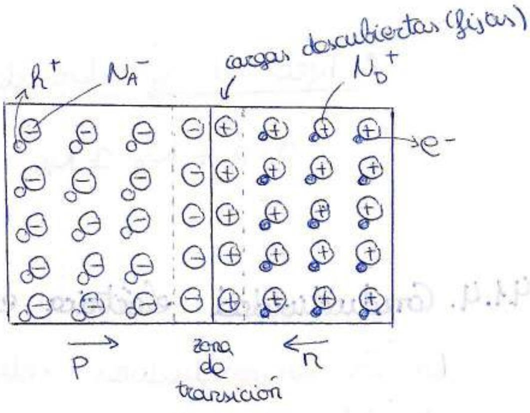
Los fotoconductores son conductores que funcionan bajo iluminación (Caso de semiconductores intrínsecos, cuyas resistencias se pueden bajar en varios cientos de K bajo iluminación)

Las aplicaciones son rayos ópticos y dispositivos que funcionan bajo iluminación.

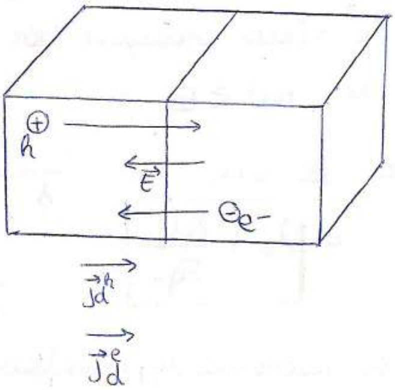
4.2. Unión p-n

4.2.1. Unión p-n en equilibrio





Cuando está en crecimiento, hay una gran cantidad de huecos a la izquierda y de electrones a la derecha, que tienden a juntarse para estabilizarse. Esto crea una corriente de difusión hacia la derecha. Aparecerá una distribución de carga e inmediatamente un campo eléctrico. El sistema deja de ser neutro



$\vec{J_d^h}$

$\vec{J_d^e}$

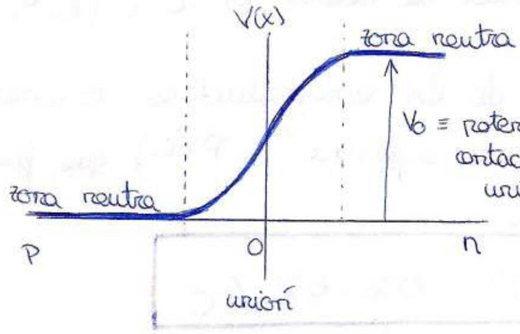
El campo eléctrico se opone a la difusión. La distribución de carga que aparece es

$$\vec{E}\begin{cases}\vec{J}^h\\ \vec{J}^e\end{cases}$$

Alcanzamos el equilibrio cuando:

$$\vec{J}^e + \vec{J_d^e} = 0$$
$$\vec{J}^h + \vec{J_d^h} = 0$$

Si observamos la estructura de bandas, al ir de p a n tenemos:



$\longrightarrow qV(x) = U^h$

$-qV(x) = U^e$

$U^h(x) = qV(x)$

$U^e(x) = -qV(x)$

Tenemos que $\boxed{V_0 = \frac{K_B T}{q} \ln \frac{N_A N_D}{n_i^2}}$ ← No hay que aprenderse esta fórmula de memoria

En los casos de silicio y germanio:

$N_D = N_A \simeq 10^{16}\ cm^{-3}$

$n_i^2 (Si) \simeq 10^{20}\ cm^{-6}$

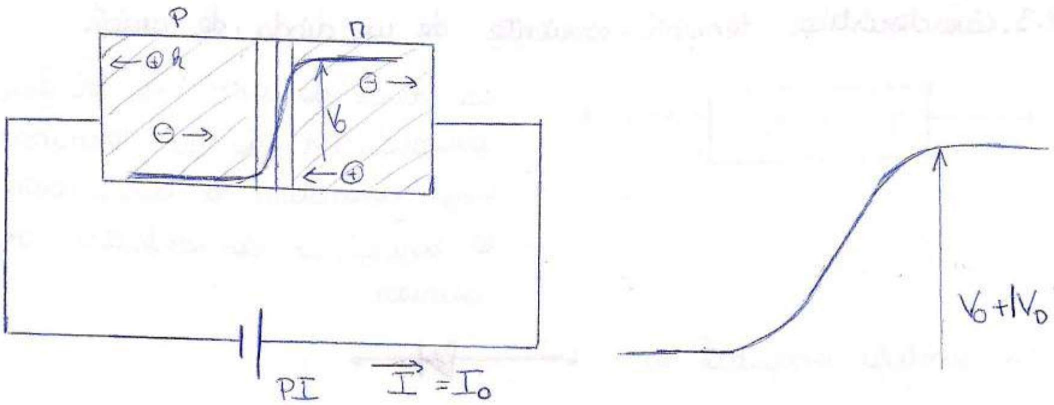
$n_i^2 (Ge) \simeq 10^{26}\ cm^{-6}$ $\Rightarrow V_0 = \begin{cases} Si: 0{,}8\ V \\ Ge: 0{,}5\ V \end{cases}$

$\frac{K_B \cdot T}{q} = 26\ mV$

4.2.2. Unión p-n en polarización

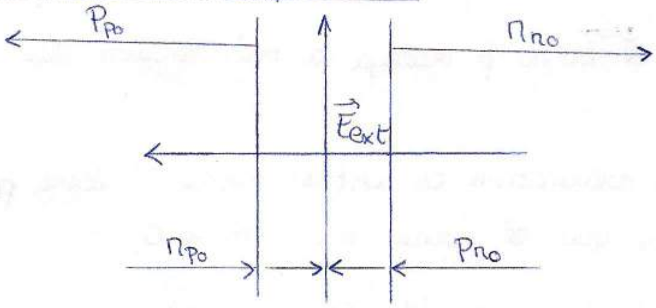
- Polarización inversa (PI)

$V_D < 0 \Rightarrow V_p - V_n < 0$

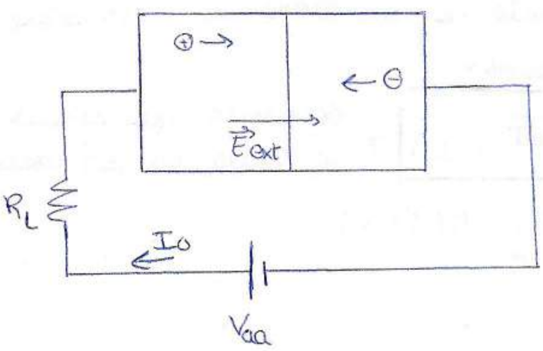


Cuando los minoritarios se acercan a la unión, la atraviesan, ya que al llegar a ella ven una caída de energía.

Concentración de población:



- Polarización directa (PD)



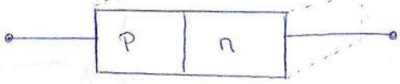
$V_D > 0 \Rightarrow V_p - V_n > 0$.

$I_0 = I_0(T)$ (I_0 es la corriente inversa de saturación)

Se baja la barrera, y se rompe el equilibrio entre arrastre y difusión, de forma que los mayoritarios de cada lado se difunden al lado contrario atravesando la unión por difusión. Desde el punto de vista energético son aquellos cuyos valores están por encima de la barrera. Al atravesar la unión se convierten en minoritarios. Ahora tenemos que $np > n_i^2$.

Cuanta más tensión se pone, más difusión hay; la corriente crece de forma exponencial.
Los diodos se pueden polarizar en directa hasta cierto punto, después se estropean.

4.2.3. Característica tensión - corriente de un diodo de unión



Un diodo de unión es un dispositivo semiconductor de dos terminales cuya estructura es básicamente la de la figura. Los dos contactos son óhmicos.

Su símbolo circuital es: 

El diodo tiene una característica fundamental: deja pasar corriente en un sentido pero no en el otro. (permite pasar corriente de p a n, pero no de n a p). Es lo que se conoce como rectificador de corriente. Hay dos maneras de polarizarlo o ponerlo a funcionar en un circuito:

Polarización directa: el borne p trabaja a más tensión que el borne n. $V_D > 0$

Polarización inversa: o polarización en sentido inverso. El borne n trabaja a más tensión que el borne p. $V_D < 0$

Llamaremos tensión de diodo a la ddp $(V_p - V_n = V_D)$

La característica tensión - corriente de un diodo de unión viene dada por la siguiente expresión:

$$\boxed{I = I_0 \left(e^{q \frac{V_D}{\eta K_B T}} - 1 \right)} \equiv$$ corriente que circula por un diodo con polarización V_D.

donde: $\eta \equiv$ factor de idealidad, $\eta \in [1,2]$
$q = |e^-| = 1{,}602 \cdot 10^{-19} C$

$K_B \equiv$ constante de Boltzman $= 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ J/K

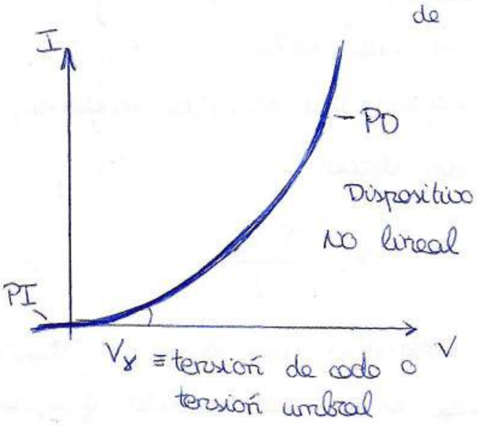
$T \equiv$ temperatura en K.

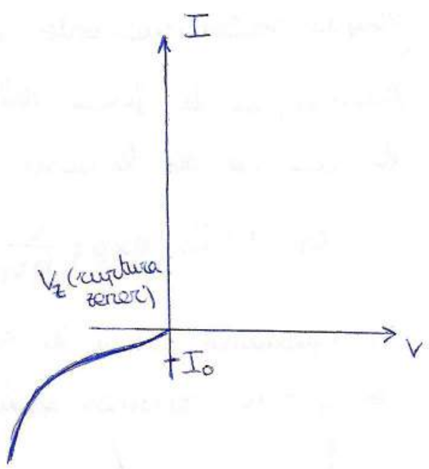
El factor η lo da el fabricante. Vale 2 a tensiones altas y bajas, y 1 a tensión intermedia.

$V_T = \dfrac{K_B \cdot T}{q} = 26\ mV = 0{,}026\ (V)$ (a 300 K) es el potencial térmico/de temperatura

$$\Rightarrow \boxed{I = I_0 \left(e^{\frac{V}{\eta V_T}} - 1\right)}$$ con $I_0 \equiv$ corriente inversa de saturación

- Si estamos en PD, $V_D > 0$:
  - $I \simeq I_0 \exp\left(\frac{V}{\eta V_T}\right)$
  - $V_D >> 26\ mV$
  - $I_{PD} \in [1\ mA, 1\ A]$
- Si estamos en PI, $V_D < 0$:
  - $I = -I_0$
  - $I_0 (\equiv I_{PI}) \underset{\uparrow}{\simeq} nA, \mu A$ (del orden de)





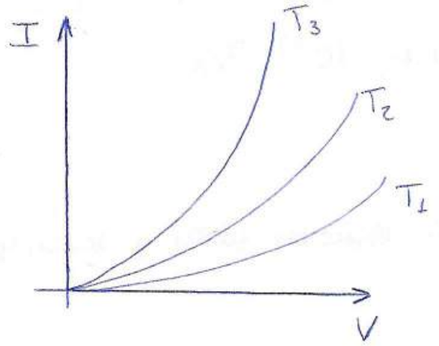
- Diodo de Ge — $I_0 \simeq 1\ \mu A$ (T_{amb}), $V_\gamma = 0{,}2\ V$
- Diodo de Si — $I_0 \simeq 1\ nA$ (T_{amb}), $V_\gamma = 0{,}6\ V$; $0{,}7\ V$
- Diodo de $\underbrace{AsGa}_{\text{arseniuro de galio}}$ — $I_0 \simeq 1\ pA$ (T_{amb}), $V_\gamma \simeq 1{,}2\ V$

- **Dependencia térmica de la característica del diodo**

$V_R \equiv V_{REVERSE}$

$V_F \equiv V_{FORWARD}$

Si mantenemos la tensión y aumentamos la temperatura, cada 10°C se duplica la corriente inversa.



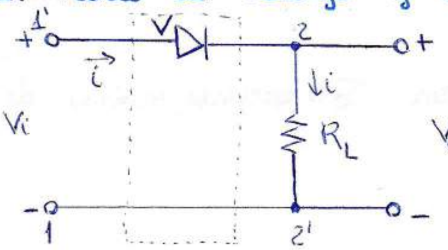
$T_3 > T_2 > T_1$

$I_0 \uparrow, T\uparrow \Rightarrow I_0(T) = I_{01}\, 2^{\frac{(T-T_0)}{10}}$

donde $I_{01} = I_0(T_1)$

4.3. El diodo de unión como elemento de un circuito

4.3.1. Punto de trabajo y recta de carga



$1, 1' \rightarrow$ terminales de carga
$2, 2' \rightarrow$ terminales de salida
$V_i \equiv$ tensión de entrada
$V_0 \equiv$ tensión de salida

Si hacemos la ecuación de malla del circuito obtenemos:

$$V_i = V + i R_L$$

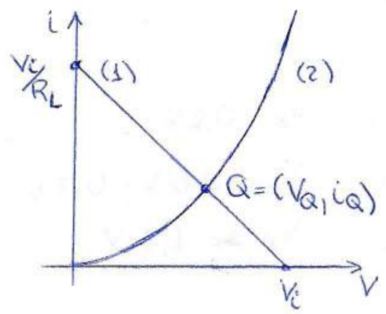
si ahora despejamos i: $\boxed{i = \frac{V_i}{R_L} - \frac{V}{R_L}}$ (1)

Esta ecuación se conoce como recta de carga del circuito, ya que indica cómo varía la "carga" del circuito a lo largo del tiempo, y porque matemáticamente es la ecuación de una recta.

Además, por la física del dispositivo, obtenemos una segunda ecuación, la que nos da la curva característica del diodo:

(2) $i = I_0 \left[\exp\left(\frac{V}{\eta V_T}\right) - 1\right]$ $\qquad V_T = \frac{T \cdot K_B}{q}$

Si igualamos (2) y la recta de carga, obtenemos una ecuación trascendente que no podemos resolver. Sin embargo, lo podemos resolver gráficamente,

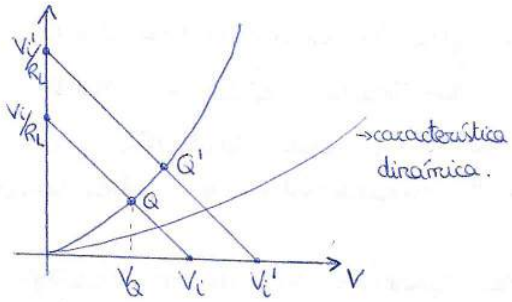


ya que la solución será el punto de corte.

Si V_i es constante, estamos en DC, las variables son de reposo.

Si V_i es función de t, el punto de trabajo y la recta de carga serán dinámicos, y hablaremos de valores instantáneos.

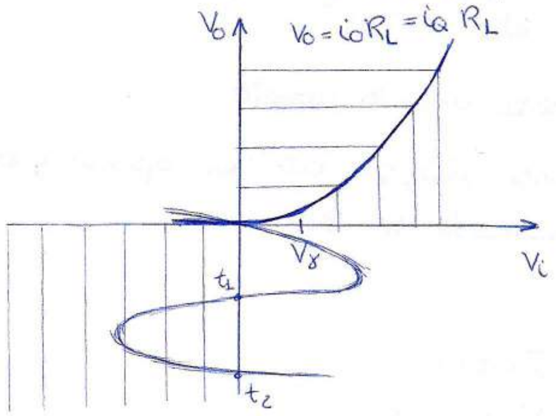
Para realizar la resolución gráfica se ha usado el circuito más sencillo posible, pero es aplicable a cualquier circuito que contenga un diodo, sin más que hacer el circuito equivalente Thévenin y tomate $V_i = V_{th}$ y $R_L = R_{th}$.

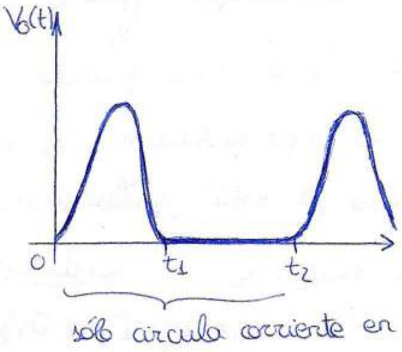


Si V_i depende de $t \Rightarrow Q(t)$ es un punto de trabajo dinámico, tenemos una recta de carga dinámica y valores instantáneos.

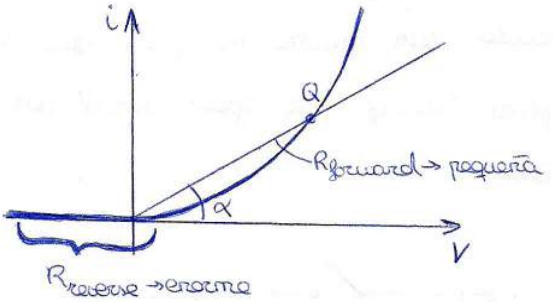
Tenemos:

- <u>curva dinámica</u>: $i_o = f(V_i)$. Es la corriente de salida en función de la tensión de entrada.
- <u>curva de transferencia</u>: $V_o = f(V_i)$. Es la tensión de salida en función de la tensión de entrada.





Como hemos podido ver, el diodo es un elemento no lineal.



Se llama resistencia dinámica a la derivada en un punto Q.

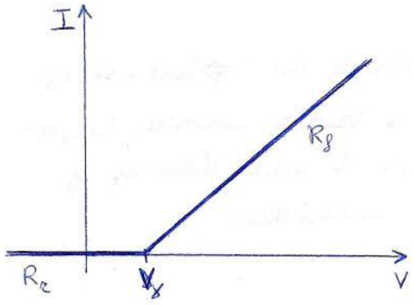
$$\boxed{r_{dinámica} = \left(\frac{dV}{dI}\right)_Q}$$

$$\boxed{R_{estática} = \left(\frac{V}{I}\right)_Q = (tg\ \alpha)^{-1}}$$

4.3.2. Análisis a gran señal del diodo

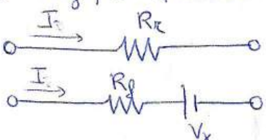
Cuando el diodo está trabajando en un circuito, este es o bien de continua con las señales muy por encima o por debajo del codo, o bien de alterna, donde V(t) es el valor de pico, que está por encima o muy por debajo del codo (V_γ).

Bajo estas condiciones de trabajo podemos desarrollar un modelo circuital, que es en realidad una aproximación matemática de la característica IV del diodo. Dicha aproximación consiste en lo siguiente:



Considerar que la característica IV del diodo son dos tramos rectos: uno hasta el codo de muy poca pendiente y el resto de la característica con otra línea recta.

De forma que las señales por debajo de V_γ se comporta como una gran resistencia, $R_r \simeq \infty$, y para señales por encima del codo se comporta como una característica dinámica de valor R_f, lo que nos permite sustituir al diodo por:



Como R_r es muy grande, se considera circuito abierto.

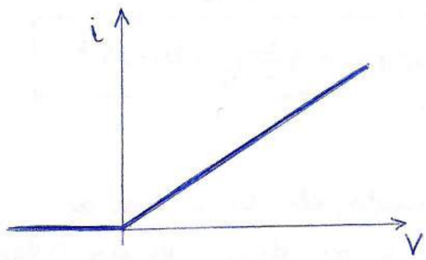
En la representación V_γ es como una pila, que está en oposición con lo que la está polarizando externamente en DC.

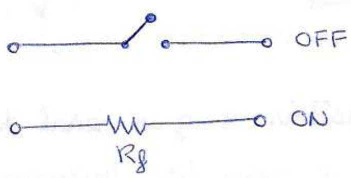
Las ecuaciones y condiciones son:

PD: $V_D = R_f \cdot I_D + V_\gamma$ → $I_D \geq 0$

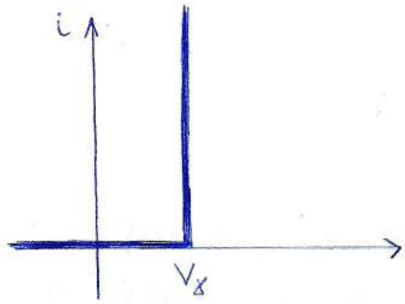
PI: $I_D = 0$ $\quad V_D \leq 0{,}7$ V

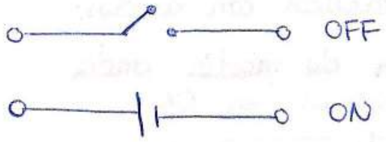
- Si las tensiones del resto del circuito son mucho mayores que V_γ, podemos aproximar V_γ por 0, para trabajar a gran señal, por lo que la característica se convertiría en:





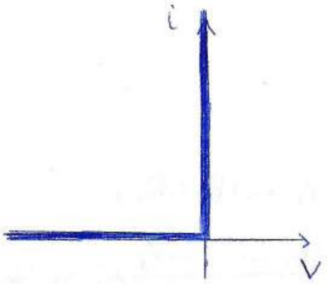
- Si R_f es despreciable frente a las resistencias del resto del circuito (estando conectadas en serie) la característica se puede aproximar por.

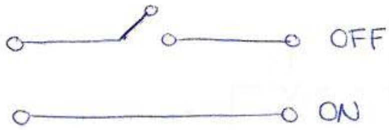


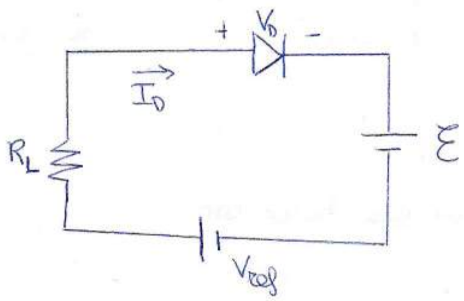


se conoce como modelo de codo.

Si tanto R_f como V_γ son despreciables, estamos en el modelo ideal:







Estudiar los valores de V_{ref}

Vamos a estudiarlo con R_f y V_γ

1. Hay que hacer la malla. Si no hubiese malla, habría que hacer el Thévenin:

$$V_{ref} - \mathcal{E} = I_D R_L + V_D$$

El punto de conmutación se da cuando

$$I_D = 0 \Rightarrow V_D = V_\gamma$$

- Si $I_D > 0 \Rightarrow$ el diodo está en ON, está conduciendo $\Rightarrow V_{ref} - \mathcal{E} > V_\gamma$
- Si $I_D = 0 \Rightarrow$ es el punto de conmutación $\Rightarrow V_{ref} - \mathcal{E} \leq V_\gamma$

Ponemos en la malla la condición del punto de conmutación, que dice qué tiene que hacer la alimentación neta frente a V_γ.

$$I_D = \begin{cases} I_D = 0 & \text{si } V_{ref} - \mathcal{E} \leq V_\gamma \quad \text{(OFF)} \\ \underbrace{I_D = \dfrac{V_{ref} - \mathcal{E} - V_\gamma}{R_L + R_f}} & \text{si } V_{ref} - \mathcal{E} > V_\gamma \quad \text{(ON)} \end{cases}$$

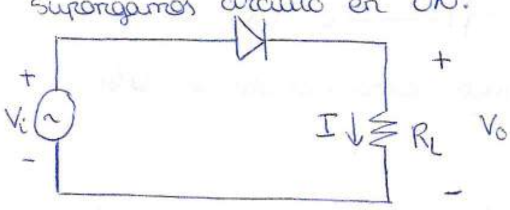
esto se debe a que a partir del pto. de conmutación $V_D = V_\gamma + R_f \cdot I_D$

$$\Rightarrow V_{ref} - \mathcal{E} = I_D R_L + V_\gamma + I_D R_f \Rightarrow I_D = \frac{V_{ref} - \mathcal{E} - V_\gamma}{R_L + R_f}$$

4.3.3. Circuitos prácticos con diodos.

El rectificador de media onda

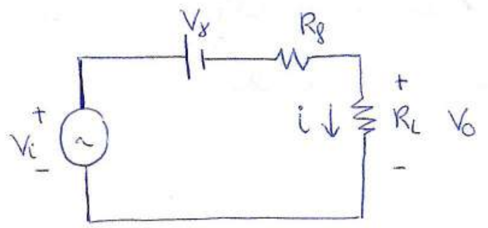
Supongamos circuito en ON:



$$V_m \text{ sen } \omega t = v(t) + i(t)$$

$$i(t) = I_0 \left[\exp\left(\frac{v(t)}{\eta V_T} \right) - 1 \right]$$

$$V_i = V_m \text{ sen } \omega t$$



$$V_i = V_\gamma + i(R_f + R_L)$$

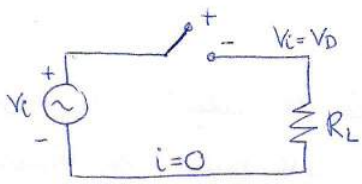
$$V_i = V_m \text{ sen } \omega t = V_m \text{ sen } \alpha$$

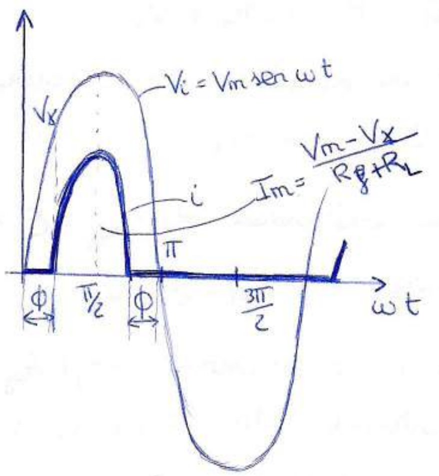
$$V_m >> V_\gamma$$

$$(R_r = \infty)$$

$$i = \begin{cases} i = \dfrac{V_m \text{ sen } \alpha - V_\gamma}{R_f + R_L} > 0 & \text{si } V_m \text{sen}\alpha > V_\gamma \\ i = 0 & \text{si } V_m \text{sen}\alpha \leq V_\gamma \end{cases}$$

En el caso del circuito en OFF, lo tendríamos que hacer con.

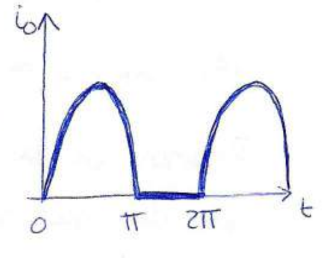


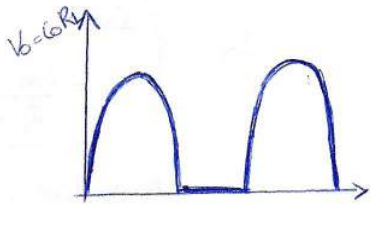


ϕ ≡ ángulo de cebado

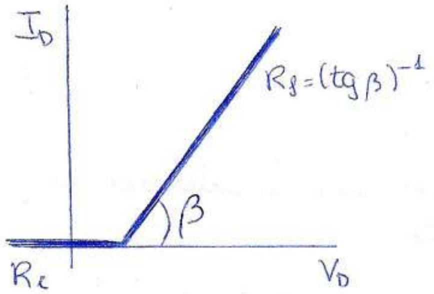
$$V_m \text{ sen } \phi = V_\gamma \Rightarrow \phi = \text{arc sen } \frac{V_\gamma}{V_m} \quad \text{si } V_\gamma << V_m$$

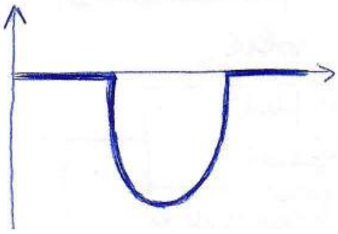
Si $\phi \simeq 0 \Rightarrow$





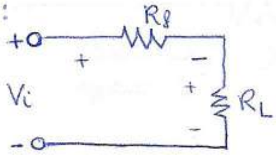
Veamos qué ocurre en el diodo:





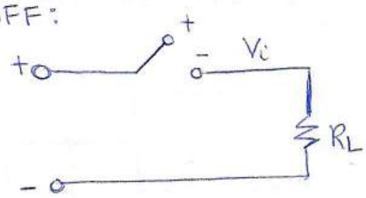
Si $V_\gamma \simeq 0$ ($r_\phi \simeq 0$)

En ON:



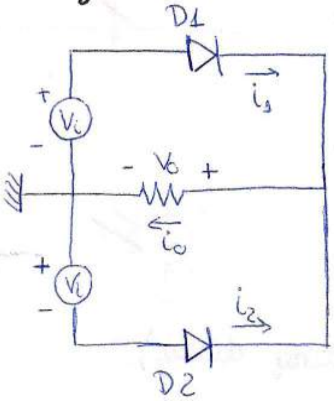
$$i = \frac{V_m \operatorname{sen} \omega t}{R_f + R_L} \longrightarrow i R_f = V_D$$

En OFF:



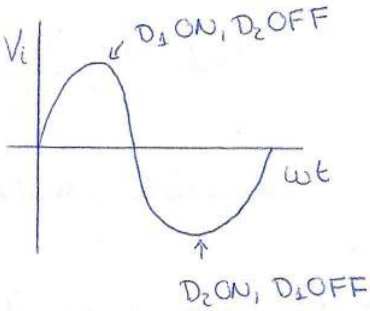
$$i = 0 \longrightarrow V_D = V_i$$

El rectificador de onda completa

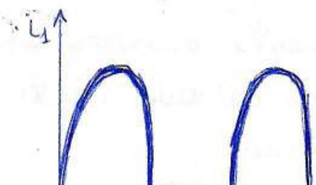


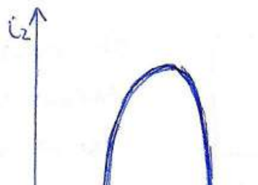
$V_i = V_m \operatorname{sen} \omega t$

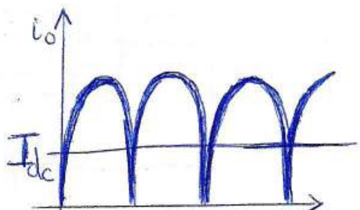
$D_1 \equiv D_2$



Tenemos que:





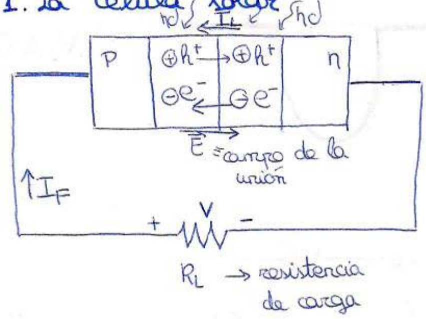


$i_o = i_1 + i_2$

donde I_{dc} es la corriente promedio, similar a corriente continua.

4.4. Dispositivos optoelectrónicos

4.4.1. La célula solar

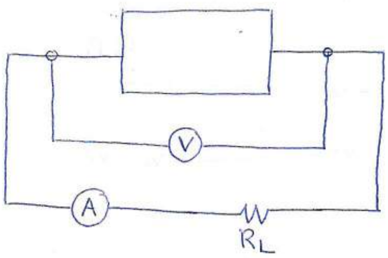


≡ descripción para caracterizar la fuente.

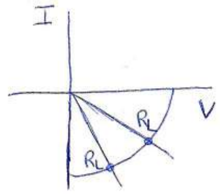
donde $h\nu > E_g$

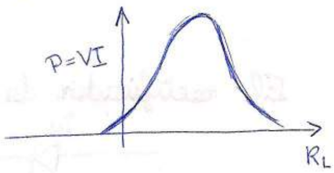
Cuando se cierra el circuito con una carga, I_L tiene una caída de tensión en la resistencia, habiendo una $I_{F\,(forward)}$

$$\boxed{I = I_L - I_F = I_L - I_0\left[\exp\left(\frac{V}{\eta V_T}\right) - 1\right]}$$



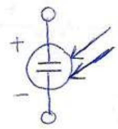
→





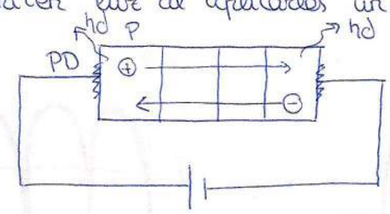
donde $\eta = \frac{P_{max}}{P_{in}} \in [10\%, 20\%]$

El símbolo circuital de la célula solar es



4.4.2. El diodo emisor de luz (LED ≡ light emitting diode)

Emiten luz al aplicarles un potencial.

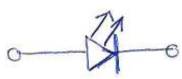


El exceso de huecos de P se recombina con el exceso de electrones del lado n, y lo hacen radiativamente

$$h\nu = h\frac{c}{\lambda} = E_g$$

Las cuentas se suelen hacer en eV.

El símbolo circuital del LED es



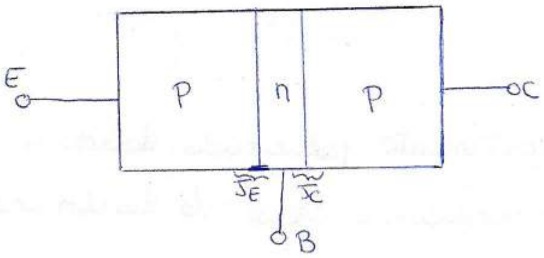
Tema 5. Transistores

5.1. Transistor bipolar de unión. (BJT)

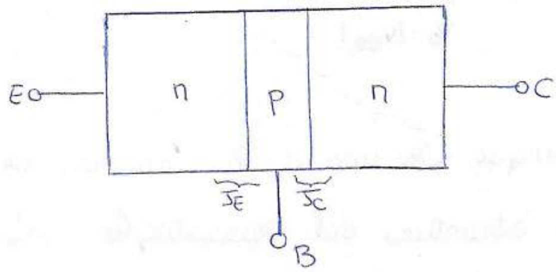
5.1.1. Estructura y funcionamiento.

Sean E ≡ emisor
B ≡ base
C ≡ colector

J_E ≡ unión del emisor (con la base)
J_C ≡ unión del colector (con la base)



Transistor p-n-p



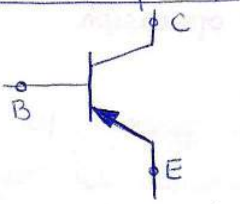
Transistor n-p-n

Son sistemas herméticamente cerrados. En general:

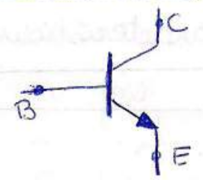
dopado (emisor) > dopado (base) > dopado (colector)

Los símbolos utilizados para representar circuitalmente los transistores son:

Transistor p-n-p



Transistor n-p-n



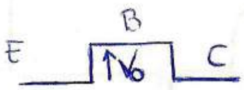
Al igual que en los diodos, la flecha está dirigida de la zona p a la zona n. El terminal que tiene la flecha es siempre el emisor.

• **Polarización de la región activa.**

Supongamos que externamente ponemos J_E en PD y J_C en PI:

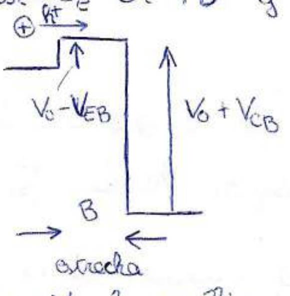
• p-n-p (PD, PI)

El circuito abierto es



Al estar J_E en PD y J_C en PI pasamos a tener:

Gráfica de V(x).



Los h^+ pasan al bajar la barrera, se difunden por la base, que es estrecha.

$V_{EB} = V_E - V_B$

$V_{CB} = V_C - V_B$

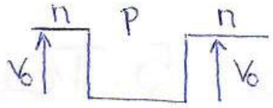
Al ser $U = qV$, la gráfica de U es similar.

• n-p-n

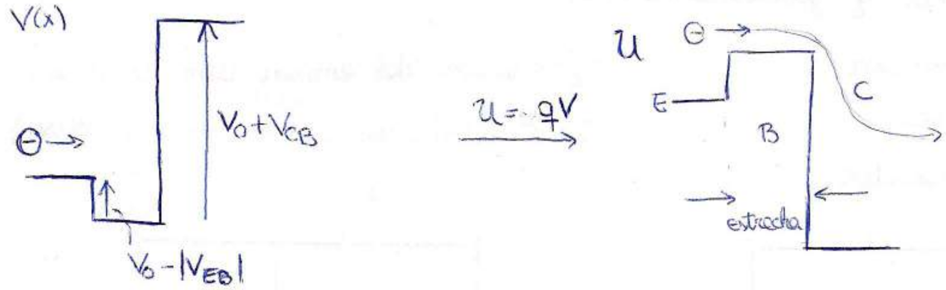
J_C: PI $\rightarrow V_{CB} > 0$

J_E: PD $\rightarrow V_{BE} > 0$

El circuito abierto sin polarizar es:



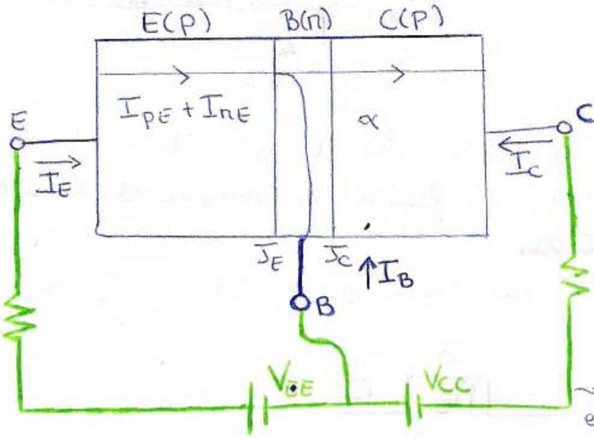
Si polarizamos:



Aunque sólo una de las uniones está directamente polarizada, debido a la estructura del transistor, las cargas se moverán a través de las dos uniones PN, habrá corriente en ambas uniones.

Además de la región activa, tenemos la <u>región de corte</u> (J_E y J_C están en PI) y la <u>región de saturación</u>, en la que se consiguen grandes corrientes (J_E y J_C están en PD), y la <u>región activa inversa</u> (J_E en PI y J_C en PD)

5.1.2. Ecuaciones características y regiones de operación



→ cómo estaría conectado a la pila.

En general, por convenio, las corrientes del transistor se dibujan todas entrantes.

$I_{pE} \equiv h^+$ de E a B

$I_{nE} \equiv e^-$ de B a E

Supongamos que la primera polarización que hacemos es J_E en PD y J_C en PI

$\alpha_F \cdot I_E \equiv$ fracción de la corriente de E que va de E a C.

$I_{CO} \equiv$ corriente inversa de saturación de la $J_C \equiv h^+$ de B a C + e^- de C a B

$\boxed{I_C = -I_{CO} - \alpha_F I_E}$ es la ecuación de un **p-n-p** en región activa.

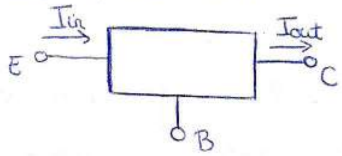
En el p-n-p (dibujo superior), $I_E>0$, $I_C<0$, $I_B<0$

En el caso del n-p-n tenemos que $I_E<0$, $I_C>0$, $I_B>0$

como los electrones se mueven a la izquierda, se crea una corriente a la derecha

La ecuación de un n-p-n en región activa es $\boxed{I_C = I_{CO} + \alpha_F I_E}$

El parámetro $\alpha_F \in [0{,}99 \, , \, 0{,}995)$. Depende de la temperatura, de I_E y de V_{CB}.



En p-n-p I_{CO} es despreciable.

$\boxed{\alpha_F \simeq \frac{-I_C}{I_E}}$ ≡ ganancia en corriente (colocando la base abajo)

El transistor debe cumplir que $\boxed{I_E + I_C + I_B = 0}$

estamos en un p-n-p en región activa

$$\Rightarrow I_E = -(I_C + I_B) \Rightarrow I_C = \alpha_F (I_C + I_B) - I_{CO} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_C = \frac{-I_{CO}}{(1-\alpha_F)} + \frac{\alpha_F}{1-\alpha_F} I_B$$

definimos $\boxed{\beta_F = \frac{\alpha_F}{1-\alpha_F}}$ $\Rightarrow$ $\boxed{I_C = -(1+\beta_F) I_{CO} + \beta_F I_B}$

donde $\underset{\text{forward}}{\beta_F} = \beta_F (I_E, V_{CB}, T) = \beta_F (I_B, V_{CE}, T)$

$\beta_F \simeq \frac{I_C}{I_B}$ ≡ ganancia de corriente en DC (en este caso el terminal de la base será la entrada.

Además, en el transistor también se debe cumplir que $\boxed{V_{EB} + V_{BC} + V_{CE} = 0}$

• En los p-n-p: $(\eta = 1)$

$V_p - V_n$ de la J_C

$$\boxed{I_C = -\alpha_F I_E + I_{CO} \left(\exp \left(\frac{V_{CB}}{V_T} \right) - 1 \right)}$$

$$\boxed{I_E = -\alpha_R I_C + I_{EO} \left(\exp \left(\frac{V_{EB}}{V_T} \right) - 1 \right)}$$

• En los n-p-n:

$V_p - V_n$ de la J_C

$$\boxed{I_C = -\alpha_F I_E + I_{CO} \left(\exp \left(\frac{V_{BC}}{V_T} \right) - 1 \right)}$$

$$\boxed{I_E = -\alpha_R I_C + I_{EO} \left(\exp \left(\frac{V_{BE}}{V_T} \right) - 1 \right)}$$

Para toda región de trabajo, se cumplen las cuatro ecuaciones anteriores, en las cuales I_{EO} es la corriente inversa de saturación de la J_E.

α_R ≡ factor de transposición inversa, $\alpha_R \in [0{,}05 , 0{,}5]$, la da el fabricante.

Tenemos dos ecuaciones importantes y 6 variables, luego hay 2 variables independientes.

$$\begin{cases} I_B + I_E + I_C = 0 \\ V_{EB} + V_{BC} + V_{CE} = 0 \end{cases}$$

Regiones de operación

- Región activa: J_E PD, J_C PI
- Región de saturación: J_E PD, J_C PD
- Región de corte: J_E PI, J_C PI
- Región activa inversa: J_E PI, J_C PD.

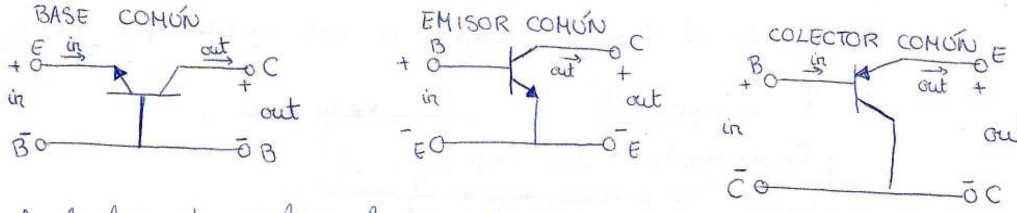
p-n-p	n-p-n
$V_{EB}>0$, $V_{CB}<0$	$V_{EB}<0$, $V_{CB}>0$
$V_{EB}>0$, $V_{CB}>0$	
$V_{EB}<0$, $V_{CB}<0$	

Esta definición de las regiones del transistor según la polarización es la definición académica, mientras que la tabla de signos pertenece a la definición pura.

La región activa es típica de usos analógicos, mientras que las regiones de saturación y de corte son típicas de circuitos digitales.

5.1.3. Características y configuración del BJT

Existen tres configuraciones del transistor:



A la hora de analizar el transistor, escogeremos como variables independientes la corriente de entrada y la tensión de salida, y como variables dependientes la tensión de entrada y la corriente de salida.

$$I_{out} = f_2(I_{in}, V_{out})$$
$$V_{in} = f_1(I_{in}, V_{out})$$

emisor común $\begin{cases} I_C = f_2(I_B, V_{CE}) \\ V_{BE} = f_1(I_B, V_{CE}) \end{cases}$ donde $\begin{cases} f_2 \text{ es una colección de curvas llamadas características de salida.} \\ f_1 \text{ son las características de entrada} \end{cases}$

Curvas de salida.

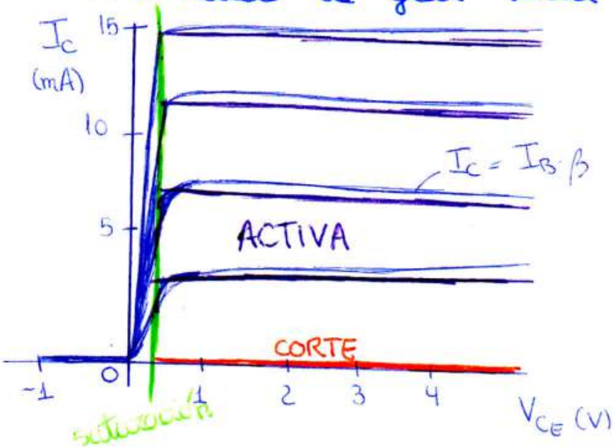
La región activa está a la derecha de la abscisa 0,2 o −0,2 dependiendo si es un p-n-p o un n-p-n.

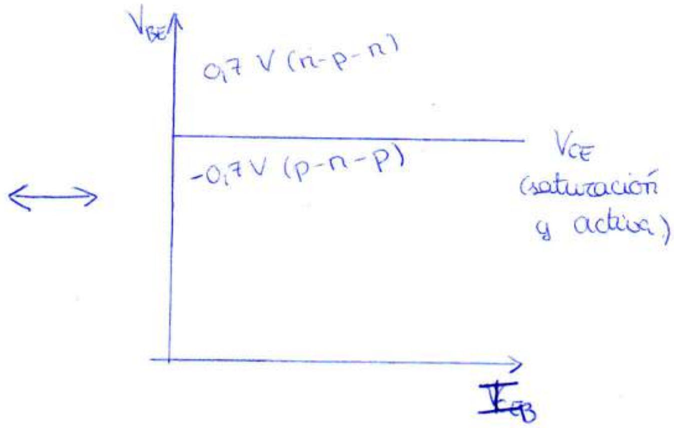
La región de saturación está por encima de I_B.

Región activa:
$$\underset{\sim \text{voltios}}{V_{CE}} = \underset{\substack{\sim \text{voltios} \\ \text{en PI}}}{V_{CB}} + \underset{\simeq 0{,}7\,V}{V_{BE}}$$

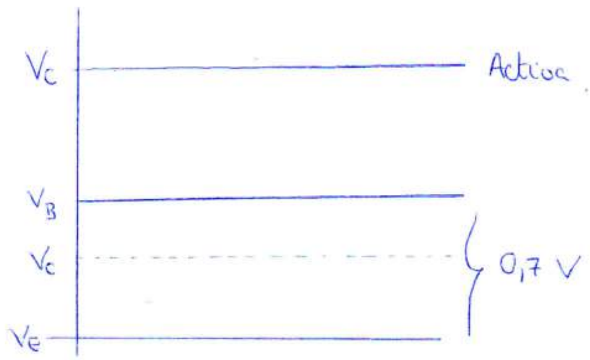
Región de saturación:
$$\underset{\sim 0{,}2V}{V_{CE}} = \underset{\sim 0{,}5V}{V_{CB}} + \underset{\sim 0{,}7\,V}{V_{BE}}$$

5.1.4. Modelo de gran señal





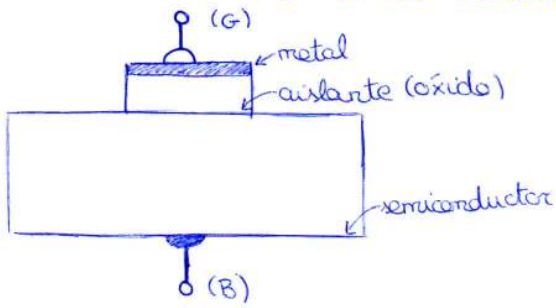
$V_{CE} = 0{,}2$ V (n-p-n)
$V_{CE} = -0{,}2$ V (p-n-p)
} la V_{CB} todavía no está en PI → modelo de codo.



5.2. El transistor MOS de efecto campo (MOSFET: metal-oxide-semiconductor-field effect transistor)

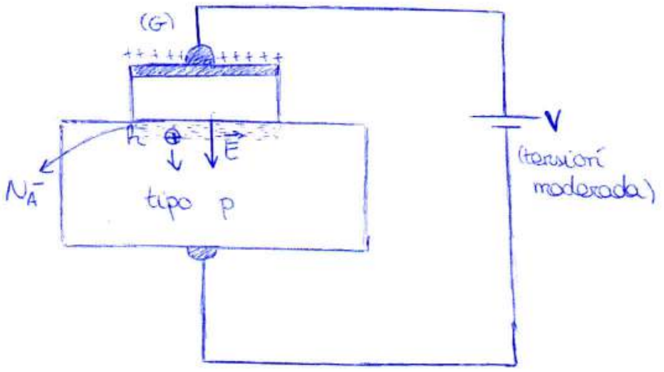
MOS - metal - dióxido de Si - Si
MIS - metal - insulator - semiconductor
aislante

5.2.1. Estructura MOS de dos terminales



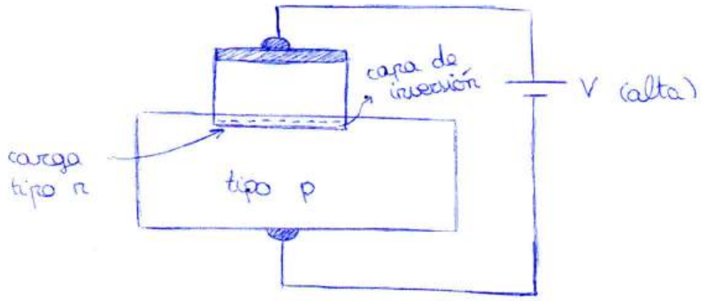
Se comporta como un condensador de placas planoparalelas. Se pueden poner dos tensiones: positiva y negativa.
El semiconductor de abajo (sustrato) puede ser de tipo p o de tipo n.

• Sustrato tipo p.



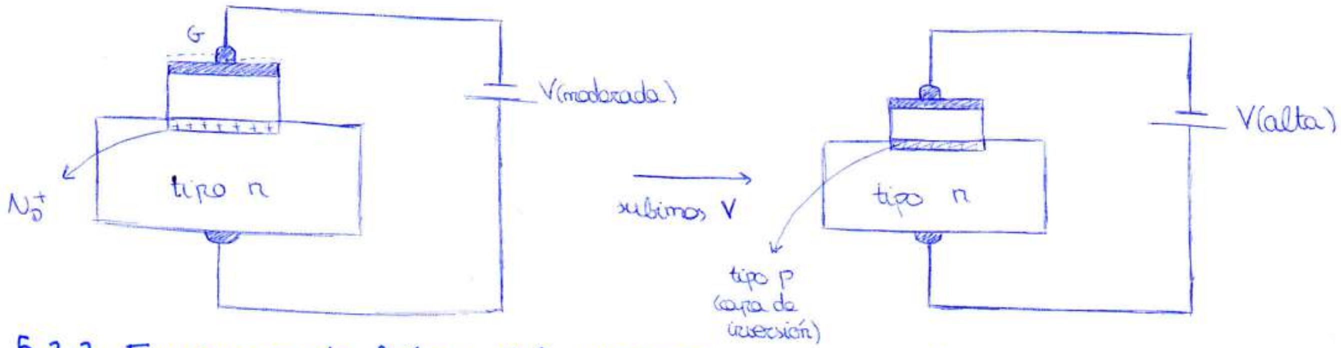
Tiene una polaridad positiva: el borne positivo está tocando a G.
Los huecos se alejan de la unión óxido - semiconductor. Estará en equilibrio al alcanzar una cierta ddp.

Si subimos V:



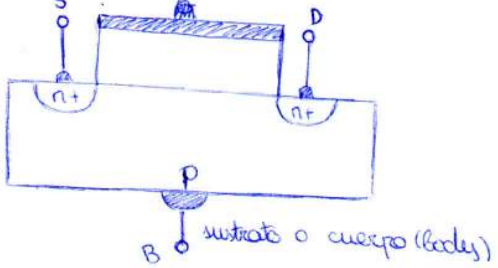
• Sustrato tipo n.

Lo mismo que hemos hecho en el tipo p lo podemos hacer en el tipo n, pero con la pila dada la vuelta.



5.2.2. Funcionamiento básico del MOSFET. Tensión umbral

La corriente de un transistor de efecto campo se transmite por la capa de inversión, también conocida como canal.

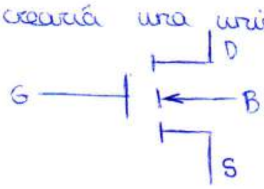


Es la sección transversal de un MOSFET de enriquecimiento, en este caso un NMOS.

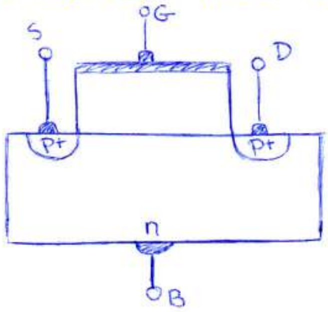
S ≡ fuente (source)
G ≡ puerta (gate)
D ≡ drenador (drain)

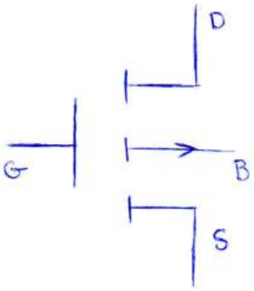
NMOS es el tipo de canal que inducimos entre la puerta y el sustrato.

Si indujésemos polaridad positiva se creará una unión entre los n+.
El símbolo circuital del NMOS es:



En el caso del PMOS tenemos:





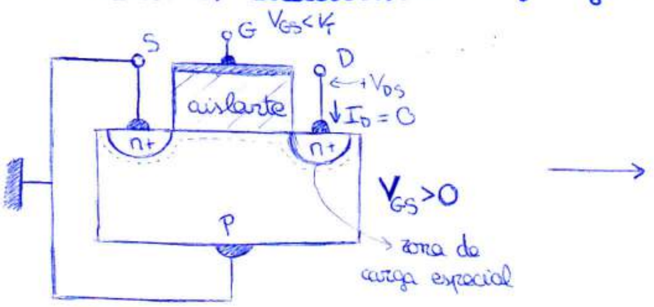
Hay otros dos tipos de transistores MOSFET que no veremos, los llamados transistores MOSFET de vaciamiento.

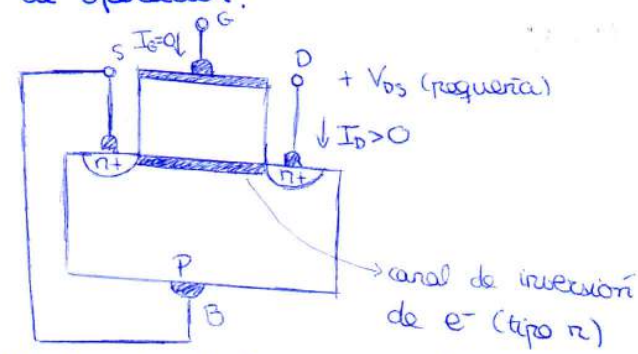
· Tensión umbral (V_T) ← threshold voltage

La condición para la cual la concentración de e^- en la capa de inversión en N-MOS es igual a la concentración de huecos en el sustrato se llama punto de inversión umbral. La tensión que hay que aplicar entre G y B para que ocurra es V_T. Si aumentamos V por encima de ese valor, aumentará la concentración de e^- en el canal de inversión.

Es análogo en el caso del PMOS, pero cambiando en la condición umbral que tiene que ser igual la concentración de e^- en el sustrato que de huecos en la capa de inversión. En este caso V_T es de signo contrario, $V_T < 0$.

5.2.3. Ecuaciones características y regiones de operación.





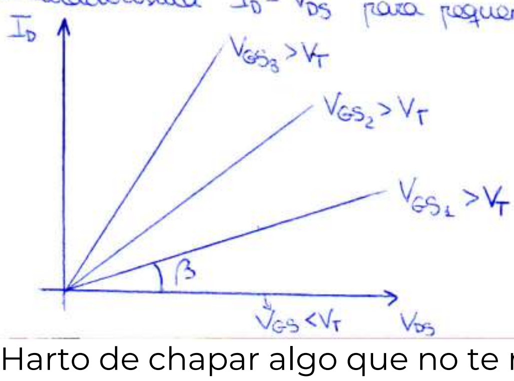
Fluirán e^- de la fuente al drenador

Aplicando la ley de Ohm:

$V_{DS} = I_D \cdot \underbrace{r_d}_{\text{resistencia del canal}}$

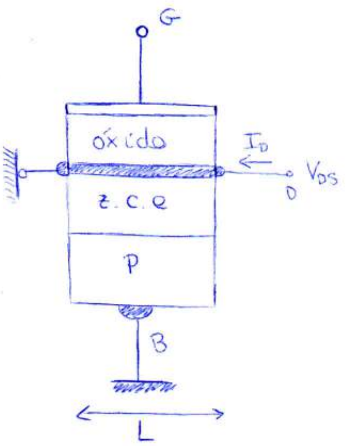
$I_D = g_D \cdot V_{DS}$, $g_D = \frac{1}{r_d}$ → conductancia del canal (Para $V_{DS} \to 0$)

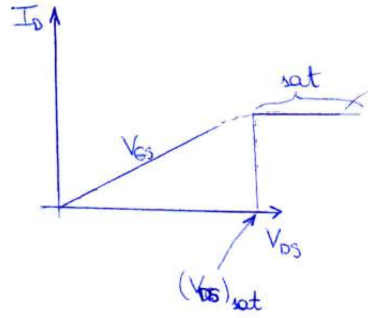
La característica $I_D - V_{DS}$ para pequeños valores de V_{DS} es:



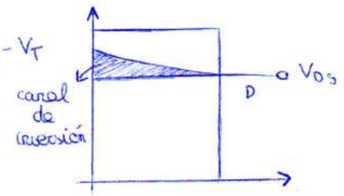
$(\mathrm{tg}\,\beta)^{-1} = r_d$

$(I_D = 0)$





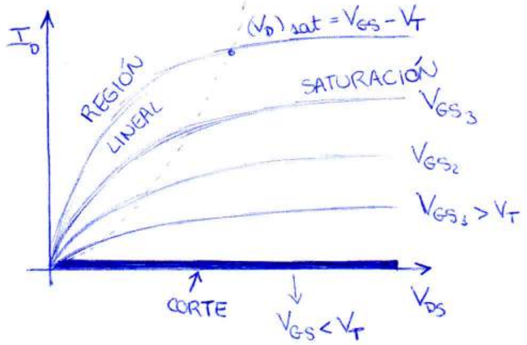
$\underset{fijo}{V_{GS}} = V_{GD}\downarrow + V_{DS}\uparrow$



Si V_{DS} aumenta mucho, el canal desaparece
$(V_{GD} = V_T)$
estamos en el umbral.
|||

Si V_{DS} sube $\Rightarrow$ V_{GD} baja, el canal se estrecha cerca del terminal de D.

Representando el **N-MOS** tenemos:



El P-MOS es igual pero cambiado de signo.

- Ecuaciones del MOSFET.

NMOS

- Región de corte:

$V_{GS} < V_T$

$I_D = 0$

- Región lineal:

$V_{GS} \geq V_T$

$V_{DS} < (V_{GS} - V_T)$

$I_D = k\left[(V_{GS} - V_T)V_{DS} - \frac{V_{DS}^2}{2}\right]$

- Región de saturación:

$V_{GS} \geq V_T$

$V_{DS} \geq (V_{GS} - V_T)$

$I_D = \frac{K}{2}(V_{GS} - V_T)^2$

PMOS

- Región de corte

$V_{GS} > V_T$

$I_D = 0$

- Región lineal:

$V_{GS} \leq V_T$

$V_{DS} > (V_{GS} - V_T)$

$I_D = -k\left[(V_{GS} - V_T)V_{DS} - \frac{V_{DS}^2}{2}\right]$

- Región de saturación:

$V_{GS} \leq V_T$

$V_{DS} \leq (V_{GS} - V_T)$

$I_D = -\frac{K}{2}(V_{GS} - V_T)^2$

Donde $K = \mu C_{ox} \frac{W}{L}$

μ = movilidad de los portadores en el canal de conducción.

C_{ox} = capacidad por unidad de área del aislante de puerta.

W = anchura del canal.

L = longitud del canal.

V_T = tensión umbral