PROBLEMAS DE MÉTODOS MATEMÁTICOS II (*TEMA* 6) **1ºA**

HOJA Nº11 (14 – 01 – 2015)

88. Estudia si el siguiente endomorfismo es diagonalizable

$$f(x,y,z) = (x+2y,\ -x+3y+z,\ y+z)$$

89.Calcula los autovalores y los subespacios propios de los siguientes endomorfismos

$$a)\ f(x_1,x_2) = (x_1+4x_2,\ 2x_1+3x_2)$$

$$b)\ f(x_1,x_2,x_3) = (x_1-2x_2+x_3,\ -x_1-2x_2,\ -3x_1+2x_2-2x_3)$$

Estudia si son diagonalizables y en caso afirmativo escribe su forma diagonal.

90. Halla los autovalores y los subespacios propios del siguiente endomorfismo en $\mathbb{R}^3$

$$f(x_1,x_2,x_3) = (x_1+2x_2+2x_3, x_1+2x_2-x_3, -x_1+x_2+4x_3)$$

91. Se considera el endomorfismo $f \in L(\mathbb{R}^3)$ dado por la siguiente matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Estudia si f es diagonalizable. Si es posible, determina su forma como matriz diagonal D y la base B respecto de la cual $M_f(B) = D$

92. Estudia para qué valores del parámetro m es la siguiente matriz diagonalizable:

$$A = \begin{pmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

93. Se considera el siguiente endomorfismo $f \in L(\mathbb{R}^3)$

$$f(x_1,x_2,x_3) = (-x_1-x_3, x_1-x_2+x_3, -2x_3)$$

Estudia si f es diagonalizable. Si es posible, determina su forma como matriz diagonal D y la base B respecto de la cual $M_f(B) = D$

94. Se considera el siguiente endomorfismo $f \in L(\mathbb{R}^3)$

$$f(x_1,x_2,x_3) = (2x_1+3x_2+4x_3, 2x_1+3x_2+4x_3, 2x_1+3x_2+4x_3)$$

Estudia si f es diagonalizable. Si es posible, determina su forma como matriz diagonal D y la base B respecto de la cual $M_f(B) = D$

95. ¿Para qué valores de $a \in \mathbb{R}$ es diagonalizable la siguiente matriz?

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a & 1 \\ -1 & 1 & -a \\ 1 & 0 & a+1 \end{pmatrix}$$

96. ¿Para qué valores de $a \in \mathbb{R}$ es diagonalizable la siguiente matriz?

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & a & 0 \end{pmatrix}$$

PROBLEMAS DE MÉTODOS MATEMÁTICOS II (*TEMA* 6) **1º A**

HOJA Nº12 (14 – 01 – 2015)

97. Sea f el endomorfismo de $\mathbb{R}^3$ tal que:

$$f(x_1,x_2,x_3) = (x_1, 2x_2 + x_3, ax_1)$$

a) Halla $a \in \mathbb{R}$ tal que f es diagonalizable.

b) Para esos valores de a determinados en el apartado anterior , escribe una base B tal que $M_f(B)$ es diagonal.

98. Sea

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & -5 & 6 & 0 \\ 6 & -3 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

la aplicación asociada a un endomorfismo f respecto de las bases canónicas.

a) ¿Es el vector $(0,0,0,5)$ un autovector de f asociado al autovalor 3?

b) ¿Es la matriz A diagonalizable?

99. Sea f el endomorfismo de $\mathbb{R}^3$ tal que:

$$f(x_1,x_2,x_3) = (x_1 + 2x_3, -2x_2 + 5x_3, 5x_2 - 2x_3)$$

a) Halla su forma diagonal D

b) Escribe una base B tal que $M_f(B) = D$

c) Escribe la matriz P tal que $D = P^{-1} \cdot (M_f) \cdot P$

100. Sea $B = \{\underline{u}_1, \underline{u}_2, \underline{u}_3\}$ una base de V, y f un endomorfismo de V tal que

$$f(\underline{u}_1) = \underline{u}_1 + \underline{u}_2 \qquad f(\underline{u}_2) = 2\underline{u}_1 \qquad Ker(f) = L(\{\underline{u}_1 + \underline{u}_3\})$$

Estudia si f es diagonalizable, y en caso afirmativo determina B' tal que $M_f(B') = D$.

101. Sea V un $\mathbb{R}$-espacio vectorial de dimensión 3, $B = \{\underline{e}_1, \underline{e}_2, \underline{e}_3\}$ y $B' = \{\underline{e}'_1, \underline{e}'_2, \underline{e}'_3\}$ dos bases de V, tales que

$\underline{e}'_1 = 2\underline{e}_1 + 3\underline{e}_2 + \underline{e}_3$, $\underline{e}'_2 = 3\underline{e}_1 + 4\underline{e}_2 + \underline{e}_3$, $\underline{e}'_3 = \underline{e}_1 + 2\underline{e}_2 + 2\underline{e}_3$. Sea f un endomorfismo de V tal que $M_f(B) = \begin{pmatrix} 15 & -11 & 5 \\ 20 & -15 & 8 \\ 8 & -7 & 6 \end{pmatrix}$. Determina, sin utilizar producto de matrices, $M_f(B')$.

Observando $M_f(B')$, ¿qué se puede decir de los vectores de B'?.

102. Sea f el endomorfismo de $\mathbb{R}^3$ tal que:

$$f(\underline{e_1}) = \underline{e_1} - \underline{e_2},\ f(\underline{e_2}) = 2\underline{e_1} + 3\underline{e_2} + \underline{e_3},\ f(\underline{e_3}) = \underline{e_2} + \underline{e_3}$$

siendo $\underline{e_1} = (1,0,0)$, $\underline{e_2} = (0,1,0)$, $\underline{e_3} = (0,0,1)$. Estudia si f es diagonalizable. En caso afirmativo halla una base B tal que $M_f(B) = D$

103. Sea E un $\mathbb{R}$ –espacio vectorial, $\dim(E) = 3$, y f un endomorfismo de E. Sea $\underline{u} \in E$ tal que $B = \{\underline{u}, f(\underline{u}), f^2(\underline{u})\}$ es una base de E y $f^3(\underline{u}) = \underline{u}$.

i) Determina $M_f(B)$, halla $Ker(f)$ e $Im(f)$. ¿Es f un automorfismo?.

ii) Estudia si f es diagonalizable y escribe su forma diagonal.

104. Sea f un endomorfismo de $\mathbb{R}^3$ tal que $\sigma(f) = \{2,0,10\}$ y $B = \{\underline{u}_1 = (4,-4,1),\ \underline{u}_2 = (0,-4,1),\ \underline{u}_3 = (1,-1,0)\}$ una base de $\mathbb{R}^3$, siendo

$$f(\underline{u}_1 + \underline{u}_3) = 2(\underline{u}_1 + 2\underline{u}_3),\quad f(\underline{u}_2 - \underline{u}_1) = -2(\underline{u}_1 + \underline{u}_2),\quad (2\underline{u}_2 + \underline{u}_3) \in Ker(f)$$

Halla la forma diagonal D de f.