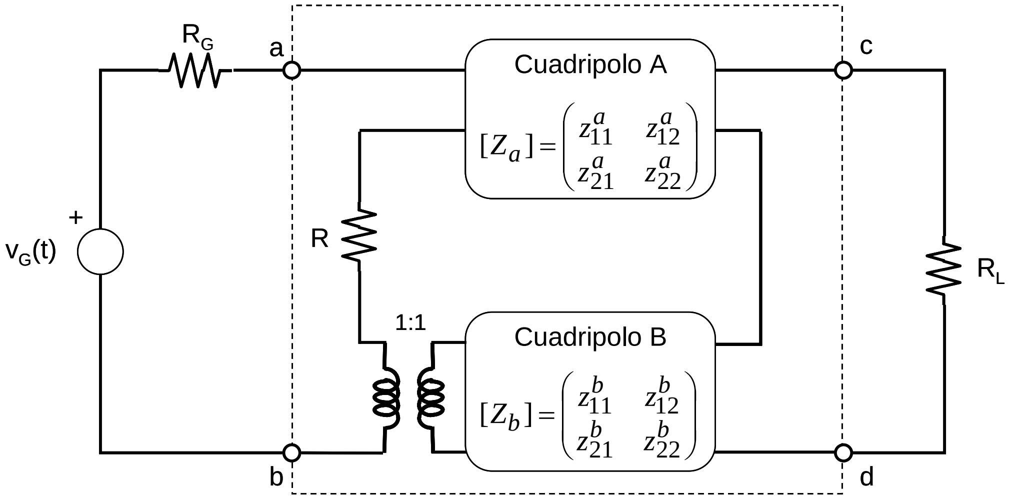
Apellido 1	Apellido 2	Nombre	DNI	Calificación

1. Considere la asociación de cuadripolos de la siguiente figura:



Se pide:

a) Calcular la matriz de parámetros Z del cuadripolo visto entre las puertas a-b y c-d en función de los parámetros Z de los cuadripolos A y B y de R. **(1 punto)**

b) Calcular la impedancia de entrada vista desde las bornas a-b en función de los parámetros Z calculados en a) y R_L. **(0.5 puntos)**

c) Si $v_G(t)=\cos(t)$, $R_G=1$, $R_L=1$, $R=1$ $[Z_a]=\begin{pmatrix} j\omega+0.5 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ y $[Z_b]=\begin{pmatrix} \frac{1}{j\omega}+0.5 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, calcular la potencia entregada a la carga, la potencia entregada al cuadripolo y las pérdidas de transmisión en dB. **(1 punto)**

(2,5 puntos)

Solución.-

a) El cuadripolo visto entre las puertas a-b y c-d es una asociación serie-serie con la particularidad de que hay una resistencia R entre las puertas 1 de ambos cuadripolos.

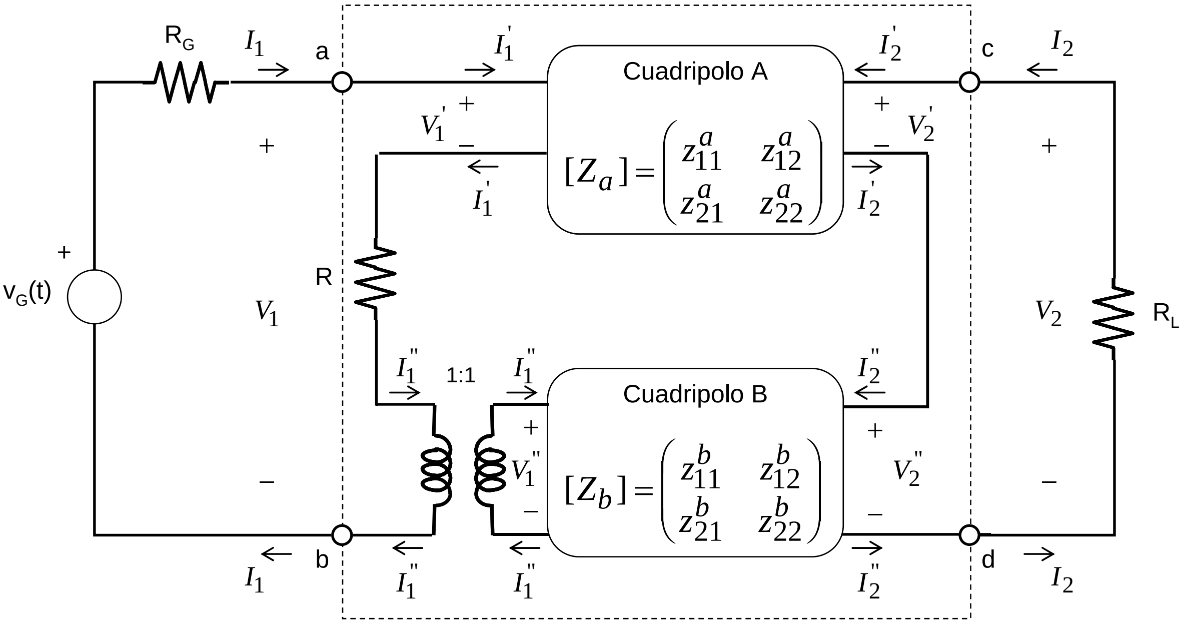
Por otro lado, la existencia de un transformado ideal 1:1 garantiza que la corriente circulatoria sea nula. Para hallar la matriz Z de la asociación, se pueden plantear dos métodos:

a1) Circuitos equivalentes de ambos cuadripolos y comprobar que la resistencia R se suma al z_{11} de uno de los dos cuadripolos.

a2) Análisis circuital:

Tiempo total: 3 horas

Apellido 1	Apellido 2	Nombre	DNI	Calificación



$$\left.\begin{array}{l}
\text{Cuadripolo ab - cd:} \\
V_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2 \\
V_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2 \\
\text{Puerta ab:} \\
V_1 = V_1^{'} + I_1^{'}R + V_1^{''} \\
I_1 = I_1^{'} = I_1^{''} \\
\text{Puerta cd:} \\
V_2 = V_2^{'} + V_2^{''} \\
I_2 = I_2^{'} = I_2^{''}
\end{array}\right\} \rightarrow Z = \begin{pmatrix} z_{11}^A + z_{11}^B + R & z_{12}^A + z_{12}^B \\ z_{21}^A + z_{21}^B & z_{22}^A + z_{22}^B \end{pmatrix}$$

b) La impedancia de entrada del cuadripolo ab-cd viene dada por: $Z_{in} = \dfrac{V_1}{I_1}$

Planteando el sistema de ecuaciones del circuito, se tiene:

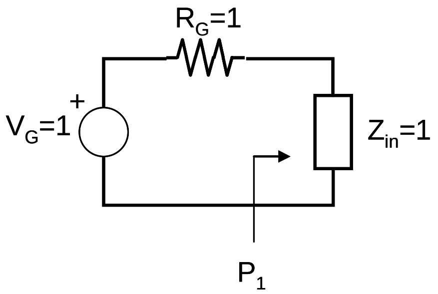
$$\left.\begin{array}{l}
V_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2 \\
V_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2 \\
V_2 = -I_2 R_L
\end{array}\right\} \rightarrow Z_{in} = \frac{V_1}{I_1} = z_{11} - \frac{z_{12}z_{21}}{z_{22} + R_L} = \left(z_{11}^A + R + z_{11}^B\right) - \frac{\left(z_{12}^A + z_{12}^B\right)\left(z_{21}^A + z_{21}^B\right)}{z_{22}^A + z_{22}^B + R_L}$$

c) Con los valores dados, para el análisis en r.p.s. con ω=1, se tiene:

Apellido 1	Apellido 2	Nombre	DNI	Calificación

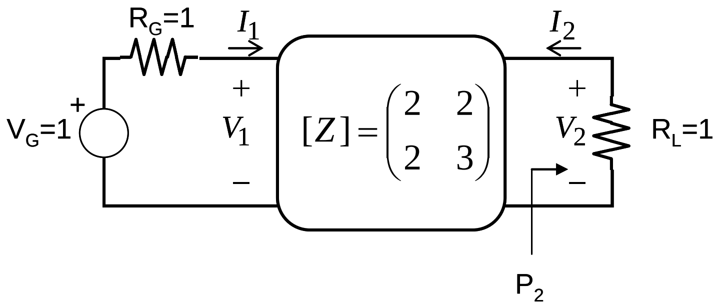
$$\left.\begin{array}{l}[Z_a]=\begin{pmatrix} j+0.5 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \\ [Z_b]=\begin{pmatrix} -j+0.5 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \\ R=1 \\ R_L=1 \end{array}\right\} \rightarrow [Z]=\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad Z_{in}=1.$$

Al haber adaptación de impedancias, la potencia entregada al cuadripolo es:



$$P_1=\frac{1}{8}\frac{|V_G|^2}{Z_{in}}=\frac{1}{8}=0.125W$$

Para calcular la potencia entregada a la carga:



$$\left.\begin{array}{l} V_1=z_{11}I_1+z_{12}I_2=2I_1+2I_2 \\ V_2=z_{21}I_1+z_{22}I_2=2I_1+3I_2 \\ V_2=-I_2R_L=-I_2 \\ V_1=V_G-I_1R_G=1-I_1 \end{array}\right\} \rightarrow V_2=\frac{1}{4} \rightarrow P_2=\frac{1}{2}\mathrm{Re}\left\{V_2^*I_2\right\}=\frac{1}{2}\mathrm{Re}\left\{V_2^*V_2/R_L\right\}=\frac{1}{2}\frac{1}{16}=\frac{1}{32}W$$

Las pérdidas de transmisión se calculan como la relación entre la potencia entregada al cuadripolo P_1 y la potencia entregada a la carga P_2:

$$\text{Pérdidas de transmisión}=10\log_{10}\left(\frac{P_1}{P_2}\right)=10\log_{10}\left(\frac{1/8}{1/32}\right)=6dB$$

2. La figura representa un circuito cuya excitación es e(t)=u(-t-T), siendo u(t) el escalón unidad. En ella, v(t) es la tensión en bornas de la resistencia R.

Por otra parte, el interruptor conmuta de 1 a 2 en el instante t=0. R, L y C son todos valores normalizados iguales a 1. T es un valor mayor que cero.

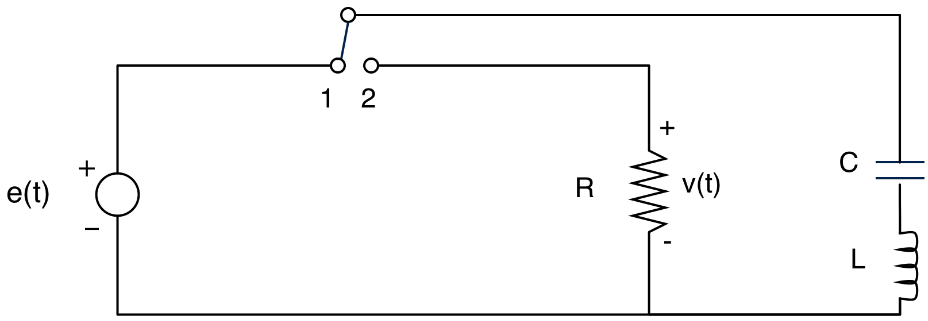
a. Calcule las condiciones iniciales del circuito para el instante t= –T.

b. Usando un cambio de variable t'=t+T, calcule la tensión en bornas del condensador y la corriente que atraviesa la bobina para el intervalo de tiempo t entre –T y 0.

c. Calcule las condiciones iniciales del circuito para el instante t=0. Razone su sentido físico.

d. Determinar V(p), transformada de Laplace de v(t), en función de T.

e. Determinar v(t), a qué valor converge cuando el tiempo tiende a infinito, y explique por qué converge a este valor.



(2,5 puntos)

a. Hasta t<-T estamos en una situación de estacionario en continua. La bobina se comporta como un cortocircuito y el condensador en un circuito abierto. Por lo tanto:

$$v_c(-T) = 1$$

$$i_L(-T) = 0$$

b. En el intervalo -T< t < 0, tenemos un circuito con condensador y bobina en serie con las anteriores condiciones iniciales. Usando el cambio de variable descrito, las condiciones iniciales se trasladan a t'=0.

Sobre este circuito, analizando, tenemos:

$$I_L = -\frac{1}{p^2+1} \;=> i_L(t') = -\sin(t') * u(t')$$

$$V_c = -\frac{1}{p\left(p^2+1\right)} = -1/p + \frac{p}{\left(p^2+1\right)} \;=>\; v_c(t') = \left(-1+\cos(t')\right) * u(t')$$

Hay que tener en cuenta que el generador de continua del circuito es una componente continua que supone en realidad una carga en el condensador que cancela el valor de -1 anterior.
Por tanto, hasta t=0:

$$i_L(t) = -\sin(t+T) * u(t+T)$$

$$v_C(t) = \cos(t+T) * u(t+T)$$

c. En t=0, sustituyendo el resultado anterior, tenemos:

$$i_L(0) = -\sin(T)$$

$$v_C(0) = \cos(T)$$

El circuito, entre -T y 0 oscila, transfiriendo energía a la pulsación de resonancia (1) entre condensador y bobina. Dependiendo del intervalo T la distribución de dicha energía entre ambos elementos es distinta.

d. El circuito ahora compone de la asociación serie de bobina, condensador y resistencia, junto con dos generadores asociados a ambas condiciones iniciales. Analizando, queda:

I(1+1/p+p)+(cosT/p+senT)=0

$$V_R = -R * I = -I$$

$$V_R = \frac{cosT + p * senT}{(p^2 + p + 1)}$$

e. Haciendo la trasformada inversa mediante residuos queda:

$$v_R(t) = e^{-\frac{t}{2}} sinT * \left(cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t\right) + \left(\frac{2}{\sqrt{3}} * sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t\right) * \left(\frac{cosT}{sinT} - \frac{1}{2}\right)\right)\right) u(t)$$

se puede aplicar el teorema del valor final, quedando

$$\lim_{t\to\infty} v_R(t) = \lim_{p\to 0} pV_R(p) = 0$$

De cualquiera de las dos maneras, se ve que la señal tiende a cero, por que la energía inicialmente almacenada en el conjunto bobina mas condensador se va disipando en la resistencia.

Apellido 1	Apellido 2	Nombre	DNI	Calificación
SOLUCION				

3. La Figura 1 representa un filtro de capacidades conmutadas (SCF) con sus fases de reloj. La Figura 2 representa la disposición en cascada de dos filtros SCF, idénticos al de la Figura 1. Se pide:

1 p. a. Dibujar los circuitos equivalentes en el dominio Z, correspondientes al circuito de la Figura 1 para cada una de las fases de reloj. Escribir las ecuaciones resultantes del análisis por nudos.

0.8 p. b. Determinar la matriz de transferencia $[H(z)]$, que relaciona las transformadas Z de las secuencias pares e impares de la tensión de salida (v_2) con las correspondientes de la entrada (v_1) en el circuito de la Figura 1. ¿En qué condiciones se cumple la estabilidad en $[H(z)]$?

0.7 p. c. Determinar razonadamente la matriz de transferencia $[\tilde{H}(z)]$ correspondiente al circuito de la Figura 2. Suponiendo $C_1 = C_2 = C_3$ ¿qué tipo de filtrado ofrece el circuito de la Figura 2?

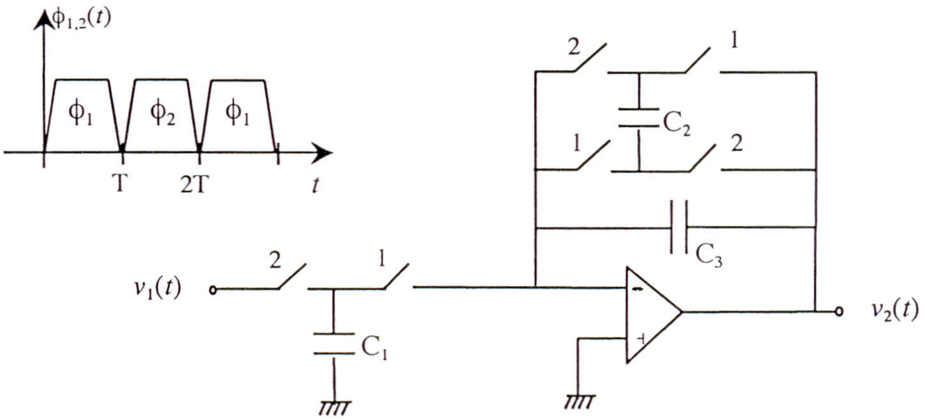


Figura 1

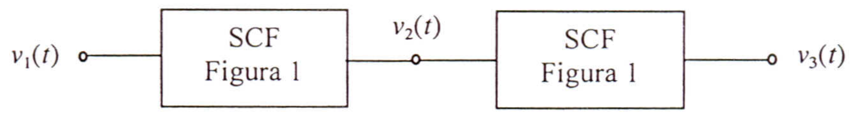
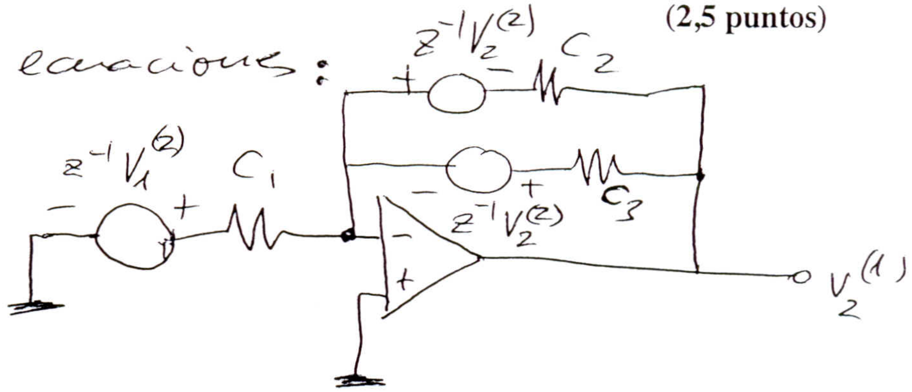


Figura 2

(2,5 puntos)

(a) Circuitos y ecuaciones:

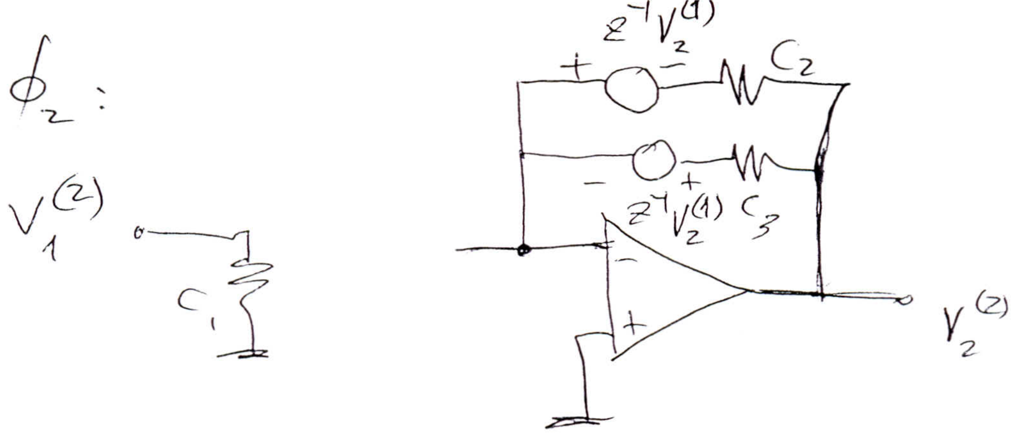
Fase ϕ_1:



ecuación:

$$C_1 z^{-1} V_1^{(2)} + C_2\left[V_2^{(1)} + z^{-1}V_2^{(2)}\right] + C_3\left[V_2^{(1)} - z^{-1}V_2^{(2)}\right] = 0$$

Fase ϕ_2:



ecuación:

$$C_2\left[V_2^{(2)} + z^{-1}V_2^{(1)}\right] + C_3\left[V_2^{(2)} - z^{-1}V_2^{(1)}\right] = 0$$

Las dos ecuaciones en forma matricial son

$$\begin{pmatrix} (C_2+C_3) & (C_2-C_3)z^{-1} \\ (C_2-C_3)z^{-1} & (C_2+C_3) \end{pmatrix}\begin{pmatrix} V_2^{(1)} \\ V_2^{(2)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -C_1 z^{-1} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} V_1^{(1)} \\ V_1^{(2)} \end{pmatrix}$$

(b) Despejando el vector de salida, se tiene

$$\begin{pmatrix} V_2^{(1)} \\ V_2^{(2)} \end{pmatrix} = \frac{-1}{(C_2+C_3)^2 - (C_2-C_3)^2 \cdot z^{-2}} \cdot \begin{pmatrix} 0 & C_1(C_2+C_3)z^{-1} \\ 0 & C_1(C_3-C_2)z^{-2} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} V_1^{(1)} \\ V_1^{(2)} \end{pmatrix}$$

Identificando, se tiene

$H_{11}(z) = 0$;	$H_{12}(z) = -\dfrac{C_1(C_2+C_3)z^{-1}}{(C_2+C_3)^2 - (C_3-C_2)^2 z^{-2}}$
$H_{21}(z) = 0$;	$H_{22}(z) = -\dfrac{C_1(C_3-C_2)z^{-2}}{(C_2+C_3)^2 - (C_3-C_2)^2 \cdot z^{-2}}$

Apellido 1	Apellido 2	Nombre	DNI	Calificación

El circuito es estable BIBO si los polos de todas las $H_{ij}(z)$ están dentro de círculo unidad: $|z|<1$.

Para ello, debe cumplirse

$$\left|\frac{c_3-c_2}{c_3+c_2}\right|<1 \Leftrightarrow c_2 \neq 0 \text{ y } c_3 \neq 0$$

$$(c_2>0 \text{ y } c_3>0)$$

(c) Para la Figura 2, se tiene

$$\begin{pmatrix} V_3^{(1)} \\ V_3^{(2)} \end{pmatrix} = [H(z)] \cdot \begin{pmatrix} V_2^{(1)} \\ V_2^{(2)} \end{pmatrix} = [H(z)] \cdot \left([H(z)] \cdot \begin{pmatrix} V_1^{(1)} \\ V_1^{(2)} \end{pmatrix} \right)$$

entonces,

$$[\tilde{H}(z)] = [H(z)] \cdot [H(z)] = \begin{pmatrix} 0 & H_{12}(z) \cdot H_{22}(z) \\ 0 & H_{22}(z) \cdot H_{22}(z) \end{pmatrix}$$

es decir,

$$\tilde{H}_{11}(z) = \tilde{H}_{21}(z) = 0$$

$$\tilde{H}_{12}(z) = \frac{c_1^2(c_3^2-c_2^2)z^{-3}}{\left[(c_2+c_3)^2-(c_3-c_2)^2 z^{-2}\right]^2} \; ; \; \tilde{H}_{22}(z) = \frac{c_1^2(c_3-c_2)^2 \cdot z^{-4}}{\left[(c_2+c_3)^2-(c_3-c_2)^2 z^{-2}\right]^2}$$

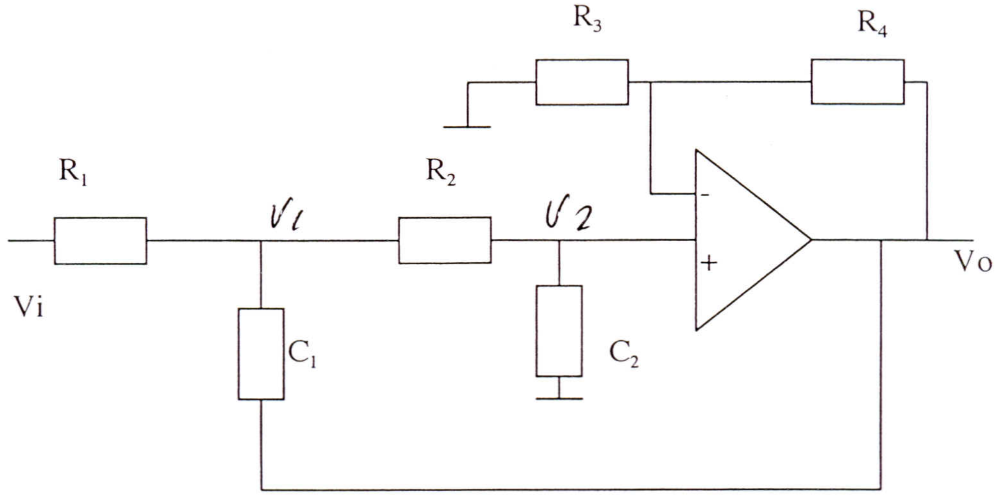
si $c_1=c_2=c_3 \Rightarrow \tilde{H}_{11} = \tilde{H}_{21} = \tilde{H}_{12} = \tilde{H}_{22} = 0$

Es un circuito "RECHAZA TODO" (no hay señal a la salida): la señal de salida (discreta) es siempre cero

Apellido 1	Apellido 2	Nombre	DNI	Calificación

4.- Considere el filtro activo de la figura. Calcular:

a) La función de transferencia H(s)= Vo/Vi   0'5 p
b) Suponiendo $R_1=R_2=R_3=1$; $C_1=C_2=1$, determinar R_4 para que el filtro sea de Butterworth.   1 p
   Calcular la frecuencia de corte a 3 dB
c) Obtenga a partir de dicho filtro un filtro paso bajo de orden 4   0'5 p
d) Desnormalizar dicho filtro de modo que la resistencia R_1 = 1 KΩ y C_1 = 1 μF. Indique cual seria la pulsación de corte de dicho filtro.   0'5 p.



a) Aplicando nudos

$$(C_1 s + G_1 + G_2)V_1 - G_2 V_2 - C_1 s V_0 - V_i G_1 = 0$$

$$-G_2 V_1 + V_2 (C_2 s + G_2) = 0$$

$$V_2 G_3 = (V_0 - V_2) G_4$$

$$V_2 = V_0 \frac{G_3}{G_3 + G_4} = \frac{V_0}{K}$$

$$-G_2 V_1 + V_0 K (C_2 s + G_2) = 0$$

$$(C_1 s + G_1 G_2) V_1 - G_2 V_0 K - C_1 s V_0 = V_i G_1$$

$$V_1 = \frac{G_2 V_0 K + C_1 s V_0 + V_i G_1}{C_1 s + G_1 G_2}$$

$$V_1 = V_0 K \frac{C_2 s + G_2}{G_2}$$

$$H(s) = \frac{V_0}{V_i} = \frac{G_1 G_2}{(C_1 s + G_1 + G_2)(C_2 s + G_2)\frac{1}{K} - G_2^2 \frac{1}{K} - C_1 s G_2}$$

b) $H(s) = \dfrac{1}{(s+2)(s+1)\frac{1}{K} - \frac{1}{K} - s} =$

$$= \frac{K}{(s+2)(s+1)-1-sK} = \frac{K}{s^2+(3-K)s+1}$$

donde $K = \dfrac{G_3+G_4}{G_4} = \dfrac{R_3+R_4}{R_3}$

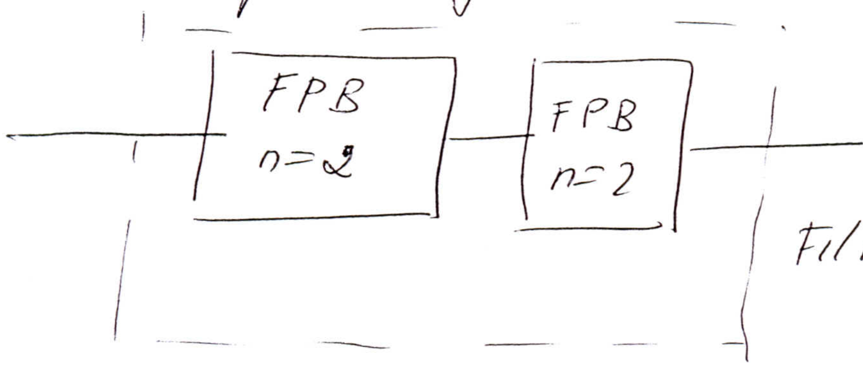
$$H(s)\cdot H(-s) = |H(s)|^2 = \frac{K^2}{(s^2+1)^2-(3-K)^2 s^2} \equiv \frac{K^2}{s^4+1} \text{ si } 2=(3-K)^2$$

luego $3-K=\pm\sqrt{2}$ $\quad K = 3-\sqrt{2} \Rightarrow \dfrac{1+R_4}{1} = 3\mp\sqrt{2}$

$\boxed{R_4 = 2\mp\sqrt{2}}$ para ser un filtro Butterworth orden 2

$\omega_c = 1.$

c) Se necesita poner 2 filtros en cascada



Filtro orden 4

d)

$\dfrac{R}{R_0} = R_n \Rightarrow R_0 = 10^3$

$C_n = C\,\omega_0 R_0 \Rightarrow \omega_0 = \dfrac{1}{10^{-3}} = 10^3 \text{ rad/s};$