

Ejercicios de autocomprobación

1. Calcular la media de la variable aleatoria X con función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} 2x & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{en el resto} \end{cases}$$

2. Sea la variable aleatoria discreta con soporte el conjunto $\{0,1,2,3,4\}$ y función de probabilidad:

$$p(x) = \frac{1}{5} \quad \forall x \in \{0,1,2,3,4\}$$

Calcular la esperanza, varianza y desviación típica de X .

3. Sea la variable aleatoria continua $X = \text{duración de un determinado componente eléctrico}$, de la que se sabe su media $\mu = 20$ horas y su varianza $\sigma^2 = 4$. Utilizando la desigualdad de Tchebychev calcular una cota inferior para la probabilidad de que la duración de dicho componente se encuentre entre 16 h. y 24 h.

4. Se tiene una moneda en la que la probabilidad de obtener cara es $2/3$ y la probabilidad de obtener cruz es $1/3$. Se lanza tres veces consecutivas y se considera la variable aleatoria $X = \text{número de caras sucesivas obtenidas}$.

- Definir el espacio muestral asociado al experimento y calcular la probabilidad de cada suceso elemental.
- Para cada elemento del espacio muestral indicar el valor que tomaría la variable aleatoria X .
- Construir la función de probabilidad y de distribución de X .
- Calcular la esperanza y varianza de X .

5. Sea la función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{2}x^2 & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Comprobar que $f(x)$ es función de densidad y calcular la función de distribución $F(x)$ correspondiente.

6. Sea una variable aleatoria X continua con función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} 5e^{-5x} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$$

Calcular la mediana.

7. Calcular la esperanza y varianza de la variable aleatoria discreta X caracterizada en la tabla 3.

Valores de X	$p(x)$
1	0,4
3	0,1
4	0,2
5	0,3

Tabla 3: tabla para el ejercicio 3.

8. Un jugador lanza tres monedas equilibradas (la probabilidad de que salga cara y cruz es 0,5 respectivamente). Gana 5 euros por cada cara que salga y pierde 1 euro por cada cruz. Se define la variable aleatoria $X = \text{ganancia del jugador}$. Calcular la función de probabilidad de X y su esperanza.