

*Departamento de Matemática Aplicada*  
**Estadística Aplicada y Cálculo Numérico**  
**Grado en Química (Curso 2013-14)**  
**Cálculo numérico. Hoja 1.**

1 Se tiene la siguiente tabla de valores para la función seno:

$x$	0,920	0,960	1,000
$\text{sen}(x)$	0,79560	0,81919	0,84147

(a) Estimar el valor de la derivada de la función en  $x = 1$  utilizando aproximación en diferencias hacia atrás. Estimar el valor de la derivada en  $x = 0,960$  utilizando aproximación central. ¿Cuál de ellas es la más precisa?

(b) Estimar numéricamente el valor de la segunda derivada de la función en  $x = 0,960$  y comparar el valor obtenido con el valor tabulado.

2 Aproximar las derivadas de primer y segundo orden para la función:

$$y(x) = x^3 - x$$

en el intervalo  $x \in [0, 1]$  usando  $h = 0,25$ . Calcular el error absoluto de la aproximación.

3 Usando diferentes fórmulas de Newton-Cotes estimar la siguiente integral y el error de estimación.

$$I = \int_0^{\pi/2} \cos(x) dx$$

4 Con la fórmula del trapecio compuesta, usando tres subintervalos, estimar la siguiente integral

$$I = \int_0^3 e^x dx$$

5 Comprobar que la aproximación del método de Euler para la solución del problema

$$y' = -5y, \quad y(0) = 1$$

utilizando  $n$  iteraciones y un paso constante  $h$ , es  $y_n = (1 - 5h)^n$ . Calcular entonces el error exacto en  $t = 1$  utilizando  $h = 0,1$ .

6 Aplicar el método de Euler al problema de valor inicial:

$$\frac{du}{dt} = e^u - 2 \quad u(0) = 3$$

en el intervalo  $t \in [0, 1]$  con el paso  $h = 0,5$ .

7 Dado el problema de valor inicial

$$\frac{du}{dt} = -\frac{u}{t} \quad u(1) = 2$$

(a) Aproximar el valor de  $u(3)$  (el valor de  $u$  para  $t = 3$ ) usando el método de Euler con el paso de integración  $h = 1$ . Repetir con  $h = 0,5$ .

(b) Calcular el error de aproximación  $E = |u_{\text{aprox}}(2) - u_{\text{exacto}}(2)|$  (para ello hallar la solución exacta)

8 El logaritmo neperiano de 2 puede evaluarse por medio de la serie:

$$\ln 2 = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots$$

- (a) Estimar el valor del logaritmo usando los 2, 3, 4, 5 primeros términos de esta serie.
- (b) Calcular el error absoluto y el error relativo usando como valor exacto  $\ln(2) = 0,69314718$ .

9 Para la función:

$$y = \sqrt{x}$$

- (a) Calcular su valor en  $x = 1,5$  usando la serie de Taylor centrada en  $a = 1$  hasta el cuarto término.
- (b) Calcular el error absoluto y el error relativo usando como valor exacto  $\sqrt{1,5} = 1,22474487$ .

10 En un proceso termodinámico los datos experimentales de la presión  $P$  y del volumen  $V$  se recogen en la tabla:

$P$ (atm)	0,46	0,52	0,62	0,75	1,00
$V$ (l)	3,0	2,5	2,0	1,5	1,0

Hallar el polinomio de interpolación y usarlo para aproximar el valor de la presión para un volumen de 1.8 litros.

11 Dada la siguiente tabla

$x_k$	0	0,2	0,4	0,6
$f(x_k)$	1	1,2214	1,4918	1,8221

que tabula la función  $f(x) = e^x$  (proporciona valores de  $f$  para  $x$  dado).

(a) Hallar valores aproximados de  $e^{1/3}$  por medio de la interpolación lineal entre 0.2 y 0.4 y de la interpolación cúbica que usa todos los valores de la tabla.

(b) Calcular el error absoluto y el error relativo que se comete, sabiendo que  $e^{1/3} = 1,395612425$ .