

Fundamentos de Transmisión y Propagación de Ondas (FTPO) 2011-12		
Ejercicios de la sesión PR1		Grupo
		Puesto
Apellidos, nombre		Fecha
Apellidos, nombre		

PR1-1) Para tener un primer acercamiento a las ecuaciones de Maxwell, se va a estudiar el campo electromagnético en la guía de placas paralelas:

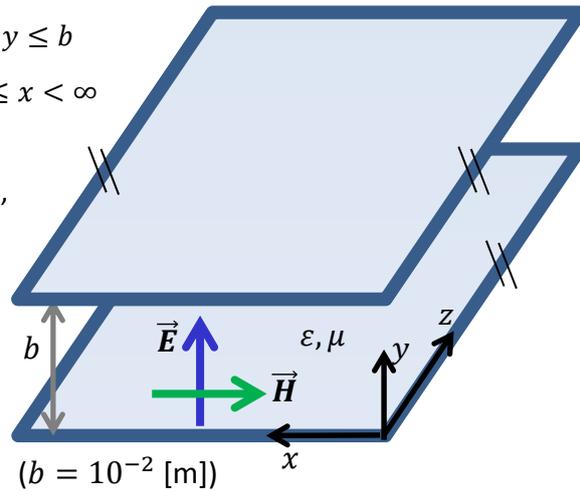
$$\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - \beta z) \hat{y} \quad [\text{V/m}] \quad 0 \leq y \leq b$$

$$\vec{H} = -H_0 \cos(\omega t - \beta z) \hat{x} \quad [\text{A/m}] \quad -\infty \leq x < \infty$$

- Los parámetros y constantes del problema se dan a continuación para ver unos valores típicos, pero el ejercicio se hará usando los símbolos ("las letras"), no sus valores numéricos:

$$E_0 = 10^{-4} \text{ [V/m]} \quad H_0 = 2.6 \cdot 10^{-7} \text{ [A/m]}$$

$$\omega = 2\pi 10^9 \text{ [rad/s]} \quad \beta = 20.9 \text{ [1/m]}$$



1.a) Calcular $\nabla \times \vec{E}$

1.b) Calcular $\nabla \times \vec{H}$

1.c) Calcular $\nabla \cdot \vec{D}$, suponiendo que $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$ ($\epsilon = 8.8 \cdot 10^{-12} \text{ [F/m]}$)

1.d) Calcular $\nabla \cdot \vec{B}$, suponiendo que $\vec{B} = \mu \vec{H}$ ($\mu = 1.2 \cdot 10^{-6} \text{ [H/m]}$)

1.e) ¿Se cumplen las ecuaciones de Maxwell con los campos calculados?
¿Qué relación deben cumplirse entre los parámetros E_0, H_0, β, ω ?

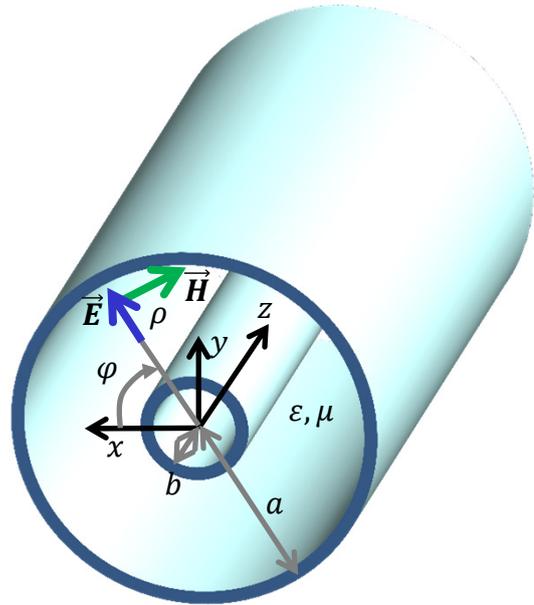
1.f) Calcular $\vec{E} \times \vec{H}$

Fundamentos de Transmisión y Propagación de Ondas (FTPO) 2011-12		
Ejercicios de la sesión PR1		Grupo
		Puesto
Apellidos, nombre		Fecha
Apellidos, nombre		

PR1-2) Se va a estudiar ahora el campo electromagnético en un coaxial en régimen estático:

$$\vec{E} = E_0 \frac{1}{\rho} \hat{\rho} \quad [\text{V/m}] \quad b \leq \rho \leq a$$

$$\vec{H} = H_0 \frac{1}{\rho} \hat{\phi} \quad [\text{A/m}] \quad 0 \leq \phi < 2\pi$$



$$(\epsilon = 8.8 \cdot 10^{-12} \text{ [F/m]})$$

$$(\mu = 1.2 \cdot 10^{-6} \text{ [H/m]})$$

2.a) Si $\Phi = E_0 \ln \frac{\rho}{a} + C$, calcular $-\nabla\Phi$ en coordenadas cilíndricas

2.b) Calcular $\nabla \times \vec{E}$ en coordenadas cilíndricas.

2.c) Calcular $\nabla \times \vec{H}$ en coordenadas cilíndricas.

2.d) Calcular $\nabla \cdot \vec{D}$ en coordenadas cilíndricas, suponiendo que $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$

2.e) Calcular $\nabla \cdot \vec{B}$ en coordenadas cilíndricas, suponiendo que $\vec{B} = \mu \vec{H}$

2.f) ¿Se cumplen las ecuaciones de Maxwell con los campos calculados? ¿Se debe cumplir alguna relación entre E_0, H_0 ?

2.g) Escribir \vec{D} en coordenadas cartesianas (tanto para el punto de observación, como para las componentes del vector).

2.h) Evaluar \vec{D} en cilíndricas y en cartesianas en los puntos $P_1: x = 0, y = (a+b)/2$, $P_2: \rho = (a+b)/2, \phi = \pi/4$, $P_3: \rho = (a+b)/2, \phi = -\pi$, $P_4: x = (a+b)/4, y = -(a+b)/4$.

2.i) Calcular $\nabla \cdot \vec{D}$ en este nuevo sistema de coordenadas cartesiano. ¿Podría ser distinto al calculado en 2c?

2.j) En el contorno $\rho = a$, evaluar $\hat{\rho} \cdot \vec{D}, \hat{\rho} \cdot \vec{B}, \hat{\rho} \times \vec{E}, \hat{\rho} \times \vec{H}$

En el contorno $\rho = b$, evaluar $-\hat{\rho} \cdot \vec{D}, -\hat{\rho} \cdot \vec{B}, -\hat{\rho} \times \vec{E}, -\hat{\rho} \times \vec{H}$
 (notar que $\hat{n} = \hat{\rho}$ es la normal saliente al contorno $\rho = a$ y que $\hat{n} = -\hat{\rho}$ es la normal saliente al contorno $\rho = b$)

2.k) En el contorno $\rho = a$, evaluar $\hat{x} \cdot \vec{D}, \hat{y} \cdot \vec{B}, \hat{x} \times \vec{E}, \hat{y} \times \vec{H}$. ¿Se hacen cero estas cantidades en algún punto del contorno?.

Fundamentos de Transmisión y Propagación de Ondas (FTPO) 2011-12		
Ejercicios de la sesión PR1		Grupo
		Puesto
Apellidos, nombre		Fecha
Apellidos, nombre		

PR1-3) Ahora se va a estudiar el campo electromagnético en una guía de ondas rectangular:

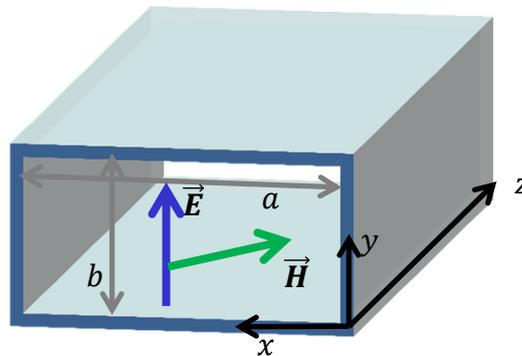
$$\vec{E} = E_0 \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right) \sin(\omega t - \beta z) \hat{y} \quad [\text{V/m}]$$

$$\vec{H} = -H_0 \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right) \sin(\omega t - \beta z) \hat{x} + H_0 \frac{\pi}{\beta a} \cos\left(\frac{\pi}{a}x\right) \cos(\omega t - \beta z) \hat{z} \quad [\text{A/m}]$$

$$\beta = \sqrt{\omega^2 \mu \epsilon - \pi^2/a^2} \quad [1/\text{m}]$$

$$0 \leq x \leq a$$

$$0 \leq y \leq b$$



$$(\epsilon = 8.8 \cdot 10^{-12} \text{ [F/m]})$$

$$(\mu = 1.2 \cdot 10^{-6} \text{ [H/m]})$$

3.a) Calcular $\nabla \times \vec{E}$

3.b) Calcular $\nabla \times \vec{H}$

3.c) Calcular $\nabla \cdot \vec{D}$, suponiendo que $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$

3.d) Calcular $\nabla \cdot \vec{B}$, suponiendo que $\vec{B} = \mu \vec{H}$

3.e) ¿Se cumplen las ecuaciones de Maxwell con los campos calculados?
¿Qué relación deben cumplirse entre los parámetros E_0, H_0, β, ω ?

Fundamentos de Transmisión y Propagación de Ondas (FTPO) 2011-12		
Ejercicios de la sesión PR1		Grupo
		Puesto
Apellidos, nombre		Fecha
Apellidos, nombre		

PR1-4) El siguiente campo corresponde al campo de una antena elemental tipo dipolo:

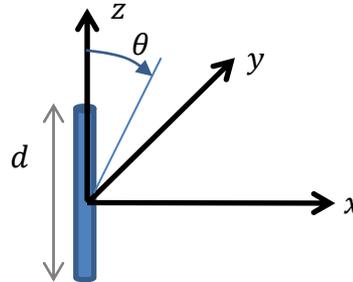
$$\vec{E} = E_0 \frac{\sin\theta}{r} \cos(\omega t - \beta r) \hat{\theta} \quad [\text{V/m}]$$

$$\vec{H} = H_0 \frac{\sin\theta}{r} \cos(\omega t - \beta r) \hat{\phi} \quad [\text{A/m}]$$

$$0 \leq \theta \leq \pi \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi \quad d \ll r$$

$$(\epsilon = 8.8 \cdot 10^{-12} \text{ [F/m]})$$

$$(\mu = 1.2 \cdot 10^{-6} \text{ [H/m]})$$



- 4.a) Calcular $\nabla \times \vec{E}$ en coordenadas esféricas definidas de la manera habitual.
- 4.b) Calcular $\nabla \times \vec{H}$ en coordenadas esféricas.
- 4.c) Calcular $\nabla \cdot \vec{D}$, suponiendo que $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$ en coordenadas esféricas.
- 4.d) Calcular $\nabla \cdot \vec{B}$, suponiendo que $\vec{B} = \mu \vec{H}$ en coordenadas esféricas.
- 4.e) Calcular el flujo $\vec{E} \times \vec{H}$ a través de una superficie esférica de radio R centrada en el origen. Suponer que $1/r^2 \ll 1/r$ y despreciar en las expresiones los términos en $1/r^2$.