

Lógica y Estructuras Discretas
Código de la asignatura: 71901037
Duración: 2 horas

Septiembre 2011
Tipo de examen: A
Material Permitido: Ninguno

Instrucciones: Responda al test en la plantilla impresa que se le facilita. Si responde al desarrollo, hágalo en una hoja aparte (con su nombre escrito). *Entregue sólo las respuestas del test y la hoja de desarrollo (si la ha respondido), no las hojas del enunciado.* Si considera que hay erratas, indíquelas en una hoja aparte y entréguela. Todas las hojas entregadas deberán ser escaneadas.

Corrección del examen: El examen consta de dos partes: (a) test, 9 puntos, (b) desarrollo, 1 punto. Test (18 preguntas): correcta, +0'5; incorrecta, -0'25; en blanco, -0. El desarrollo *se corregirá sólo si se han obtenido al menos 7'5 puntos de los 9 del test.*

Datos

Datos de lógica proposicional y de predicados

$X_1 : (p \vee q) \rightarrow ((\neg o \vee t) \wedge r \wedge s)$ $X_2 : \neg o \vee (\neg r \wedge p)$ $X_3 : \neg p \vee (q \wedge r)$ $X_4 : ((s \vee t) \rightarrow o) \wedge t$	
$Y_1 : (\forall z \exists w \neg Szw) \rightarrow \neg(\forall x \exists y \neg Sxy)$ $Y_2 : \neg(\forall x \exists y Sxy)$ $Y_3 : \neg(\exists w \exists t \neg Stw)$ $Y_4 : \exists t (Stt \vee \neg Pt)$	$P^Y : \text{dominio } U = \{0, 1\}, \text{ con}$ $P = \emptyset$ $S = \{(0, 0), (0, 1)\}$

Test

1. Señale el conjunto satisfacible:

- a) $\{X_1, X_2, X_4\}$
- b) $\{X_1, X_2, X_3, X_4\}$
- c) $\{X_1, X_3, X_4\}$

2. Es equivalente a X_3 :

- a) $(\neg q \vee \neg r) \rightarrow \neg p$
- b) $p \vee (q \wedge r)$
- c) $\neg p \rightarrow \neg(q \wedge r)$

3. Señale el conjunto insatisfacible:

- a) $\{X_1, X_2, X_3\}$
- b) $\{X_2, X_3, X_4\}$
- c) $\{X_2, X_3\}$

4. Sean φ_1 , φ_2 y ψ cualesquiera tres fórmulas de lógica proposicional. Si $\neg(\varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge \psi)$ es tautología, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?

- a) $\{\varphi_1, \varphi_2\} \models \psi$
- b) $\{\varphi_1, \psi\} \models \neg\varphi_2$
- c) $\neg((\varphi_1 \wedge \varphi_2) \rightarrow \psi)$ es insatisfacible

5. Sean φ_1 , φ_2 y ψ cualesquiera tres fórmulas de lógica proposicional. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?

- a) $\{\varphi_1, \varphi_2\} \models \psi$ si y sólo si $(\varphi_1 \wedge \varphi_2) \rightarrow \neg\psi$ es tautología
- b) $\{\varphi_1, \varphi_2\} \models \psi$ si y sólo si $(\varphi_1 \wedge \varphi_2) \rightarrow \psi$ es tautología
- c) $\{\varphi_1, \varphi_2\} \models \psi$ si y sólo si $(\varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge \psi)$ es insatisfacible

6. Señale la tautología:

a) $Y_1 \rightarrow \neg Y_2$

b) $Y_2 \rightarrow \neg Y_3$

c) $Y_1 \rightarrow \neg Y_4$

7. La interpretación I^Y no satisface:

a) Y_1

b) Y_2

c) Y_3

8. Es consecuencia:

a) $\{Y_1, Y_2\} \models \neg Y_4$

b) $\{Y_1, Y_4\} \models \neg Y_3$

c) $\{Y_2\} \models \neg Y_3$

9. Sea P cualquier predicado diádico (de aridad 2) en lógica de primer orden. ¿Cuál de las siguientes fórmulas es equivalente a $\neg \forall x \exists y Pxy$?

a) $\exists x \exists y \neg Pxy$

b) $\forall x \forall y \neg Pxy$

c) $\exists x \neg \exists y Pxy$

10. ¿Es posible establecer una biyección entre los conjuntos \mathbb{N} y \mathbb{Z} ?

a) Sí.

b) No.

c) Dado que \mathbb{N} y \mathbb{Z} son conjuntos infinitos, no tiene sentido hablar de establecer una biyección entre ambos.

11. Sea el conjunto $A = \{1, 2, 3, 4\}$. ¿Cuál de los siguientes conjuntos es subconjunto de A^2 ?

a) El conjunto $\{1, 4, 9, 16\}$

b) El conjunto $\{(1, 1), (2, 2), (4, 1)\}$

c) El conjunto $\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 16\}$

12. ¿Cuál de las siguientes relaciones es una función inyectiva de $X = \{a, b, c\}$ a $Y = \{1, 2, 3\}$?
- a) $\{(a, 1), (c, 2), (c, 3)\}$
 - b) $\{(b, 1), (c, 2), (a, 1)\}$
 - c) $\{(c, 2), (a, 3), (b, 1)\}$
13. ¿Cuál de las siguientes relaciones es una función parcial de $X = \{a, b, c\}$ a $Y = \{1, 2, 3\}$?
- a) $\{(c, 1), (b, 1), (a, 1)\}$
 - b) $\{(a, 1), (b, 2), (a, 3)\}$
 - c) $\{(b, 1), (b, 2)\}$
14. ¿Cuál de las siguientes funciones es una sobreyección?
- a) $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, f(n) = n + 1$
 - b) $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, f(z) = z + 1$
 - c) $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, f(z) = z^2 + 1$
15. Sea G un grafo dirigido con n nodos. ¿Cuál es el número de arcos de un árbol de expansión para G ?
- a) n^2 .
 - b) $n - 1$.
 - c) No lo podemos saber sólo con los datos que nos da la pregunta.
16. Sea un digrafo cualquiera G . ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?
- a) Si G es conexo (débilmente conexo) entonces es unilateralmente conexo.
 - b) Si G no es unilateralmente conexo entonces es conexo.
 - c) Si un grafo G no es conexo entonces no es fuertemente conexo.
17. Sea d la distancia del nodo a al nodo b en un digrafo G . ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta para cualesquiera nodos a y b ?
- a) d es un número primo.
 - b) $d \geq 1$, pero d no puede ser infinito (∞).

c) d puede ser infinito (∞).

18. Sea G un grafo dirigido con n nodos, tal que no contiene ningún arco de un nodo hacia sí mismo. ¿Cuál es el máximo número de arcos que tiene G ?

a) n^2 .

b) $n^2 - 1$.

c) $n \cdot (n - 1)$.

Pregunta de desarrollo

Demuestre mediante un tableau que es correcto el siguiente argumento:

$$\neg \exists x \forall y (Pxy \wedge Pyx) \models \exists x (\exists y \neg Pxy \vee \exists y \neg Pyx)$$