

Diseño de Algoritmos

Grado en Matemáticas - UCM – curso 2020–2021

Hoja 2: Derivación formal de algoritmos iterativos.

1. Derivar algoritmos que satisfagan la siguiente especificación:

$\{N \geq 0\}$
fun suma ($V[0..N]$ **de** ent) **dev** $r : ent$
 $\{r = (\sum i : 0 \leq i < N : V[i])\}$

- a) Sustituyendo en la postcondición la constante N por una nueva variable n para obtener el invariante.
- b) Sustituyendo en la postcondición la constante 0 por una nueva variable n para obtener el invariante.

2. Dada la especificación

$\{n > 0\}$ **fun** factorial ($n : ent$) **dev** $f : ent$ $\{f = n!\}$,

derivar un algoritmo correcto, a partir de cada uno de los siguientes invariantes:

- a) $\{f = i! \wedge 0 \leq i \leq n\}$
- b) $\{f = (n - i)! \wedge 0 \leq i \leq n\}$
- c) $\{f = \frac{n!}{(n-i-1)!} \wedge 0 \leq i < n\}$

3. Dado un vector de naturales $V[0..N]$ con $N \geq 0$, especificar y derivar algoritmos para resolver los siguientes problemas:

- a) Determinar si algún elemento del vector es primo.
- b) Determinar si todos los elementos del vector son primos.
- c) Determinar la cantidad de elementos primos en el vector.
- d) Obtener el elemento primo máximo en el vector (devolver 0 si no hay ninguno).
- e) Obtener la posición del elemento primo más a la izquierda en el vector (devolver N si no hay ninguno).
- f) Determinar si el vector es *separable*, es decir, si existe una posición de forma que todos los elementos anteriores a dicha posición son primos y a partir de la posición no lo son.
- g) Considerar los elementos de V como los coeficientes de un polinomio, y calcular el valor del polinomio para un valor entero x dado.

4. Derivar algoritmos correctos para las siguientes especificaciones:

- a) $\{N \geq 2\}$ **fun** max-resta ($V[0..N]$ **de** ent) **dev** $r : ent$ $\{r = (\text{máx } p, q : 0 \leq p < q < N : V[p] - V[q])\}$;
- b) $\{N \geq 0\}$ **fun** max-credito ($V[0..N]$ **de** ent) **dev** $r : ent$ $\{r = (\text{máx } p, q : 0 \leq p \leq q \leq N : \text{crédito}(p, q))\}$
donde $\text{crédito}(p, q) = (\#i : p \leq i < q : V[i] > 0) - (\#i : p \leq i < q : V[i] < 0)$.

5. **La bandera aragonesa.** Se tiene una hilera de N (con $N \geq 0$) bolas de colores (amarillo y rojo). Se pueden realizar dos acciones básicas:

- $\text{color}(i)$, $0 \leq i < N$, devuelve el color de la bola i ;
- $\text{permuta}(i, j)$, $0 \leq i, j < N$, intercambia de lugar las bolas i y j .

Especificar y derivar algoritmos que, utilizando las acciones básicas, realicen las tareas siguientes:

- a) separar las bolas, poniendo en primer lugar todas las bolas amarillas y a continuación todas las rojas;
- b) permutar la hilera de bolas de modo que formen la bandera aragonesa: en las posiciones impares habrá una bola amarilla y en las pares una roja. Las bolas sobrantes se colocarán al final de la hilera.