

Lógica y Estructuras Discretas
Código de la asignatura: 71901037
Duración: 2 horas

Septiembre 2012
Tipo de examen: B
Material Permitido: Ninguno

Instrucciones: Responda al test en la plantilla impresa que se le facilita. Si responde al desarrollo, hágalo en una hoja aparte (con su nombre escrito). ***Entregue sólo las respuestas del test y la hoja de desarrollo (si la ha respondido), no las hojas del enunciado.*** Si considera que hay erratas, indíquelas en una hoja aparte y entréguela. Todas las hojas entregadas deberán ser escaneadas.

Corrección del examen: El examen consta de dos partes: (a) test, 9 puntos, (b) desarrollo, 1 punto. Test (18 preguntas): correcta, +0'5; incorrecta, -0'25; en blanco, -0. El desarrollo *se corregirá sólo si se han obtenido al menos 7'5 puntos de los 9 del test.*

Datos

Datos de lógica proposicional y de predicados

$X_1 : (p \vee q) \rightarrow (r \wedge s \wedge (t \vee \neg o))$ $X_2 : (\neg r \wedge p) \vee \neg o$ $X_3 : p \rightarrow (q \wedge r)$ $X_4 : ((s \vee t) \rightarrow o) \wedge t$	
$Y_1 : (\forall y P y \vee \exists x Q x) \rightarrow \neg(\exists z R z)$ $Y_2 : \forall x P x \wedge \neg(\exists z Q z \vee \exists y \neg R y)$ $Y_3 : \exists x R x \leftrightarrow \forall y \neg Q y$ $Y_4 : \neg \forall w R w \vee (\forall x P x \wedge \forall y Q y)$	$I^Y : \text{dominio } U = \{0, 1\}, \text{ con}$ $R = \{1\}, Q = \{0, 1\}, P = \emptyset$

Test

1. *No* es consecuencia correcta:

a) $X_1, X_2 \models \neg X_4$

b) $X_2, X_4 \models \neg X_3$

c) $X_1, X_2 \models \neg X_3$

2. Es equivalente a X_3 :

a) $(\neg q \vee \neg r) \rightarrow \neg p$

b) $p \vee (q \wedge r)$

c) $\neg p \rightarrow \neg(q \wedge r)$

3. Sean ϕ_1 , ϕ_2 y ψ cualesquiera tres fórmulas de lógica proposicional. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?

a) $\{\phi_1, \phi_2\} \models \psi$ si y sólo si $(\phi_1 \wedge \phi_2) \rightarrow \neg\psi$ es tautología

b) $\{\phi_1, \phi_2\} \models \psi$ si y sólo si $(\phi_1 \wedge \phi_2) \rightarrow \psi$ es tautología

c) $\{\phi_1, \phi_2\} \models \psi$ si y sólo si $(\phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \psi)$ es insatisfacible

4. Sean ϕ_1 , ϕ_2 y ψ cualesquiera tres fórmulas de lógica proposicional. Si $\neg(\phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \psi)$ es tautología, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?

a) $\{\phi_1, \phi_2\} \models \psi$

b) $\{\phi_1, \psi\} \models \neg\phi_2$

c) $\neg((\phi_1 \wedge \phi_2) \rightarrow \psi)$ es insatisfacible

5. Es consecuencia:

a) $Y_3, Y_4 \models \neg Y_4$

b) $Y_1, Y_3 \models \neg Y_4$

c) $Y_1, Y_4 \models \neg Y_2$

6. Y_2 es equivalente a:

- a) $\{Y_1, Y_2, Y_4\}$
- b) $\{Y_2, Y_3, Y_1\}$
- c) $\{Y_1, Y_3, Y_4\}$

7. Es satisfacible:

- a) $\{Y_1, Y_2, Y_4\}$
- b) $\{Y_2, Y_3, Y_1\}$
- c) $\{Y_1, Y_3, Y_4\}$

8. Sea el conjunto $A = \{1, 2, 3, 4\}$. ¿Cuál de los siguientes conjuntos es subconjunto de A^2 ?

- a) El conjunto $\{1, 4, 9, 16\}$
- b) El conjunto $\{(1, 1), (2, 2), (4, 1)\}$
- c) El conjunto $\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 16\}$

9. Sea A un conjunto finito cualquiera, y sea $n = |A|$. ¿Cuál es la cardinalidad del conjunto potencia de A ?

- a) n^n
- b) n^2
- c) 2^n

10. ¿Tienen los conjuntos $\mathbb{N}$ y el conjunto potencia de $\mathbb{N}$ la misma cardinalidad?

- a) Sí.
- b) No.
- c) Dado que ambos conjuntos son infinitos, no tiene sentido hablar de su cardinalidad.

11. Sean A el conjunto de los números enteros pares y sea B el conjunto de los números enteros que son múltiplos de 3. ¿Cuál de los siguientes conjuntos es subconjunto de $A \times B$?

- a) El conjunto de los números enteros múltiplos de 6
- b) El conjunto $\{(3, 2)\}$
- c) El conjunto $\{(2, 3)\}$

12. Sea A un conjunto cualquiera, y sea E el conjunto universal. ¿A qué fórmula de las siguientes es equivalente $A \cup \emptyset$?
- a) E
 - b) $A \cap \sim E$
 - c) $A \cap \sim \emptyset$
13. ¿Cuál de las siguientes relaciones es una función inyectiva de $X = \{a, b, c\}$ a $Y = \{1, 2, 3\}$?
- a) $\{(a, 1), (c, 2), (c, 3)\}$
 - b) $\{(b, 1), (c, 2), (a, 1)\}$
 - c) $\{(c, 2), (a, 3), (b, 1)\}$
14. Sea un digrafo cualquiera G . ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?
- a) Si G es conexo (débilmente conexo) entonces es unilateralmente conexo.
 - b) Si G no es unilateralmente conexo entonces es conexo.
 - c) Si un grafo G no es conexo entonces no es fuertemente conexo.
15. Sea d la distancia del nodo a al nodo b en un digrafo G . ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta para cualesquiera nodos a y b ?
- a) d es un número primo.
 - b) $d \geq 1$, pero d no puede ser infinito (∞).
 - c) d puede ser infinito (∞).
16. Sea G un grafo dirigido con n nodos. ¿Cuál es el número de arcos de un árbol de expansión para G ?
- a) n^2 .
 - b) $n - 1$.
 - c) No lo podemos saber sólo con los datos que nos da la pregunta.
17. Sea G un grafo dirigido con n nodos, tal que no contiene ningún arco de un nodo hacia sí mismo. ¿Cuál es el máximo número de arcos que tiene G ?
- a) n^2 .

b) $n^2 - 1$.

c) $n \cdot (n - 1)$.

18. Un seleccionador de fútbol ha acudido a la Eurocopa de 2012 con 8 centrocampistas. Si sólo escogerá para jugar a 3 de ellos, ¿de cuántas formas puede hacerlo?

a) $(8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4)/5!$.

b) $(8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4)/3!$.

c) $(8 \times 7 \times 6)/5!$.

Pregunta de desarrollo

Demuestre mediante un tableau que es correcto el siguiente argumento:

$$\neg \exists x \forall y (Pxy \wedge Pyx) \models \exists x (\exists y \neg Pxy \vee \exists y \neg Pyx)$$