Ejercicio 4: Examen 1. Noviembre 2009. César Ruiz.

Considera la función definida en $\mathbf{R}$, $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{x^2 + 4} & \text{si } x < 0 \\ 1 & \text{si } x = 0 \\ \log(x^2 + 1) + \sin(\pi x) & \text{si } 0 < x \leq 1 \\ \log\left(e^{\frac{1}{1-x}} + 2\right) - \cos\left(\frac{\pi x}{1+x}\right) & \text{si } 1 < x \end{cases}$

- a) ¿Existen $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$?
- b) ¿Existen $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$?
- c) ¿En qué puntos de $\mathbf{R}$ es f continua?
- d) ¿Existe $c \in (-\infty, 0)$ tal que $f(c) = \frac{3}{2}$?
- e) ¿Existe $c \in (0, \infty)$ tal que $f(c) = \frac{1}{2} + \log 3$?

ENUNCIADOS DE EXAMEN MMI (Resueltos al final del manual)
Ejercicio 4. Parcial MMI Junio de 2011

Calcula el $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\lg x} - \frac{1}{x-1} \right)$

Ejercicio Examen parcial febrero 2011.

Si $\alpha < \beta$ probar que la ecuación $\frac{x^2 + 1}{x - \alpha} + \frac{x^6 + 1}{x - \beta} = 0$ tiene al menos una solución en el intervalo (α, β)

Ejercicio 3. Examen MMI Septiembre 2011

Se considera la función $f(x) = \frac{1 - e^{1/x}}{1 + e^{1/x}}$, $x \neq 0$. ¿Se puede definir $f(0)$ de modo que la función sea continua? ¿Por qué?

Ejercicio 2. Examen MMI Septiembre 2012

Halla el valor de a que hace que sea continua la función:

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{ax} & \text{si } x \geq 1 \\ \frac{ax - 1}{x - 1} & \text{si } x < 1 \end{cases}$$

Examen MMI Febrero 2013

4. Representa gráficamente la función $f(x) = |x| + |x - 1| - |1 - 2x|$

¿Es continua?. Hallar $f^{-1}\left(\left[\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right]\right)$

5. Demuestra que la ecuación $\frac{x^2 + 3}{x - 1} + \frac{x^2 + 5}{x - 2} = 0$ tiene al menos una solución en el intervalo $(1, 2)$

Examen MMI Febrero 2014

4. Prueba que la ecuación $x^{15} + \frac{x^4 - 17x + 13}{(x^2 - 1)^2} = 0$ tiene al menos una solución.